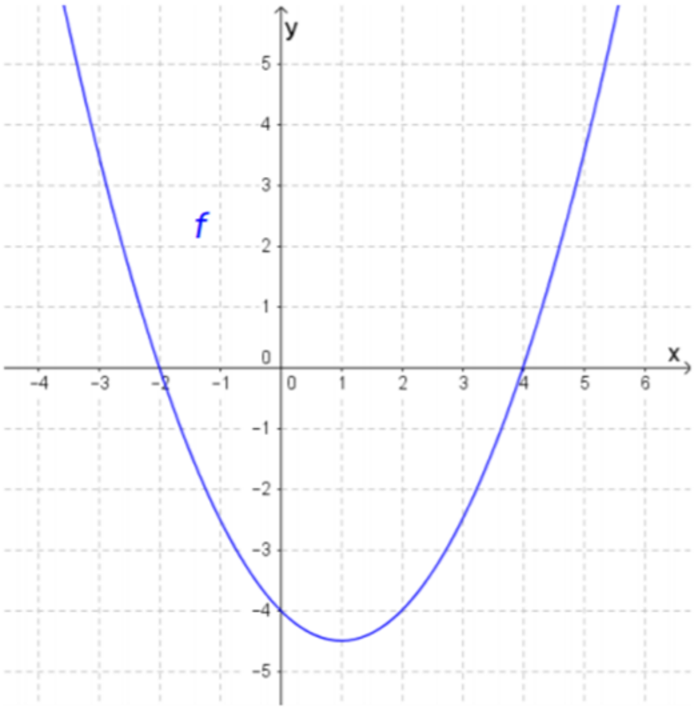
Arbeidshefte

1T Eksamensoppgaver
Funksjoner

DEL 1

Oppgave 1



I koordinatsystemet ovenfor har vi tegnet grafen til en andregradsfunksjon f.
Bestem funksjonsuttrykket $f(x)$.

Oppgave 2

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = (x-1)(x-1)(x+2)$$

a) Bestem nullpunktene til f.

b) Vis at $f(x) = x^3 - 3x + 2$

c) Bestem $f'(x)$ og bruk den deriverte til å bestemme eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

d) Bestem likningen for tangenten til f i punktet $(0,2)$.

e) Vis at grafen til f ikke har andre tangenter som er parallelle med tangenten du fant i oppgave d).

Oppgave 3

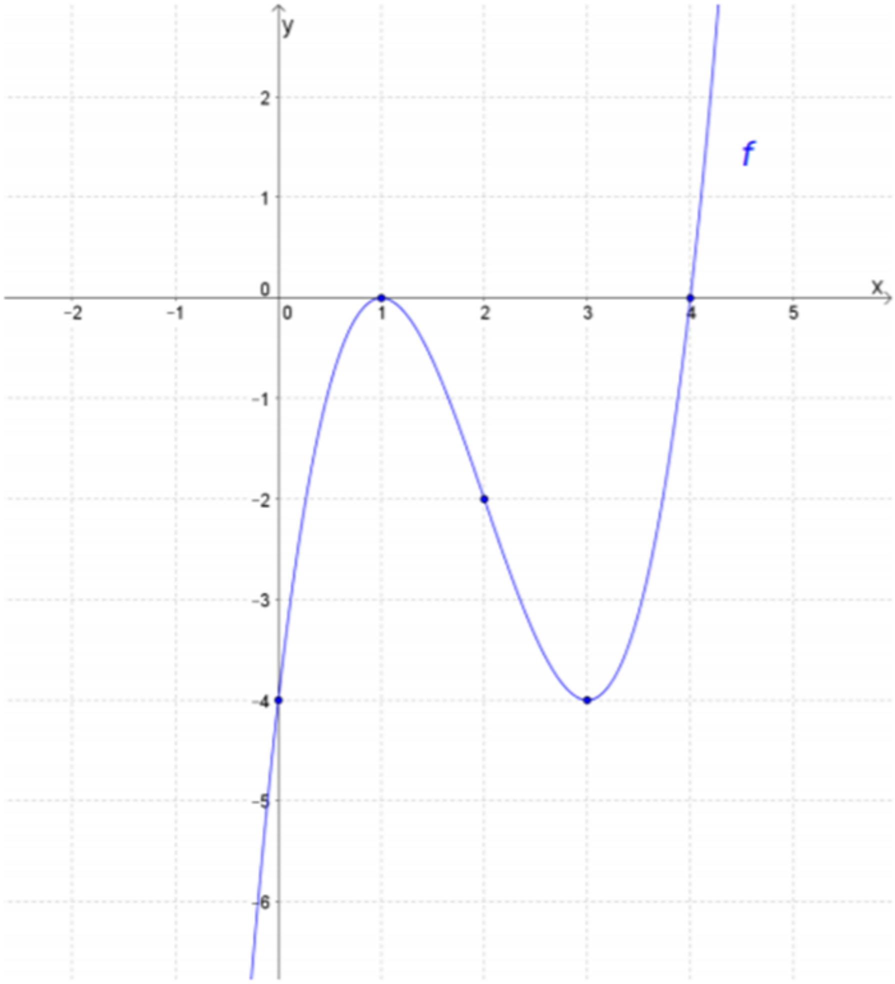
En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 3$$

a) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten til f i intervallet $[-2, 0]$

b) Bestem den momentane vekstfarten til f når $x = -2$

Oppgave 4



I koordinatsystemet ovenfor har vi tegnet grafen til en tredjegradsfunksjon f.
Bruk den grafiske framstillingen til å løse ulikhetene

a) $f(x) > 0$

b) $f'(x) > 0$

Oppgave 5

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

a) Bestem nullpunktene til f.

Grafen til f er symmetrisk om en linje ℓ.

b) Tegn grafen til f sammen med linjen ℓ i et koordinatsystem.

Grafen til f har en tangent med stigningstall 2.

c) Bestem likningen for denne tangenten.
Tegn tangenten i det samme koordinatsystemet som du brukte i oppgave b).

Tangenten fra oppgave c) skjærer linjen ℓ i punktet P.
Grafen til f har en annen tangent som også går gjennom punktet P.

d) Skisser denne tangenten i samme koordinatsystem som du har brukt tidligere i oppgaven. Bestem likningen for tangenten grafisk.

e) Gjør beregninger og avgjør om likningen du fant i oppgave d), er riktig.

Oppgave 6

Om en lineær funksjon f får du vite at

- $f(2) = 4$
- $f'(2) = 3$

Bestem funksjonsuttrykket $f(x)$

Oppgave 7

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2$$

a) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten til f i intervallet $[-1,1]$.

b) Vis at $(0,2)$ er et terrassepunkt på grafen til f.

Oppgave 8

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

a) Bestem $f'(x)$.

b) Bestem likningen for tangenten til f i punktet $(1, f(1))$.

c) Har grafen til f én eller flere andre tangenter som er parallelle med tangenten du fant i oppgave b)? Begrunn svaret ditt.

DEL 2

Oppgave 9

Antall tusen artikler i den engelske utgaven av Wikipedia x år etter 1. januar 2002 er tilnærmet gitt ved funksjonen f der

$$f(x) = -2{,}34x^3 + 50x^2 + 129x + 19{,}7 \quad , \qquad x \in [0{,}15]$$

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til f for $x \in [0{,}15]$.

b) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten til funksjonen f i intervallet $[0{,}15]$.

c) Bestem $f'(x)$ og tegn grafen til den deriverte for $x \in \langle 0{,}15 \rangle$.

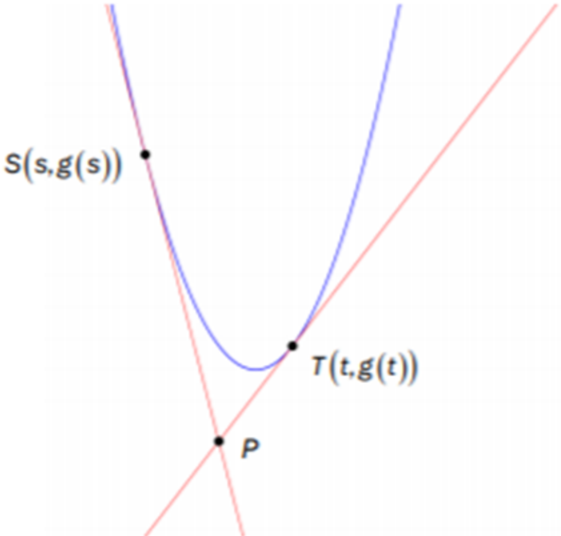
d) Bestem toppunktet til grafen du tegnet i oppgave c).
Hvilken praktisk informasjon gir grafen til f' og koordinatene til toppunktet på denne grafen oss?

Oppgave 10

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 2x^2 - 7x + 3$$

a) Forklar at grafen til f har et bunnpunkt, og bestem koordinatene til bunnpunktet.



En funksjon g er gitt ved

$$g(x) = ax^2 + bx + c \quad , \quad a > 0$$

b) Bruk CAS til å vise at bunnpunktet på grafen til g har koordinater $\left(-\dfrac{b}{2a}, \dfrac{-b^2 + 4ac}{4a}\right)$.

En linje tangerer grafen til g i punktet $S(s, g(s))$. En annen linje tangerer grafen til g i punktet $T(t, g(t))$. De to linjene skjærer hverandre i punktet P. Se figuren ovenfor.

c) Bruk CAS til å vise at x-koordinaten til P ligger midt mellom s og t.

Oppgave 11

Funksjonen f gitt ved

$$f(x) = -0{,}0047x^3 + 0{,}40x^2 - 8{,}3x + 86 \qquad x \in [0, 52]$$

viser fyllingsgraden $f(x)$ prosent i et vannmagasin x uker etter 1. januar 2016.

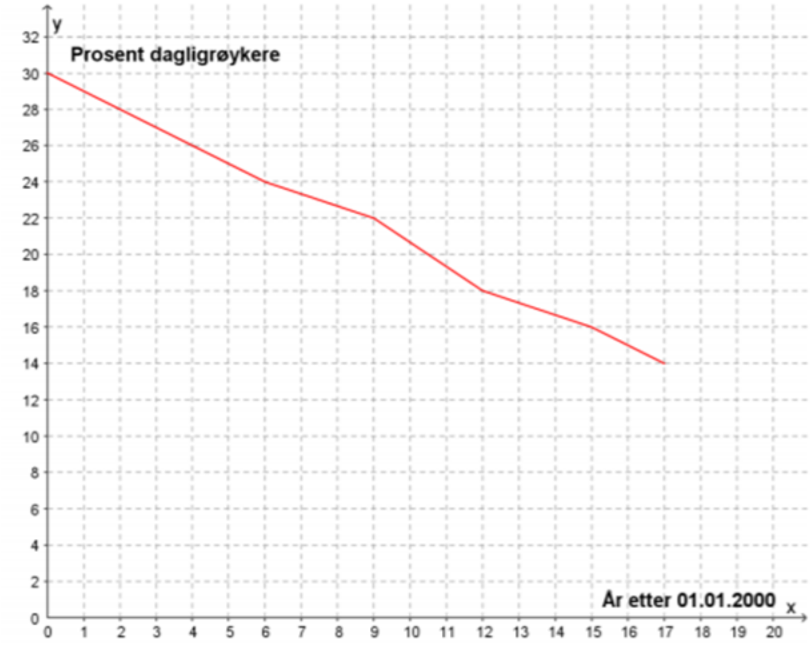
a) Bruk graftegner til å tegne grafen til f.

b) I hvor mange uker var fyllingsgraden høyere enn 60 %?

c) I hvilken uke var fyllingsgraden lavest?
Hvor stor del av vannmagasinet var fylt da?

d) Bestem likningen for tangenten til grafen til f i punktet $(22, f(22))$.
Hva forteller stigningstallet til denne tangenten om fyllingsgraden i vannmagasinet?

Oppgave 12



Linjediagrammet ovenfor viser hvordan andelen dagligrøykere ved en bedrift har avtatt i perioden 2000–2017.

a) Bestem en lineær modell som tilnærmet beskriver utviklingen.

b) Når vil andelen dagligrøykere ved bedriften være 5 % ifølge modellen i oppgave a)?

Oppgave 13

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 2ax^2 + a^2x \qquad , \qquad a > 0$$

Bruk CAS til å

- vise at grafen til f har et nullpunkt og et stasjonært punkt i $P(a, 0)$
- avgjøre om P er et toppunkt, et bunnpunkt eller et terrassepunkt

Oppgave 14

En jakt- og fiskeforening vil sette ut fisk i en innsjø. Fisk som settes ut, kaller vi settefisk.
Foreningen antar at funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 35\,400 \cdot 0{,}996^x \quad , \quad x \in [0, 400]$$

viser hvor mange settefisk $f(x)$ det vil være igjen i innsjøen x døgn etter utsettingen.

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til f.

b) Hva forteller tallene 35 400 og 0,996 i funksjonsuttrykket om antall settefisk i innsjøen?

c) Bestem $f'(100)$ ved å tegne en tangent til grafen til f.
Hva forteller denne verdien om antall settefisk i innsjøen?

d) Bestem gjennomsnittlig vekstfart for antall settefisk det første året etter utsettingen.

Oppgave 15

År	1970	1980	1990	2000	2010
Kilogram sjokolade per person	4,6	6,2	7,6	8,2	9,5

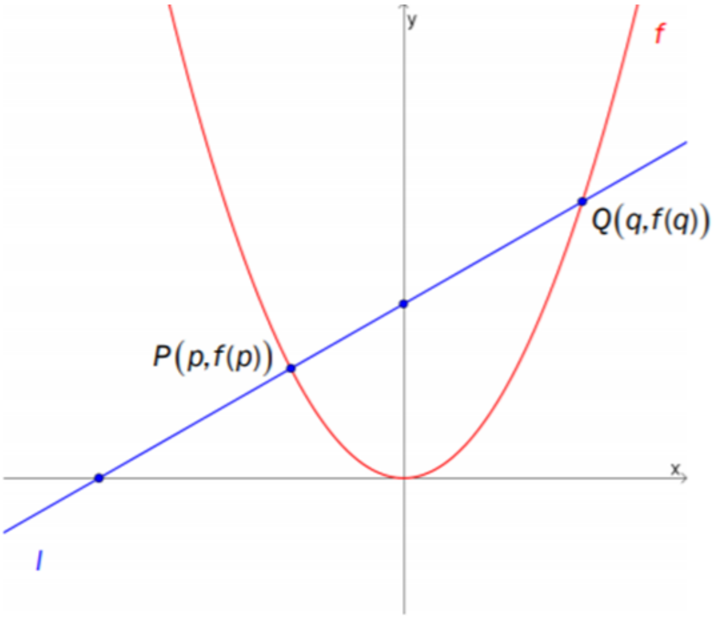
Tabellen ovenfor viser hvor mange kilogram sjokolade hver person i Norge i gjennomsnitt spiste i årene 1970, 1980, 1990, 2000 og 2010.

a) La x være antall år etter 1970, og bruk regresjon til å bestemme en lineær funksjon S som kan beskrive utviklingen i perioden 1970–2010.

b) Hva forteller stigningstallet til funksjonen S?

c) Hvor mange gram sjokolade vil hver person i Norge i gjennomsnitt spise i 2020 ifølge funksjonen S?

Oppgave 16



Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2$$

Linjen l skjærer grafen til f i punktene $P(p, f(p))$ og $Q(q, f(q))$.
Se koordinatsystemet ovenfor.

a) Vis at linjen l har stigningstall $p+q$.

b) Bruk CAS til å bestemme skjæringspunktene mellom linjen l og koordinataksene.

Dette arbeidshefte :

Løsningsforslag :

19. februar 2024