Eksamen 1T
Høst 2020
Løsningsforslag

DEL 1

Oppgave 1 (1 poeng)

Stigningstall : $a = 2$
Krysser y-aksen i $y = -1$
$y = 2x - 1$

Oppgave 2 (2 poeng)

$$
\begin{aligned}
\frac{6,2 \cdot 10^4 \cdot 2,5 \cdot 10^8}{0,0005} &= \frac{62 \cdot 25 \cdot 10^{3+7}}{5 \cdot 10^4} \\
&= \frac{62 \cdot 25}{5} \cdot 10^{10-4} \\
&= 62 \cdot 5 \cdot 10^6 \\
&= 310 \cdot 10^6 \\
&= 3,1 \cdot 10^8
\end{aligned}
$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Innsettingsmetoden

$$
\begin{gathered}
\begin{cases} x + 2y = 16 \\ 3x - y = 6 \end{cases} \\
\begin{cases} x = 16 - 2y \\ 3x - y = 6 \end{cases} \\
3(16 - 2y) - y = 6 \\
48 - 6y - y = 6 \\
7y = 42 \\
y = 6 \\
x = 16 - 2 \cdot 6 \\
x = 4 \\
(x, y) = (4, 6)
\end{gathered}
$$

Addisjonsmetoden

$$\begin{cases} x + 2y &= 16 \\ 3x - y &= 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y &= 16 \\ 6x - 2y &= 12 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 7x &= 28 \\ x &= 4 \\ 4 + 2y &= 16 \\ 2y &= 12 \\ y &= 6 \\ (x, y) &= (4, 6) \end{aligned}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

$$\begin{aligned} \frac{(x+y)^2 - 4xy}{x-y} &= \frac{x^2 + 2y + y^2 - 4xy}{x-y} \\ &= \frac{x^2 - 2xy + y^2}{(x-y)} \\ &= \frac{(x-y)^2}{(x-y)} \\ &= x - y \end{aligned}$$

Oppgave 5 (2 poeng)

$$\begin{aligned} 4x^2 + kx + \frac{1}{4} &= (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= (2x)^2 + 2x + \frac{1}{4} \\ &= (2x + \frac{1}{2})^2 \\ k &= 2 \end{aligned}$$

Oppgave 6 (2 poeng)

$$\begin{aligned} \frac{5^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{-1} \cdot 8^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{20} \cdot 3^0} &= \frac{\sqrt{5} \cdot 2^{2 \cdot (-1)} \cdot 2^{3 \cdot \frac{2}{3}}}{2\sqrt{5}} \\ &= \frac{2^{-2+2}}{2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Oppgave 7 (2 poeng)

$$\begin{aligned}
\frac{\lg 1000 \cdot \lg \frac{1}{10}}{\lg 0,01 \cdot \lg 10^{-\frac{1}{2}}} &= \frac{\lg 10^3 \cdot \lg 10^{-1}}{\lg 10^{-2} \cdot \lg 10^{-\frac{1}{2}}} \\
&= \frac{3 \cdot (-1)}{-2 \cdot (-\frac{1}{2})} \\
&= \frac{-3}{1} \\
&= -3
\end{aligned}$$

Oppgave 8 (4 poeng)

a)

$$\begin{aligned}
\frac{2^{2+x}}{2^{1-2x}} &= 64 \\
2^{(2+x)-(1-2x)} &= 2^6 \\
2 + x - 1 + 2x &= 6 \\
3x + 1 &= 6 \\
3x &= 5 \\
x &= \frac{5}{3}
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
\lg\left(\frac{1}{x^2 - 3x}\right) &= -1 \\
\frac{1}{x^2 - 3x} &= 10^{-1} \\
10 &= x^2 - 3x \\
x^2 - 3x - 10 &= 0 \\
(x-5)(x+2) &= 0 \\
x &= 5 \lor x = -2
\end{aligned}$$

Oppgave 9 (2 poeng)

$f(x) < 2x - 4$ gir alle x-verdiene som er slik at grafen til f ligger under linja $y = 2x - 4$. Linja og grafen til f skjærer hverandre i $(0, -4)$ og $(5, 6)$, da er løsningen at $x \in \left\langle 0, 5 \right\rangle$

Oppgave 10 (4 poeng)

$$\begin{aligned}
f(x) &= x^3 + 3x^2 + 3 \\
f'(x) &= 3x^2 + 6x \\
&= 3x(x+2) \\
f'(x) &= -3 \\
3x^2 + 6x &= -3 \\
3x^2 + 6x + 3 &= 0 \\
3(x^2 + 2x + 1) &= 0 \\
(x+1)^2 &= 0 \\
x &= -1 \\
f(-1) &= (-1)^3 + 3(-1)^2 + 3 \\
&= -1 + 3 + 3 \\
&= 5 \\
(x, y) &= (-1, 5)
\end{aligned}$$

Altså bare én tangent med stigningstall $a = -3$, den går gjennom punktet $(-1, 5)$

Bruker ettpunktsformelen :

$$\begin{aligned}
a &= \frac{y - y_0}{x - x_0} \\
-3 &= \frac{y - 5}{x + 1} \\
-3(x+1) &= y - 5 \\
y &= -3x - 3 + 5 \\
\text{Likningen til tangenten er : }\ y &= -3x + 2
\end{aligned}$$

Oppgave 11 (4 poeng)

a)
A=hverken C eller G blir valgt.

$$\begin{aligned}
\frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} &= \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 9} \\
&= \frac{28}{45}
\end{aligned}$$

b)
B=både C og G blir valgt.

$$\begin{aligned}
\frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} &= \frac{1 \cdot 1}{5 \cdot 9} \\
&= \frac{1}{45}
\end{aligned}$$

Oppgave 12 (6 poeng)

a)
Hypotenusen : $1^2 + 1^2 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$

$\sin 45^o = \cos 45^o = \frac{1}{\sqrt{2}}$
b)
Arealsetningen : $F = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A$

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} \cdot 8 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= 24 \end{aligned}$$

c)
Cosinussetningen : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 45^o$

$$\begin{aligned} QR^2 &= (6\sqrt{2})^2 + 8^2 - 2 \cdot 6\sqrt{2} \cdot 8 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= 72 + 64 - 96 \\ &= 40 \\ QR &= \sqrt{40} \\ &= 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

Oppgave 13 (3 poeng)

Arealet blir $A = x \cdot y$, lengden av gjerdet er : $x + 2y = 1000$

Da kan vi sette opp arealet som en funksjon av x :

$$\begin{aligned} A(x) &= x \cdot y \\ y &= \frac{1000 - x}{2} \\ A(x) &= \frac{x(1000 - x)}{2} \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 500x \\ A'(x) &= -x + 500 \\ A'(x) &= 0 \\ x &= 500 \end{aligned}$$