Utdanningsdirektoratet

Eksamen

25.05.2022

MAT1021 Matematikk 1T

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 6 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du • viser regneferdigheter og matematisk forståelse • gjennomfører logiske resonnementer • ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner • kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler • forklarer framgangsmåter og begrunner svar • skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger • vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1

a) Løs likningen

$$(x-2)(x+1)=0$$

b) Sett opp en ulikhet som har løsning $x \in \langle \leftarrow, -1 \rangle \cup \langle 2, \rightarrow \rangle$
Husk å begrunne svaret.

Oppgave 2

Bestem r og s slik at sammenhengen nedenfor blir en identitet

$$9x^2 - 30x + r = (3x - s)^2$$

Oppgave 3

Om en rettvinklet trekant ABC får du vite at $\tan \angle B = \dfrac{3}{4}$

- Kan det være riktig at $\sin \angle B = \dfrac{3}{10}$?
- Kan det være riktig at den ene kateten er 6 og den andre kateten er 8?
- Kan det være riktig at hypotenusen er kortere enn 4?

Husk å begrunne alle tre svarene.

Oppgave 4

```python
def f(x):
    return x ** 2    # Definerer funksjonen f gitt ved f(x) = x ^ 2

x = 1

while f(x) <= 400:
    print(f(x))
    x = x + 1
```

Forklar hva som skjer når programmet ovenfor kjøres.
Hva blir resultatet?

Oppgave 5

En rasjonal funksjon f har vertikal asymptote $x = -2$ og horisontal asymptote $y = 3$.

Bestem to mulige funksjonsuttrykk for f.
Husk å forklare hvordan du tenker.

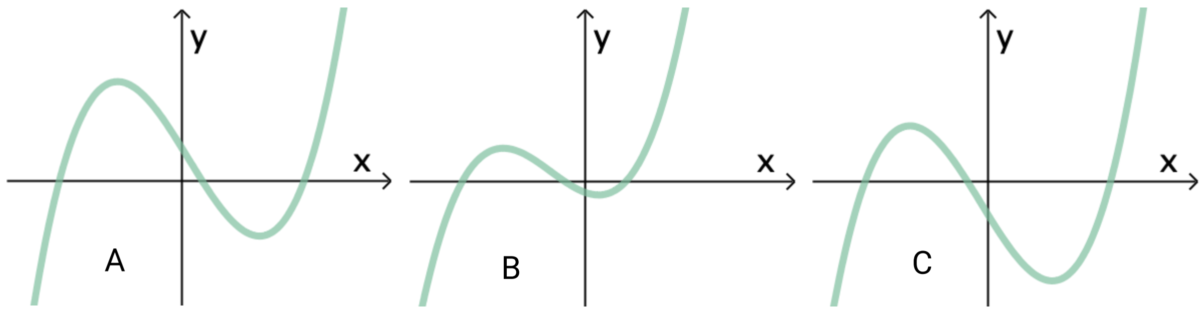
Oppgave 6

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=2x^3+x^2-18x-9$$

a) Vis at divisjonen $f(x):(x-3)$ går opp.

b) Gjør beregninger, og vurder hvilken av grafene nedenfor som kan være grafen til f.



DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1

En fabrikk har en vanntank. Vannet i tanken skal tappes ut.

Anta at funksjonen V gitt ved

$$V(x) = 2000 - 2000 \cdot \left(1 - \frac{x}{40}\right)^2 \quad , \quad 0 \le x \le 40$$

kan brukes som en modell for hvor mange liter vann $V(x)$ som er tappet ut av tanken x minutter etter at tappingen startet.

a) Bestem $V(0)$. Gi en praktisk tolkning av svaret.

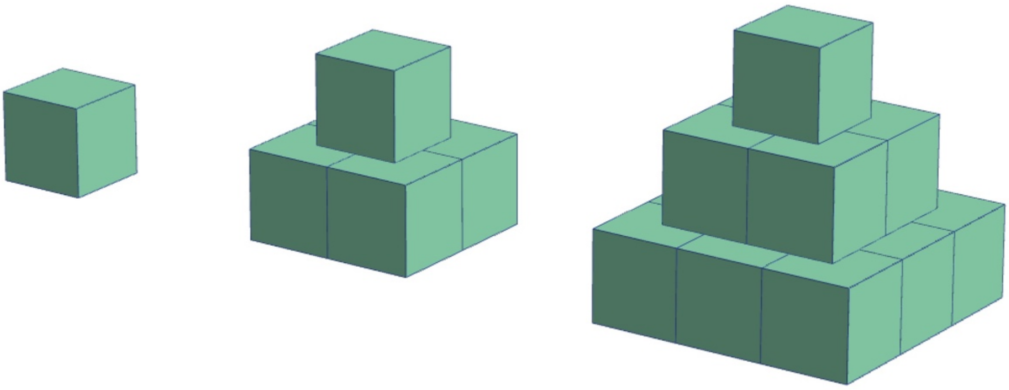
b) Bestem verdimengden til V.

c) Hvor lang tid vil det ta før halvparten av vannet er tappet ut av tanken?

d) Bestem stigningstallet til den rette linjen som går gjennom punktene $(0, V(0))$ og $(30, V(30))$. Gi en praktisk tolkning av svaret.

e) Undersøk om det noen gang vil tappes ut mer enn 105 liter vann i løpet av ett minutt.

Oppgave 2



Figur 1 Figur 2 Figur 3

Ovenfor ser du tre figurer. Figurene er satt sammen av små klosser. Roar vil fortsette å lage figurer etter samme mønster.

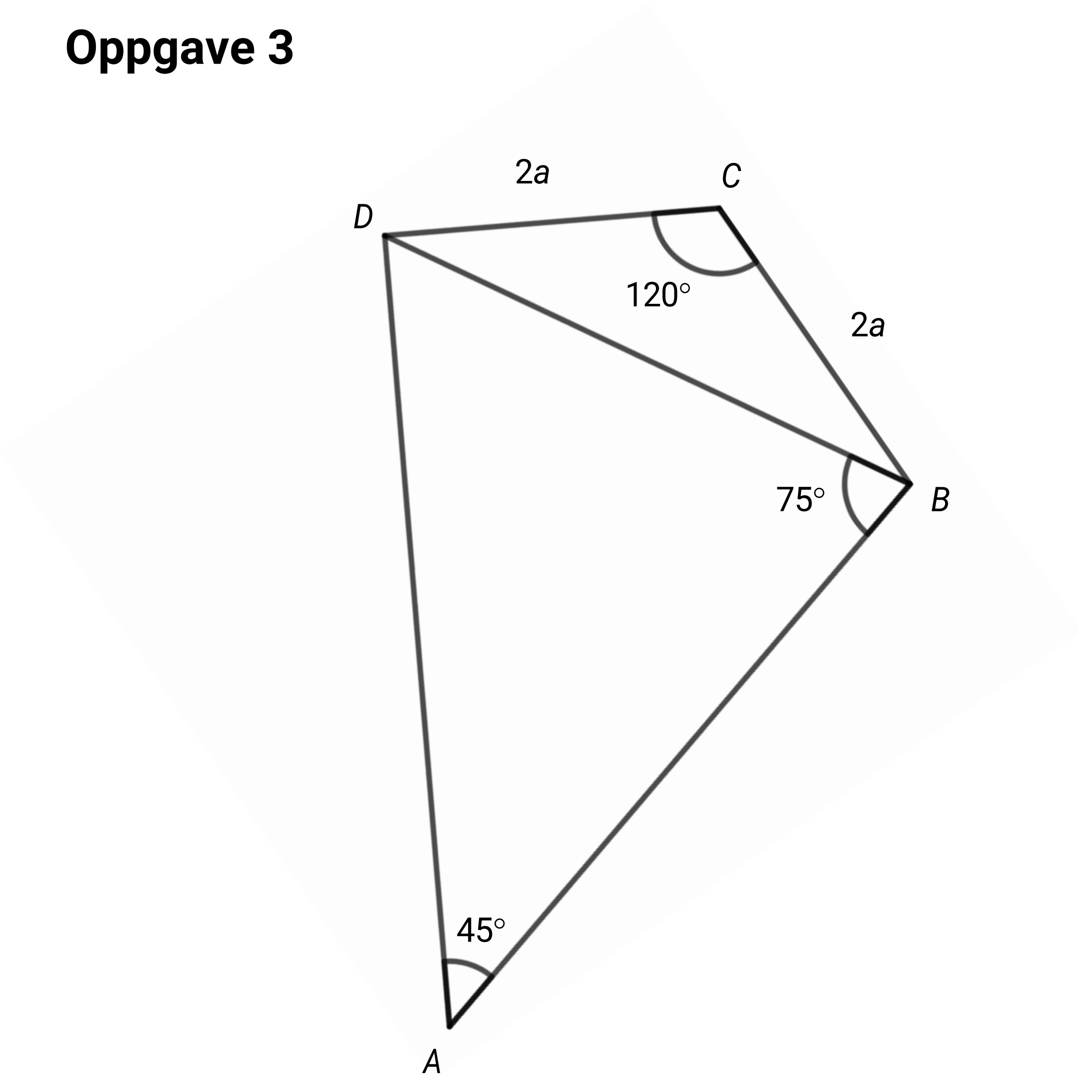
a) Hvor mange klosser trenger han for å lage figur 5?

b) Hvor mange klosser trenger han til sammen for å lage de 10 første figurene?

Roar har 10 000 klosser. Han vil starte med den minste figuren og lage én figur i hver størrelse.

c) Hvor mange figurer kan han lage?
Hvor mange klosser vil han ha igjen når han har laget figurene?

Oppgave 3



Gitt firkanten $ABCD$ ovenfor.

a) Bestem et eksakt uttrykk for omkretsen av firkanten.

b) Vis at forholdet mellom arealet av ΔABD og arealet av ΔBCD er $\frac{3}{2}\left(\sqrt{3}+1\right)$

Oppgave 4

Da Eline og Malene kom til hytta, var temperaturen i stua 2,0 °C. De skrudde på varmen og stilte termostaten på 20 °C. Tabell 1 viser temperaturen i stua x minutter etter at de skrudde på varmen.

Tid (minutter)	1	5	10	20	30	50	80	120
Temperatur (°C)	2,0	3,7	5,3	8,0	10,2	13,4	16,4	18,4

Tabell 1

Eline og Malene vil lage en modell som viser temperaturen i stua x minutter etter at de skrudde på varmen. De starter med å bruke tallene i tabell 1 til å lage en modell T_1 på formen $T_1(x) = a \cdot x^b$

a) Bestem tallene a og b.

b) Vurder gyldighetsområdet til modellen T_1.

Eline og Malene ønsker å forbedre modellen T_1. Eline foreslår at de skal trekke 20 °C fra hver temperatur de har målt, og heller bruke en eksponentialfunksjon som modell. Hun setter opp en ny tabell.

Tid (minutter)	1	5	10	20	30	50	80	120
Korrigert temperatur (°C)	–18,0	–16,3	–14,7	–12,0	–9,8	–6,6	–3,6	–1,6

Tabell 2

c) Lag en eksponentialfunksjon f som passer godt til tallene i tabell 2.

d) Tegn grafen til T_1 og grafen til f i samme koordinatsystem.
Beskriv forskjeller mellom de to grafene.

Malene mener de kan bruke funksjonen f til å lage en bedre modell enn T_1 for temperaturen i stua. «Vi løfter grafen til f opp 20 °C, slik at den starter omtrent i punktet $(0,2)$», sier hun. «Da vil den passe perfekt.»

e) Bruk funksjonen f, og lag en modell T_2 ved å gjøre som Malene foreslår.
Hva vil temperaturen i stua være etter 4 timer ifølge modellen T_2?

Oppgave 5

Grafen til en andregradsfunksjon f har

- en tangent i punktet $(1, f(1))$ med stigningstall 0
- en tangent i punktet $(4, f(4))$ med stigningstall 6

a) Bestem $f'(x)$

Grafen til f skjærer y-aksen i punktet $(0,4)$.

b) Bestem $f(x)$

Oppgave 6

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 2b \cdot x^2 + (b^2 + 3) \cdot x \quad \text{der} \quad b \in \mathbb{R}$$

a) Vis at f bare har ett nullpunkt uavhengig av verdien av b.

b) Løs likningen $f'(x) = 0$
For hvilke verdier av b har grafen til f bare ett stasjonært punkt?

Dersom $b \neq 0$ har grafen til f to tangenter med stigningstall 3.

c) Bestem likningene for disse tangentene.