Eksamen 1T
Vår 2020
Løsningsforslag

DEL 1

Oppgave 1 (2 poeng)

a)

$$\begin{aligned}\frac{5,5\cdot10^{-7}+0,4\cdot10^{-6}}{0,005} &= \frac{5,5\cdot10^{-7}+4\cdot10^{-7}}{5\cdot10^{-3}}\\ &= \frac{9,5\cdot10^{-7}}{5\cdot10^{-3}}\\ &= 1,9\cdot10^{-7+3}\\ &= 1,9\cdot10^{-4}\end{aligned}$$

Oppgave 2 (2 poeng)

Stigningstallet til linja gjennom $(2,6)$ og $(4,0)$

$$\begin{aligned}a &= \frac{\Delta y}{\Delta x}\\ &= \frac{0-6}{4-2}\\ &= \frac{-6}{2}\\ &= -3\end{aligned}$$

Ettpunktformelen gir da :

$$\begin{aligned}a &= \frac{y-y_0}{x-x_0}\\ -3 &= \frac{y-6}{x-2}\\ y-6 &= -3(x-2)\\ y &= -3x+6+6\\ y &= -3x+12\end{aligned}$$

Oppgave 3 (2 poeng)

$$\begin{cases} I & : \ 2x + y = 3 \\ II & : \ 8x - 2y = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot I & : \ 4x + 2y = 6 \\ II & : \ 8x - 2y = -12 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2I + II \ : \ 12x &= -6 \\ x &= -\frac{1}{2} \\ y &= 3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \\ y &= 4 \\ (x, y) &= \left(-\frac{1}{2}, 4 \right) \end{aligned}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

$$\begin{aligned} \frac{2}{x-2} - \frac{x-4}{x^2 - 5x + 6} &= \frac{2(x-3)}{(x-2)(x-3)} - \frac{(x-4)}{(x-2)(x-3)} \\ &= \frac{2x - 6 - x + 4}{(x-2)(x-3)} \\ &= \frac{x-2}{(x-2)(x-3)} \\ &= \frac{1}{(x-3)} \end{aligned}$$

Oppgave 5 (2 poeng)

$$\begin{aligned} 2x^2 + 12x + 18 &\leq 0 \\ 2(x^2 + 6x + 9) &\leq 0 \\ 2(x+3)^2 &\leq 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

Uttrykket vil være 0 når $x = -3$, men det vil aldri bli negativt.

Oppgave 6 (2 poeng)

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{45} + \sqrt{80}}{\sqrt{125}} &= \frac{\sqrt{5 \cdot 9} + \sqrt{16 \cdot 5}}{\sqrt{5 \cdot 25}} \\ &= \frac{\sqrt{5}(3+4)}{5\sqrt{5}} \\ &= \frac{7}{5} \end{aligned}$$

Oppgave 7 (2 poeng)

$$\begin{aligned}
9^2 \cdot 3^{-3} \cdot 8^{\frac{2}{3}} \cdot 27^{-\frac{2}{3}} &= (3^2)^2 \cdot 3^{-3} \cdot (2^3)^{\frac{2}{3}} \cdot (3^3)^{-\frac{2}{3}} \\
&= 3^{2\cdot 2} \cdot 3^{-3} \cdot 2^{3\cdot\frac{2}{3}} \cdot 3^{3\cdot(-\frac{2}{3})} \\
&= 3^4 \cdot 3^{-3} \cdot 2^2 \cdot 3^{-2} \\
&= 3^{4-3-2} \cdot 2^2 \\
&= 3^{-1} \cdot 2^2 \\
&= \frac{4}{3}
\end{aligned}$$

Oppgave 8 (2 poeng)

$$\begin{aligned}
\lg 10 + \lg 0,1 + \lg \frac{1}{100} + \lg \sqrt[1]{3} &= 1 + \lg 10^{-1} + \lg 10^{-2} + \lg 10^{\frac{1}{3}} \\
&= 1 - 1 - 2 + \frac{1}{3} \\
&= \frac{-6+1}{3} \\
&= -\frac{5}{3}
\end{aligned}$$

Oppgave 9 (4 poeng)

a)

$$\begin{aligned}
\lg\left(\frac{3x+3}{3}\right) &= 3 \\
\lg\left(\frac{3(x+1)}{3}\right) &= 3 \\
\lg(x+1) &= 3 \\
x+1 &= 10^3 \\
x &= 1000 - 1 \\
x &= 999
\end{aligned}$$

Oppgave 10 (2 poeng)

Uttrykker areal av det skraverte området :

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b - b^2$$

2.kvadratsetning

Oppgave 11 (2 poeng)

$\angle B = 90^o$, altså en rettvinklet trekant

$\tan \angle A = 1$, da må $\angle A = \angle C$, altså er $\angle A = \angle C = 45^o$
og da er også lengdene $AB = BC$
Hypotenusen $AC = 4$

Bruker så Pythagoras til å finne AB og BC

$$\begin{aligned} x^2 + x^2 &= 4^2 \\ 2x^2 &= 16 \\ x^2 &= 8 \\ x &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Oppgave 12 (2 poeng)

Sannsynligheten for at koden starter med 2 4 er : $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$
Sannsynligheten for at koden starter med 4 2 er : $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$
Da er sannsynligheten for at den enten starter med 2 4 eller 4 2 : $\frac{2}{100} = \frac{1}{50}$

Eller vi kan tenke litt annerledes :
Det er 10 koder som starter med 2 4 , og 10 som starter med 4 2.
Totalt er det 1000 koder (fra 000 til 999), Da blir sannsynligheten $\frac{20}{1000} = \frac{1}{50}$

Oppgave 13 (4 poeng)

a) Vi har en likesidet trekant, den kan vi dele i to like store 30-60-90-trekant.
Vi setter $AB = AC = BC = 2$
Da blir $\sin 30^o = \frac{1}{2}$
(lag tegning)

b) Cosinussetningen : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$$
\begin{aligned}
\cos 60^o = \sin 30^o = \frac{1}{2} \\
QR^2 &= PQ^2 + PR^2 - 2 \cdot PQ \cdot PR \cdot \cos P \\
&= 8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} \\
&= 64 + 25 - 40 \\
&= 49 \\
QR &= \sqrt{49} \\
&= 7
\end{aligned}
$$

Oppgave 14 (4 poeng)

p er en 3.gradsfunksjon, da vil p' være en 2.gradsfunksjon, altså 2 eller 6.
p starter og slutter med å stige, da er p' positiv, altså må dette være 2.

q er en lineær funksjon, og har derfor konstant stigning. Da vil q' være en horisontal linje, altså 4.

r er en parabel (2.gradsfunksjon), og r' vil da være en lineær funksjon, altså 5.

s er en eksponentiell funksjon, som er synkende hele tiden, men den synker gradvis saktere. s' vil da være negativ hele veien, og nærme seg 0 nedenfra, altså 3.

Oppgave 15 (2 poeng)

Grafen til den deriverte, f' er en parabel siden f er en tredjegradsfunksjon.

Den er positiv hele veien (f stiger) bortsett fra i terrassepunktet, altså når $x = 2$, der vil $f' = 0$

Når $x = 1$ er den deriverte $f'(1) = 3$, fordi dette er stigningstallet til tangenten i dette punktet.

Når $x = 4$ er den deriverte $f'(4) = 12$, fordi dette er stigningstallet til tangenten i dette punktet.

Når vi i tillegg ser på at parabelen er symmetrisk om likevektslinja så får vi :

x	0	1	2	3	4
y	12	3	0	3	12