Utdanningsdirektoratet

Eksamen

26.05.2023

MAT1021 Matematikk 1T

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

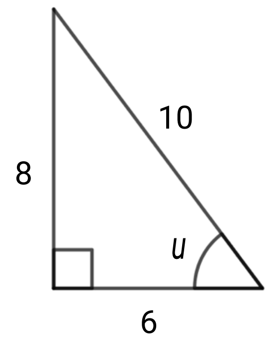
Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Sensor vurderer i hvilken grad du • viser regneferdigheter og matematisk forståelse • gjennomfører logiske resonnementer • ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner • kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler • forklarer framgangsmåter og begrunner svar • skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger • vurderer om svar er rimelige
Om vekting av oppgavene	Hver deloppgave vektes likt når besvarelsen din blir vurdert, med unntak av • oppgave 4 og 5 i Del 1 • oppgave 3, 4b, 5 og 6b i Del 2 som vektes <u>dobbelt så mye</u> som de andre deloppgavene.
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger osv. • Trym og Eira: Kidaha, Pixabay (11.05.2021) Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1

En rettvinklet trekant har sidelengder 8, 6 og 10. Se figuren til høyre.



Vis at

$$(\sin u)^2 + (\cos u)^2 = 1$$

Oppgave 2

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - 2x - 8$$

I hvilke punkter skjærer grafen til funksjonen x - aksen?

Oppgave 3

Gitt likningen

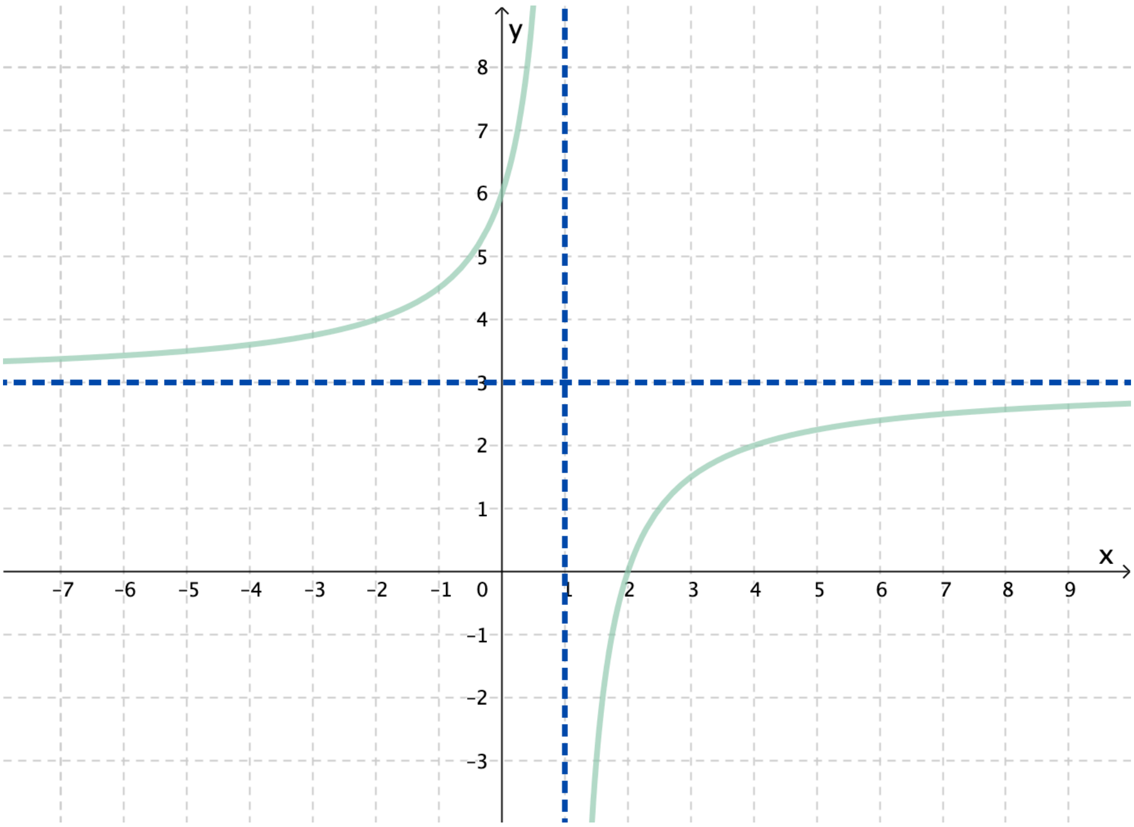
$$x^3 - 5x^2 - 8x + 12 = (x-1)(x+a)(x-b)$$

Bestem a og b slik at likningen blir en identitet.

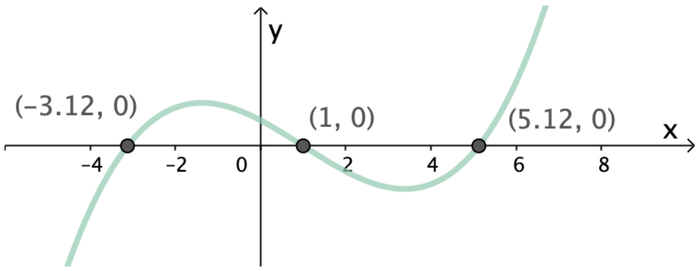
Oppgave 4

Nedenfor ser du grafen til en rasjonal funksjon f.

Bestem $f(x)$. Husk å argumentere for at svaret ditt er riktig.



Oppgave 5



Ovenfor ser du grafen til den deriverte av en funksjon f .

Nullpunktene til f er $x = -4$, $x = -2$, $x = 4$ og $x = 6$

Lag en skisse som viser hvordan grafen til f kan se ut.
Husk å argumentere for hvorfor du mener skissen er riktig.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1

De siste årene har Lars bodd på Svalbard fra 1. februar til 1. oktober. Hvert år har han målt temperaturen utenfor huset sitt på ulike tidspunkt noen dager hver uke.

Han har funnet at funksjonen T gitt ved

$$T(x) = 0{,}048x^4 - 1{,}4x^3 + 13{,}36x^2 - 45{,}8x + 35{,}2 \quad , \quad x \in [2, 10]$$

er en rimelig bra modell for gjennomsnittstemperaturen $T(x)$ °C hvert døgn de månedene han bor på Svalbard, når han lar $x = 2$ svare til 1. februar, $x = 3$ til 1. mars, $x = 4$ til 1. april og så videre.

a) Omtrent hvor mange døgn i perioden 1. februar–1. oktober er gjennomsnittstemperaturen over $0°C$ ifølge modellen?

b) Bestem stigningstallet til den rette linjen som går gjennom punktene $(3, T(3))$ og $(7, T(7))$. Gi en praktisk tolkning av dette stigningstallet.

c) Bestem nullpunkter og ekstremalpunkter til den deriverte funksjonen T'.
Gjør rede for hva koordinatene til hvert av punktene forteller om gjennomsnittstemperaturen utenfor huset til Lars.

Oppgave 2

En gruppe speidere har slått opp telt ved en elv. De har et tau som er 80 m langt, og fire pinner. Tauet og pinnene skal de bruke til å sette opp et gjerde rundt teltet. Området de gjerder inn, skal ha form som et rektangel, og de vil ikke sette opp gjerde langs elven. Se skissen ovenfor.

a) Hvor stort blir arealet av området dersom de velger at lengden skal være 60 meter?

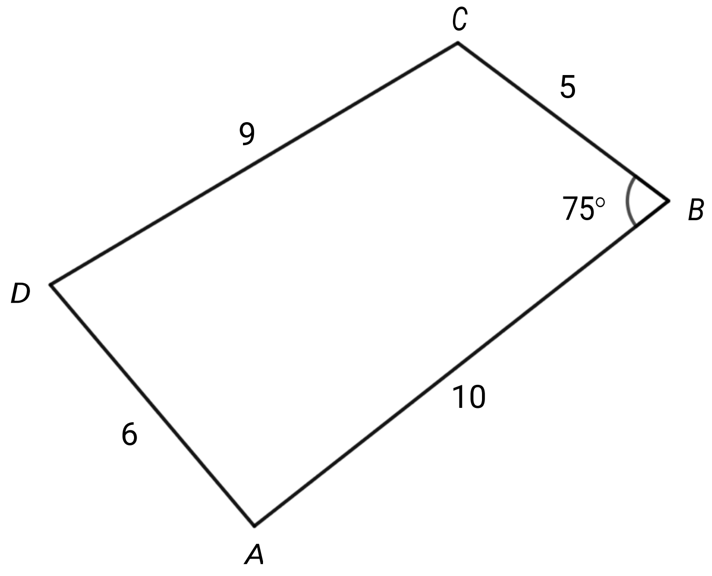
Herman påstår at arealet av området blir størst dersom lengden er dobbelt så lang som bredden.

b) Lag en systematisk oversikt som viser arealet av ulike områder som de kan gjerde inn. Bruk oversikten til å argumentere for at Herman sin påstand kan være riktig.

Josefine lurer på om de kan tegne en graf som viser at Herman har rett. Hun prøver å sette opp et funksjonsuttrykk som hun kan bruke.

c) Sett opp et funksjonsuttrykk for Josefine. Tegn grafen og vis at Hermann sin påstand er riktig.

Oppgave 3



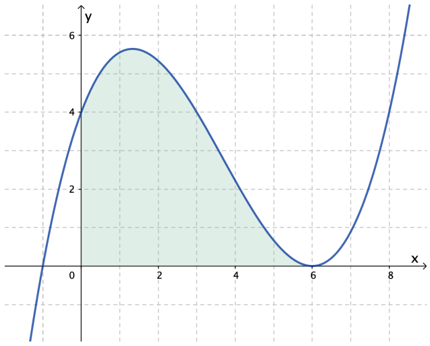
I denne oppgaven skal du vise at du kan bruke trigonometri til å bestemme arealet av figuren ovenfor.

Bestem arealet. Husk å gjøre rede for hvilke trigonometriske sammenhenger du bruker.

Oppgave 4

Til høyre ser du grafen til funksjonen f gitt ved

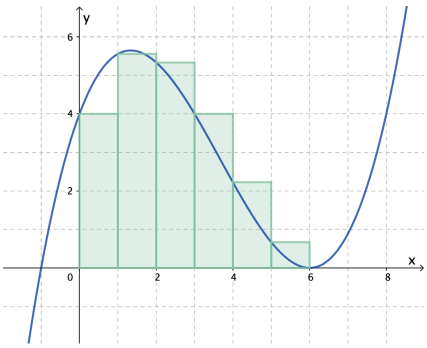
$$f(x) = \frac{1}{9}(x+1)(x-6)^2$$



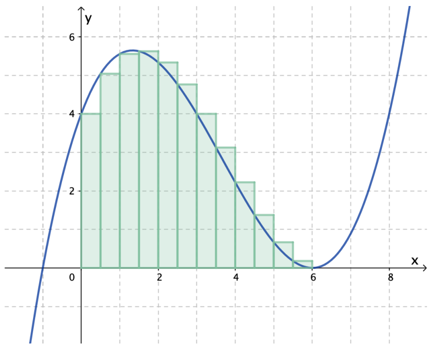
Figur 1

Thea ønsker å bestemme en tilnærmet verdi for arealet av det grønne området som er avgrenset av y - aksen, x - aksen og grafen til f .

Hun vil gjøre dette ved å legge sammen arealene av små rektangler. Hun begynner som vist på figur 2 og figur 3 nedenfor og vil så øke antall rektangler for å få en bedre tilnærming.



Figur 2



Figur 3

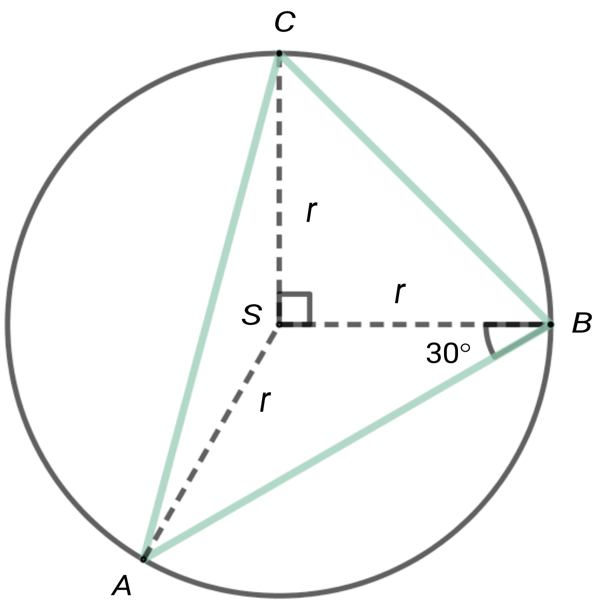
a) Bestem arealet av de seks rektanglene i figur 2.

b) Lag et program som Thea kan bruke når hun skal øke antallet rektangler.
Du kan for eksempel begynne som vist nedenfor.

```
def f(x):
    return 1/9 * (x + 1) * (x - 6) ** 2      # Definerer funksjonen f

x_min = 0       # Minste x-verdi
x_maks = 6      # Største x-verdi

n = 6000        # Antall rektangler

bredde =                          # Bredden av hvert rektangel

```

c) Bruk programmet til å bestemme arealet dersom hun bruker 6000 rektangler.

Oppgave 5



Punktene A, B og C ligger på en sirkel med sentrum i S og radius r.

$\angle SBA = 30^\circ$ og $\angle BSC = 90^\circ$

Arealet av $\triangle ABC$ er $2\sqrt{3} + 6$

Se figuren ovenfor.

Bestem en eksakt verdi for r.

Oppgave 6

Trym og Eira arbeider med oppgaven nedenfor.

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$

Bestem koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

Jeg ser med én gang at grafen må ha et topp- eller bunnpunkt som ligger på y - aksen.

Hvordan ser du det?

Funksjonsuttrykket har ikke et førstegradsledd. Da må det være slik.

Hvorfor det? Vil det alltid være slik?

Ja, i alle fall for alle tredjegradsfunksjoner. Det har jeg lært meg.

Men det er jo ikke slik for grafen til x^3.

Æsj! Det stemmer.

Det kan jo hende du har litt rett likevel, men at det er noe mer vi må se etter?

a) Løs oppgaven elevene arbeider med.

b) Ta utgangspunkt i dialogen ovenfor. Utforsk og kommenter Trym sin «regel».