Utdanningsdirektoratet

Eksamen

20.11.2023

MAT1021 Matematikk 1T

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

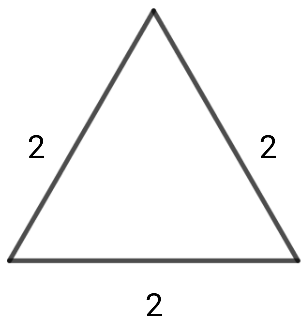
Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 7 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Sensor vurderer i hvilken grad du • viser regneferdigheter og matematisk forståelse • gjennomfører logiske resonnementer • ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner • kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler • forklarer framgangsmåter og begrunner svar • skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger • vurderer om svar er rimelige
Om vekting av oppgavene	Hver deloppgave vektes likt når besvarelsen din blir vurdert, med unntak av • oppgave 2 og 3 i Del 1 • oppgave 2, 3b og 6 i Del 2 som vektes 1,5 ganger så mye som de andre deloppgavene.
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger osv. • Flyttelass, Pixabay (18.03.2023) Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1

En likesidet trekant har sidelengder 2.
Se figuren til høyre.



Bruk trekanten til å vise at

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

Oppgave 2

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$$

I hvilke punkter skjærer grafen til funksjonen x - aksen?

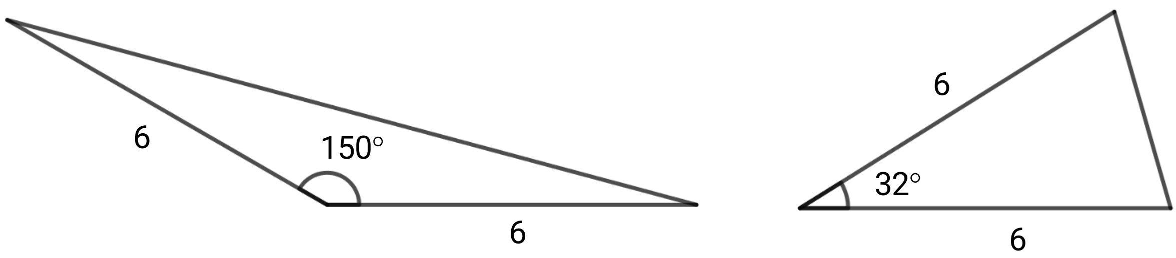
Oppgave 3

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 4$$

Bestem likningen for tangenten til grafen til f i punktet $(1, f(1))$.

Oppgave 4



Hvilken av de to trekantene har størst areal?

Husk å argumentere for at svaret ditt er riktig.

Oppgave 5

Funksjonene f og g er gitt ved

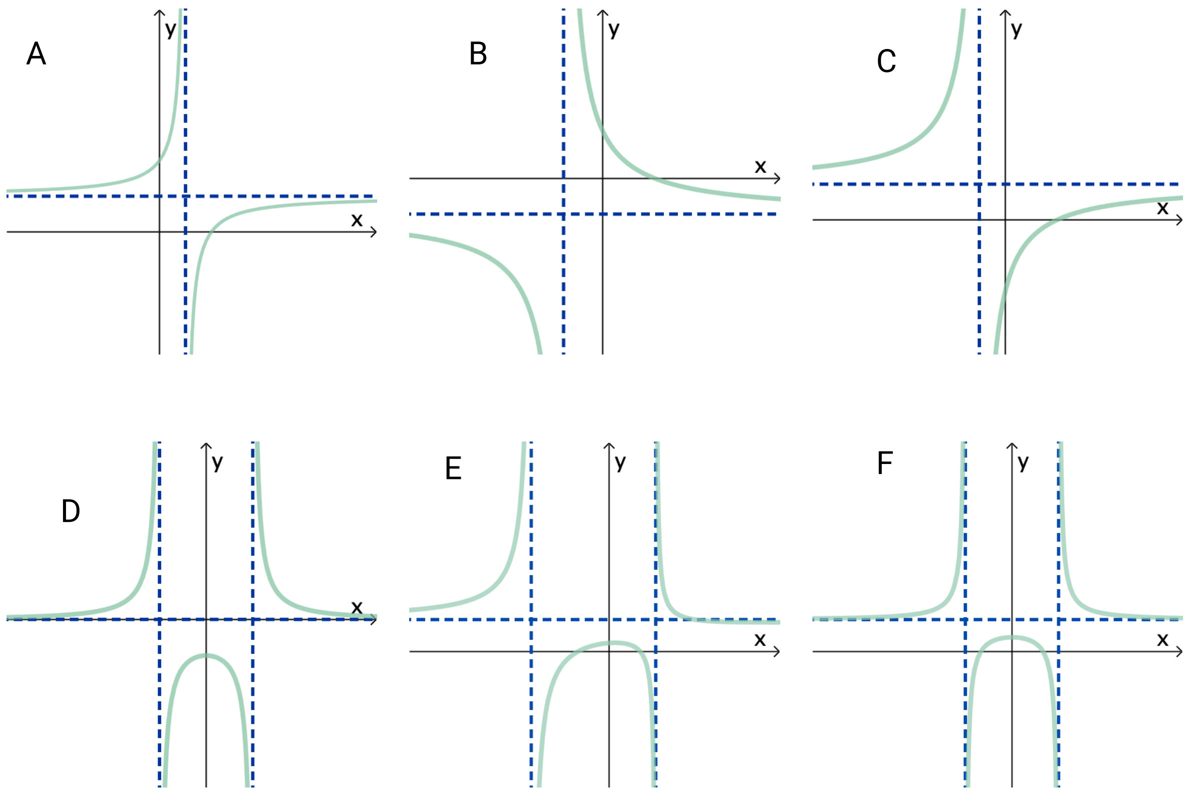
$$f(x)=\frac{2x-8}{x+2}$$

$$g(x)=\frac{x^2-4}{(x-3)(x+3)}$$

a) Hvilken av grafene nedenfor er grafen til f ?

b) Hvilken av grafene nedenfor er grafen til g ?

Husk å argumentere for at svarene dine er riktige.



DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1

En gruppe statistikere har sett på hvordan folketallet i et område har endret seg siden 1960, og laget en modell F gitt ved

$$F(x)=\frac{1}{1000}\cdot\left(0{,}027x^3-5{,}8x^2+220x+7900\right)\quad,\qquad x\in\left[0,80\right]$$

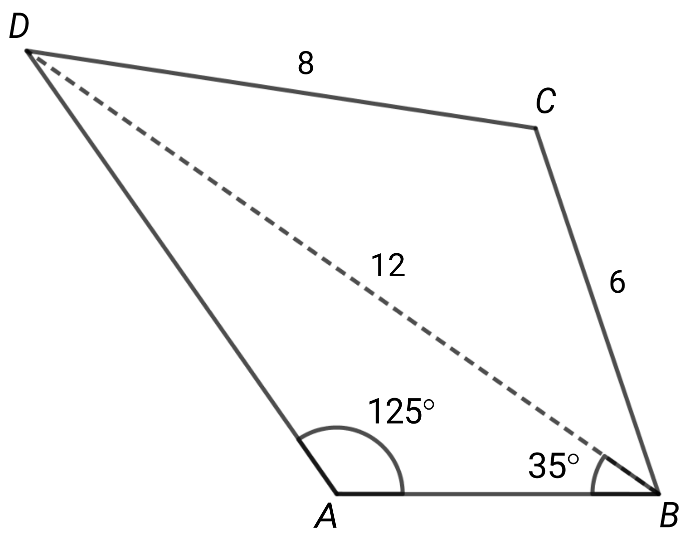
for folketallet $F(x)$ tusen innbyggere i området x år etter 1960.

a) Vis hvordan du på to ulike måter kan bestemme når folketallet var høyest ifølge modellen.

b) Bestem stigningstallet til den rette linjen som går gjennom punktene $(30, F(30))$ og $(70, F(70))$. Gi en praktisk tolkning av dette stigningstallet.

c) Når vil folketallet avta raskest ifølge modellen?

Oppgave 2



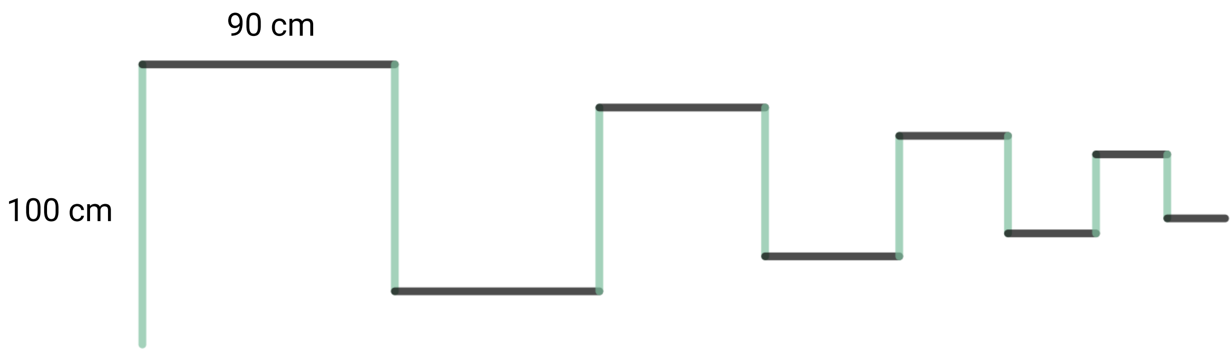
I denne oppgaven skal du vise at du kan bruke trigonometri til å bestemme arealet av figuren ovenfor.

Bestem arealet. Husk å gjøre rede for hvilke trigonometriske sammenhenger du bruker.

Oppgave 3

I denne oppgaven skal du arbeide med linjestykker som settes sammen til en figur.

Skissen nedenfor viser de 16 første linjestykkene i figuren. Lengden av et linjestykke er alltid 90 % av lengden av det forrige linjestykket. Det første linjestykket er 100 cm langt.



a) Bestem summen av lengdene av de 8 første linjestykkene i figuren.

b) Lag et program som du kan bruke til å bestemme summen av lengdene av linjestykkene dersom det er mange linjestykker i figuren.

Hvor mange linjestykker må vi ha med i figuren dersom summen av lengdene skal bli minst 9 meter?

c) Hvor mange prosent øker summen av lengdene dersom vi øker antall linjestykker i figuren fra 50 til 100?

Oppgave 4

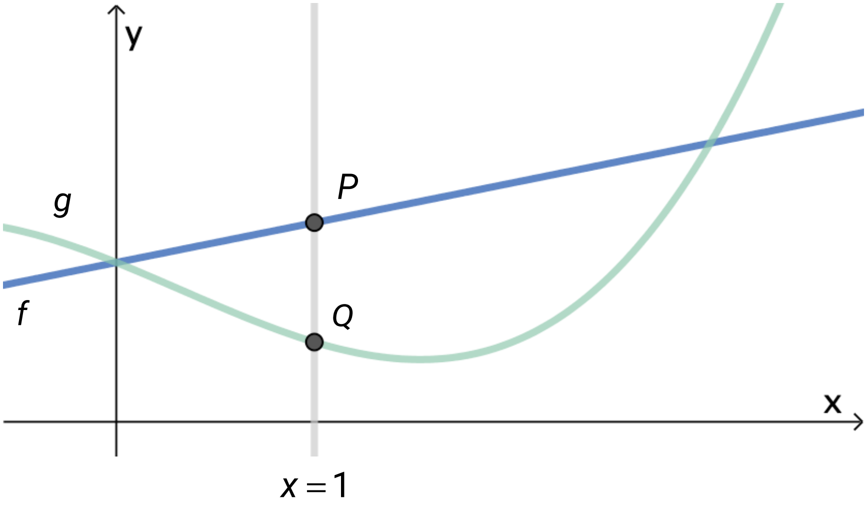
Tabellen nedenfor viser antall personer i Norge som hadde fiske som hovedyrke noen år i perioden 1952–2022.

År	1952	1982	1992	2002	2012	2022
Antall fiskere	65 956	25 289	19 780	13 841	9 825	9 591

a) La x være antall år etter 1950 og bruk opplysningene i tabellen til å bestemme en modell F som du mener kan brukes til å si noe om antall personer som har hatt fiske som hovedyrke i perioden 1952–2022.

b) Hvor mange personer i Norge vil i 2050 ha fiske som hovedyrke ifølge modellen fra oppgave a)? Vurder modellens gyldighetsområde.

Oppgave 5



Ovenfor har Sara tegnet grafene til funksjonene f og g gitt ved

$$f(x) = 2x + 8$$

$$g(x) = x^3 - x^2 - 4x + 8$$

Linjen $x = 1$ skjærer grafen til f i punktet P og grafen til g i punktet Q.

a) Bestem avstanden fra P til Q.

Sara skal tegne en ny linje $x = a$ der $a \in \langle 1, 3 \rangle$ i koordinatsystemet.
Hun vil kalle skjæringspunktet mellom linjen og grafen til f for R og skjæringspunktet mellom linjen og grafen til g for S.

b) Bestem a slik at avstanden fra R til S blir størst mulig. Oppgi svaret eksakt.

Oppgave 6

En tredjegradsfunksjon f er gitt ved

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 64$$

- Punktet $(-8, 0)$ er et toppunkt på grafen til f.
- Den gjennomsnittlige vekstfarten til f i intervallet $[0, 5]$ er $\dfrac{64}{5}$.

Bestem a, b og c.

Oppgave 7

Nedenfor ser du grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x)=\frac{8}{x^2+20}$$

Rektangelet under grafen har hjørner i punktene $(0,0)$, $(5,0)$, $(5,f(5))$ og $(0,f(5))$.

a) Bestem arealet av rektangelet.

b) Lag en systematisk oversikt som viser arealet av rektanglene som har hjørner i punktene $(0,0)$, $(n,0)$, $(n,f(n))$ og $(0,f(n))$ for $n\in\{1,2,3,\dots,10\}$

c) Bestem k slik at arealet av rektangelet som har hjørner i punktene $(0,0)$, $(k,0)$, $(k,f(k))$ og $(0,f(k))$, blir størst mulig.