Eksamen 1T
Høst 2021
Eksamen
Løsningsforslag

DEL 1

Oppgave 1

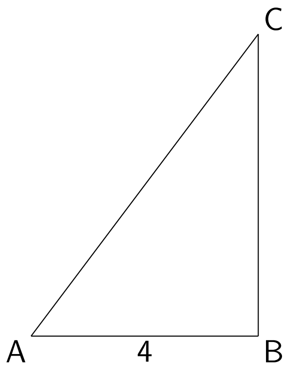
a)
En linje som er parallell med $y = -2x + 9$ har samme stigningstall, altså må den være på formen : $y = -2x + b$

Setter det kjente punktet inn i dette uttrykket for å finne verdien til b.

$$
\begin{aligned}
y &= -2x + c \\
-6 &= -2 \cdot 5 + b \\
b &= -6 + 10 = 4
\end{aligned}
$$

Da blir likningen for linja $m : y = -2x + 4$

Oppgave 2



$\cos A = \frac{\text{hos}}{\text{hyp}} = \frac{1}{2}$

$\sin C = \frac{\text{mot}}{\text{hyp}} = \frac{1}{2}$

Dette er en $30 - 60 - 90$-trekant, da er hypotenusen dobbelt så lang som det korteste katetet, altså er $AC = 8$.

Oppgave 3

$$x^3 + 2x^2 - 7x + 4 = 0$$
$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 4$$
$$P(1) = 1 + 2 - 7 + 4 = 0$$

da vet vi at $x - 1$ er en faktor i P(x)

$$(x^3 + 2x^2 - 7x + 4) : (x - 1) = x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$$
$$(x - 1)^2(x + 4) = 0$$
$$x = 1 \lor x = -4$$

Oppgave 4

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - y &= -1 \\ x + y &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= -x - 2 \\ x^2 + 2x - (-x - 2) &= -1 \\ x^2 + 2x + x + 2 + 1 &= 0 \\ x^2 + 3x + 3 &= 0 \\ x &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 12}}{2} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{-3}}{2} \end{aligned}$$

Denne likningen kan ikke løses (ingen reell løsning) fordi vi får negativ verdi under rottegnet.

Oppgave 5

Den deriverte har nullpunkt når grafen har ekstremalpunkter, altså i $x = -2$ og $x = 4$.

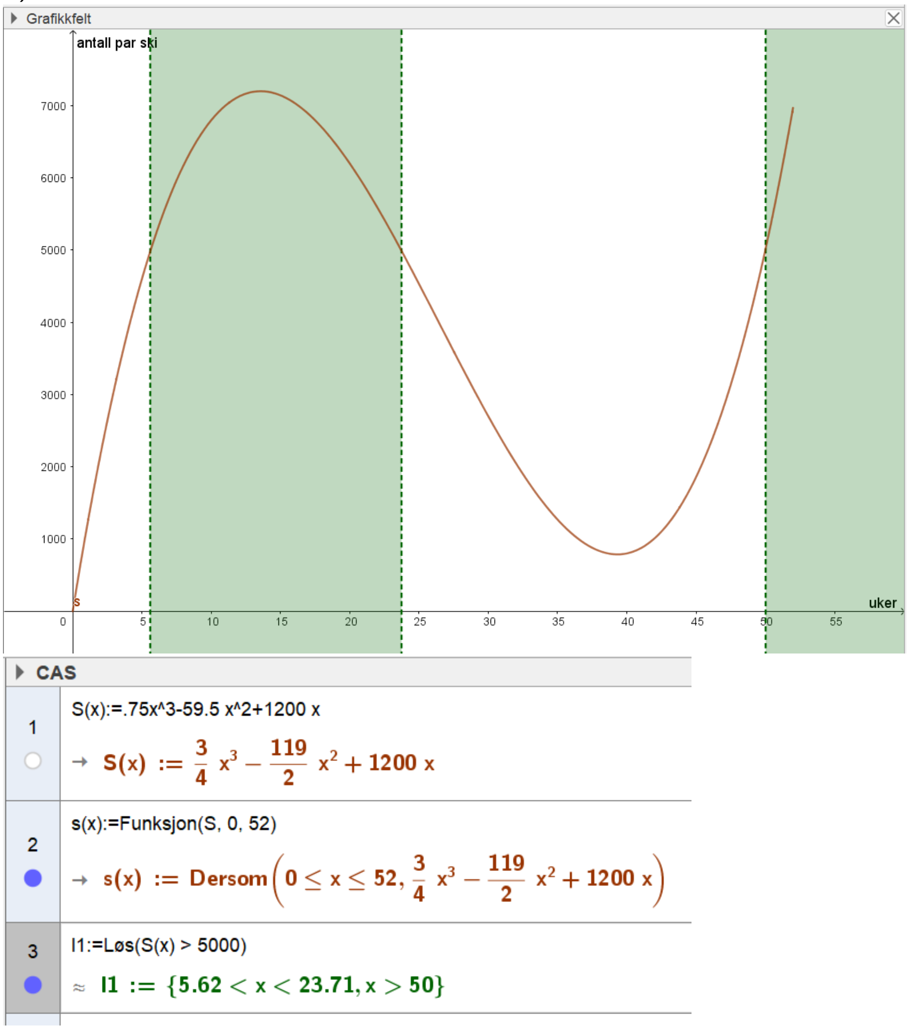
Når $x = 1$ har grafen en momentan vekst på $a = 9$, det vil si at $f'(1) = 9$

$$\begin{aligned} f'(x) &= a(x + 2)(x - 4) \\ f'(1) &= 9 \\ a(1 + 2)(1 - 4) &= 9 \\ a \cdot 3 \cdot (-3) &= 9 \\ a &= -1 \\ f'(x) &= -(x + 2)(x - 4) \\ &= -(x^2 - 2x - 8) \\ &= -x^2 + 2x + 8 \end{aligned}$$

DEL 2

Oppgave 1

a)



Butikken selger mer enn 5000 par ski i uke 5 til 23 og i uke 50 til 52. Det blir tilsammen 20 uker.

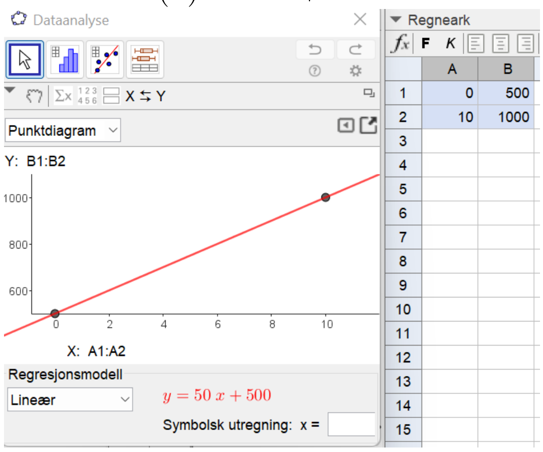
b)
$S'(30) = -345$, dvs. at salget sank med 345 par ski pr.uke i uke 30.

Oppgave 2

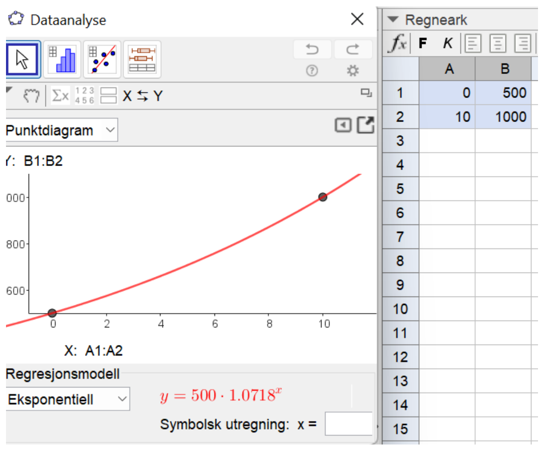
a)

$$L(0) = 500$$
$$L(10) = 1000$$
$$a = \frac{1000 - 500}{10 - 0} = \frac{500}{10} = 50$$
$$L(x) = 50x + 500$$

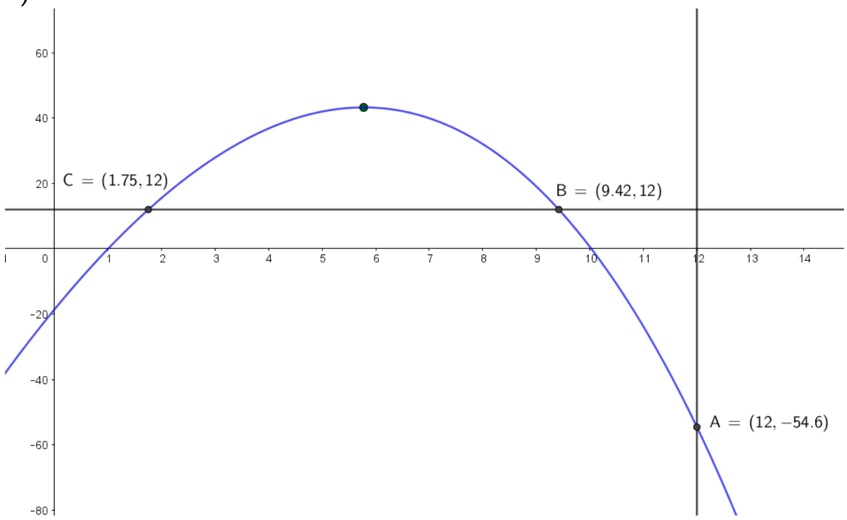
Alternativ 2:
Bruker regresjonsanalyse i Geogebra, legger inn punkene (0,500) og (10,1000)i regnearket, og velger lineærmodell.
Får da at $L(x) = 50x + 500$



b)
Bruker regresjonsanalyse i Geogebra, legger inn punkene (0,500) og (10,1000)i regnearket, og velger eksponentiell modell.
Får da at $E(x) = 500 \cdot 1,072^x$



c)

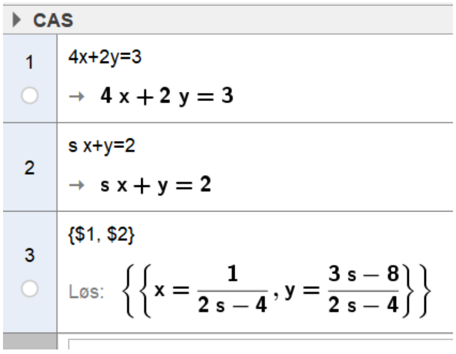


Grafen til $F(x)$ viser forskjellen mellom den Lineære og den eksponentielle modellen.

Når $x = 12$: I 12.året vil den Eksponentielle modellen vise 54 dyr mer enn den lineære.

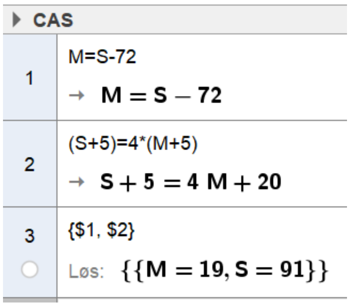
Når $y = 12$: Differansen mellom de to modellene, den lineære modellen viser 12 dyr mer enn den eksponentielle, i år 2 og i år 9.

Oppgave 3



Dette likningssettet kan ikke løses når $s = 2$, fordi vi da dividerer med 0.

Oppgave 4



Linje 1 : Alder Monica er 72 mindre enn alder Sissel.

Linje 2 : Alder Sissel om 5 år = 4 ganger alder Monica.

Oppgave 5

a) Ser først på $\triangle ABD$: $180° - 120° - 30° = 30°$ Dette er altså en likebeint trekant.

Bruker sinussetningen:

$$\frac{BD}{\sin 120°} = \frac{a}{\sin 30°}$$
$$BD = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}a$$

CAS	
1	Løs(x/sin(120°)=a/(sin(30°)))
	→ $\{x = \sqrt{3}\, a\}$

som skulle vises.

b)

Bruker cosinussetningen for å finne DC:

Linje 1-3 :
definerer lenden på AB, AD, BD

Linje 4-5 :
Løser likningern og finner $CD = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2} \cdot a$, bruker kun det positive svaret fordi vi skal ha en lengde.

Linje 6-7 :
definerer CD og BC.

Linje 8 :
finner omkretsen
$O = \frac{1}{2}a(3\sqrt{2} + \sqrt{6} + 4)$

CAS	
1	AB:=a
	→ AB := a
2	AD:=a
	→ AD := a
3	BD:=sqrt(3) a
	→ BD := $\sqrt{3}$ a
4	Løs(x^2=(sqrt(2) a)^2+(sqrt(3)a)^2-2 sqrt(2) a sqrt(3) a cos(75°))
	✓ Løs$\left(x^2 = \left(\sqrt{2}\, a\right)^2 + \left(\sqrt{3}\, a\right)^2 - 2\sqrt{2}\, a \sqrt{3}\, a \cos(75°)\right)$
5	Løs(x² = (sqrt(2) a)² + (sqrt(3) a)² - 2sqrt(2) a sqrt(3) a cos(75°))
	→ $\left\{x = \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}\, a, x = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\, a\right\}$
6	CD:= (sqrt(2) + sqrt(6)) / 2 a
	→ CD := $\frac{1}{2}$ a $\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)$
7	BC:=sqrt(2) a
	→ BC := $\sqrt{2}$ a
8	O:=CD+BC+AD+AB
	→ O := $\frac{1}{2}$ a $\left(3\sqrt{2}+\sqrt{6}+4\right)$

c)

Linje 1 : finner areal av $\triangle ABD = \frac{1}{4}a^2\sqrt{3}$

Linje 2 : finner areal av $\triangle BCD = \frac{1}{4}a^2(\sqrt{3} + 3)$

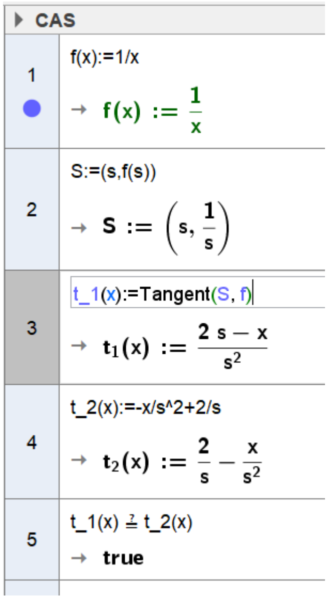
Linje 3 : Totalt areal $= = \frac{1}{4}a^2(2\sqrt{3} + 3)$

Linje 4 : finner a slik at totalt areal er $\sqrt{3}$, da blir $a = \sqrt{6} - \sqrt{2}$

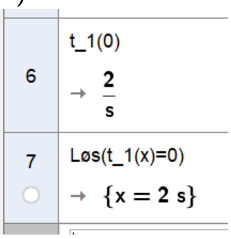
9	Areal1:=1/2 AD AB sin(120°)
	→ Areal1 := $\frac{1}{4}\sqrt{3}\, a^2$
10	Areal2:=1/2 BC BD sin(75°)
	→ Areal2 := $\frac{1}{4}$ a^2 $\left(\sqrt{3}+3\right)$
11	ArealTot:=Areal1+Areal2
	→ ArealTot := $\frac{1}{4}$ a^2 $\left(2\sqrt{3}+3\right)$
12	Løs(ArealTot=sqrt(3))
	→ $\left\{a = \sqrt{2}-\sqrt{6}, a = -\sqrt{2}+\sqrt{6}\right\}$

Oppgave 6 (5 p.)

a)



b)



c)
$A = (2s, 0)$
$B = (0, \frac{2}{s})$

Areal av trekanten er : $G = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 2s \cdot \frac{2}{s} = 2$

Oppgave 7 (8 p.)

a)
Legger tallene og formlene inn i excel og kopierer ned til 20 etasjer.
Ser da at et tårn med 20 etasjer trener 210 bokser.

	A	B	C
1	Etasjer	Bokser i etg.	Bokser totalt
2	1	1	1
3	2	2	3
4	3	3	6
5	4	4	10
6	5	5	15
⋮	⋮	⋮	⋮
20	19	19	190
21	20	20	210
22	21	21	231
23	22	22	253
24	23	23	276
25	24	24	300
26	25	25	325
27	26	26	351
28	27	27	378
29	28	28	406
30			

	A	B	C
1	Etasjer	Bokser i etg.	Bokser totalt
2	1	=A2	=B2
3	2	=A3	=C2+B3
4	3	=A4	=C3+B4
5	4	=A5	=C4+B5
6	5	=A6	=C5+B6
⋮	⋮	⋮	⋮
20	19	=A20	=C19+B20
21	20	=A21	=C20+B21
22	21	=A22	=C21+B22
23	22	=A23	=C22+B23
24	23	=A24	=C23+B24
25	24	=A25	=C24+B25
26	25	=A26	=C25+B26
27	26	=A27	=C26+B27
28	27	=A28	=C27+B28
29	28	=A29	=C28+B29
30			

b)
Med 400 bokser kan han lage et tårn med 28 etasjer.

c)
Et tårn med 20 etasjer trenger 1540 bokser.

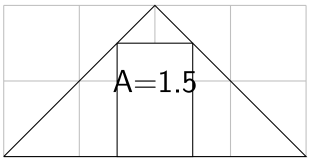
Etasjer	Bokser i etg.	Bokser totalt
1	1	1
2	3	4
3	6	10
4	10	20
5	15	35
19	190	1330
20	210	1540
21	231	1771
22	253	2024
23	276	2300
24	300	2600
25	325	2925
26	351	3276
27	378	3654
28	406	4060

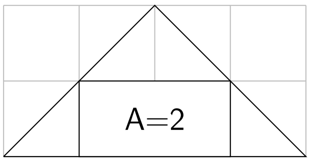
F	G	H
Etasjer	Bokser i etg.	Bokser totalt
1	1	=G2
2	=G2+F3	=H2+G3
3	=G3+F4	=H3+G4
4	=G4+F5	=H4+G5
5	=G5+F6	=H5+G6
19	=G19+F20	=H19+G20
20	=G20+F21	=H20+G21
21	=G21+F22	=H21+G22
22	=G22+F23	=H22+G23
23	=G23+F24	=H23+G24
24	=G24+F25	=H24+G25
25	=G25+F26	=H25+G26
26	=G26+F27	=H26+G27
27	=G27+F28	=H27+G28
28	=G28+F29	=H28+G29

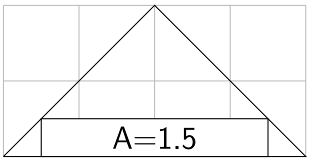
d)
Med 4000 bokser kan hun lage et tårn med 27 etajer.

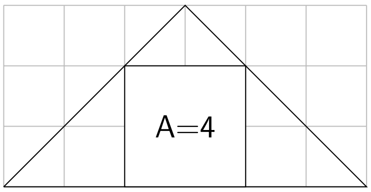
Oppgave 8 (12 p.)

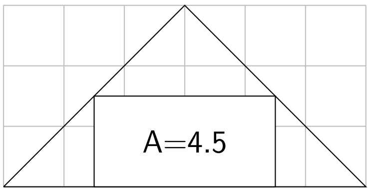
Lengde rektangler	1	2	3	4	5	6	7
Areal når a=2	1.5	2	1.5				
Areal når a=3	2.5	4	4.5	4	2.5		
Areal når a=4	3.5	6	7.5	8	7.5	6	3.5

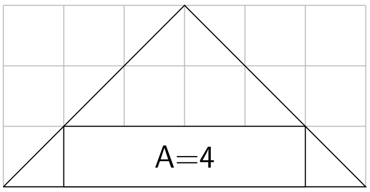






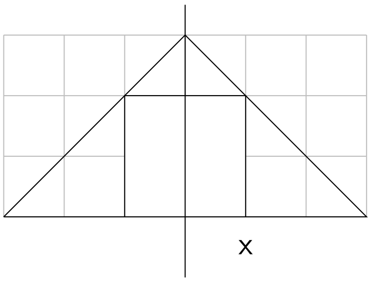






Trekanten ABC er rettvinklet, da vet vi at y-aksen deler trekanten i 2 like rettvinklede trekanter.
Hvis AB=2a, vil koordinatene til B=(a,0) og C=(0,a).
Linjen gjennom B og C vil da ha stigningstall : $\frac{0-a}{a-0} = -1$, og konstantledd a.
Altså vil linjen ha likningen $y = -x + a$

Det ser ut som arealet er størst når rektangelet er et kvadrat.



Legges trekanten inn i koordinatsystemet blir da lengden av rektangelet $2x$ og bredden blir f(x), når $f(x) = -x + a$

Da blir arealet av rektangelet

$$F(x) = 2x \cdot f(x) = 2x(-x + a)$$

Størst areal er når $F'(x) = 0$, da er $x = \frac{a}{2}$, og $f(\frac{a}{2}) = \frac{a}{2}$, altså lengde=bredde og vi har et kvadrat.
Areal av kvadratet er da $\frac{a^2}{2}$, som vi ser stemmer med beregningene vi gjorde i tabellen.

$$
\begin{aligned}
F(x) &= 2x(-x+a) \\
&= -2x^2 + 2ax \\
F'(x) &= -4x + 2a \\
&= -2(2x-a) \\
F'(x) &= 0 \\
(2x-a) &= 0 \\
2x &= a \\
x &= \frac{a}{2} \\
F(\frac{a}{2}) &= 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot (-\frac{a}{2} + a) \\
&= a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{2}
\end{aligned}
$$