

Eksamen

21.11.2016

MAT1013 Matematikk 1T

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none">• Settefisk: http://www.nlbvassdrag.no/ (10.04.2016)• Andre bilder, tegninger, grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{cases} 5x = -2y \\ 2x - y = -9 \end{cases}$$

Oppgave 2 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{2x^2 - 2}{x^2 - 2x + 1}$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$-x^2 + 3x > -10$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Løs likningen

$$\lg\left(2x + \frac{3}{5}\right) = -1$$

Oppgave 5 (1 poeng)

Løs likningen

$$2^3 \cdot 2^x = 2^{2x}$$

Oppgave 6 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

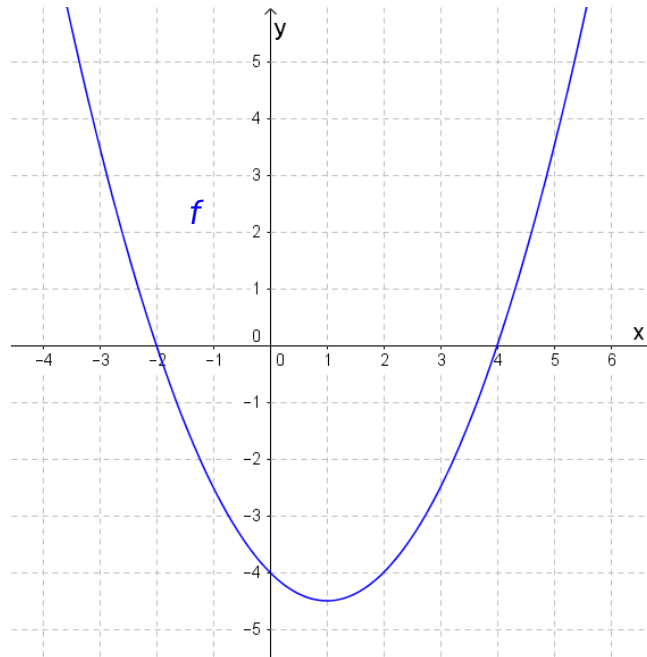
$$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{54}} + 2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-1}$$

Oppgave 7 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{x+2}{x-3} - \frac{7x+14}{x^2-x-6}$$

Oppgave 8 (2 poeng)



I koordinatsystemet ovenfor har vi tegnet grafen til en andregradsfunksjon f . Bestem funksjonsuttrykket $f(x)$.

Oppgave 9 (8 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = (x-1)(x-1)(x+2)$$

- Bestem nullpunktene til f .
- Vis at $f(x) = x^3 - 3x + 2$
- Bestem $f'(x)$ og bruk den deriverte til å bestemme eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .
- Bestem likningen for tangenten til f i punktet $(0, 2)$.
- Vis at grafen til f ikke har andre tangenter som er parallelle med tangenten du fant i oppgave d).

Oppgave 10 (2 poeng)

En likesidet trekant har omkrets 24.
Vis at arealet av trekanten er $16\sqrt{3}$.

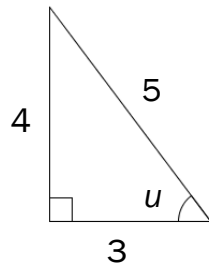
Oppgave 11 (1 poeng)

Om en vinkel u får du vite følgende

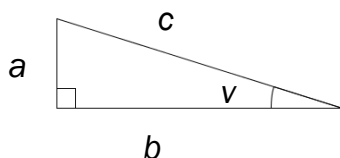
- $\sin u = \frac{8}{17}$
- $\cos u = \frac{15}{17}$

Bestem $\tan u$.

Oppgave 12 (3 poeng)



- a) Gitt trekanten ovenfor.
Vis at $(\sin u)^2 + (\cos u)^2 = 1$



- b) Bruk trekanten ovenfor til å vise at $(\sin v)^2 + (\cos v)^2 = 1$ for alle $v \in \langle 0^\circ, 90^\circ \rangle$

Oppgave 13 (3 poeng)

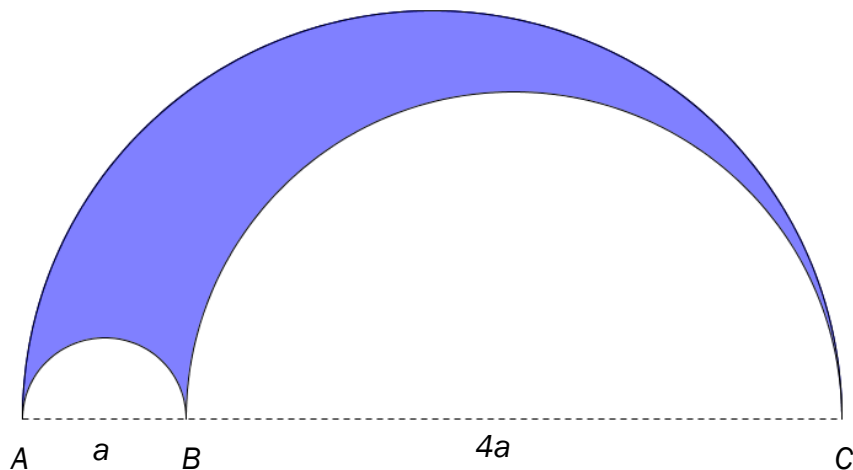
I en eske er det fire blå og fire røde nisser. Tenk deg at du skal ta tre nisser tilfeldig fra esken. Du skal ta én nisse av gangen, og du skal sette dem på en rekke fra venstre mot høyre.

- a) Bestem sannsynligheten for at rekken vil bli som vist på bildet nedenfor.



- b) Bestem sannsynligheten for at det vil bli én blå og to røde nisser i rekken.
c) Bestem sannsynligheten for at det vil bli minst én blå nisse i rekken.

Oppgave 14 (4 poeng)



Sirkelbuene på figuren ovenfor er halvsirkler. Linjestykket AB har lengde a og linjestykket BC har lengde $4a$.

- a) Bestem omkretsen av det blå området på figuren uttrykt ved a .
b) Bestem arealet av det blå området på figuren uttrykt ved a .

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)



En jakt- og fiskeforening vil sette ut fisk i en innsjø. Fisk som settes ut, kaller vi settefisk. Foreningen antar at funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 35\,400 \cdot 0,996^x, \quad x \in [0, 400]$$

viser hvor mange settefisk $f(x)$ det vil være igjen i innsjøen x døgn etter utsettingen.

- Bruk graftegner til å tegne grafen til f .
- Hva forteller tallene 35 400 og 0,996 i funksjonsuttrykket om antall settefisk i innsjøen?
- Bestem $f'(100)$ ved å tegne en tangent til grafen til f .
Hva forteller denne verdien om antall settefisk i innsjøen?
- Bestem gjennomsnittlig vekstfart for antall settefisk det første året etter utsettingen.

Oppgave 2 (4 poeng)

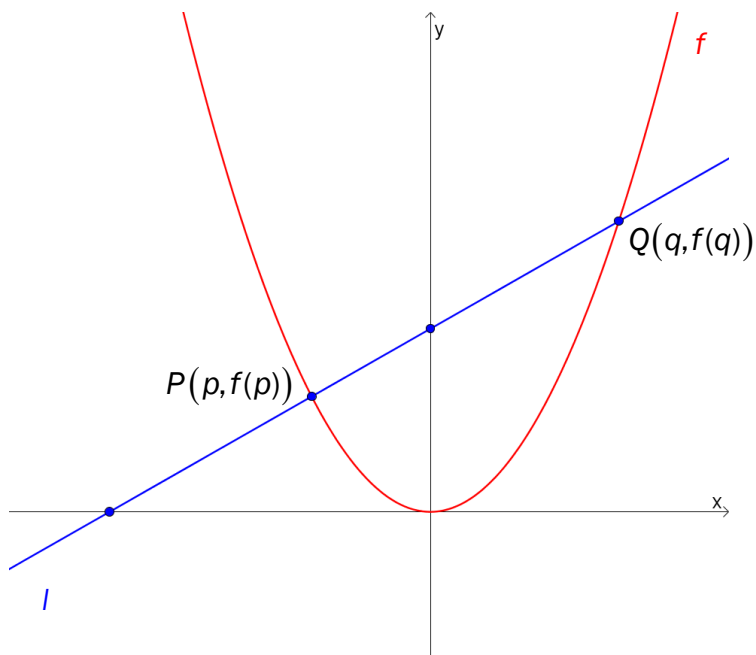
År	1970	1980	1990	2000	2010
Kilogram sjokolade per person	4,6	6,2	7,6	8,2	9,5



Tabellen ovenfor viser hvor mange kilogram sjokolade hver person i Norge i gjennomsnitt spiste i årene 1970, 1980, 1990, 2000 og 2010.

- La x være antall år etter 1970, og bruk regresjon til å bestemme en lineær funksjon S som kan beskrive utviklingen i perioden 1970–2010.
- Hva forteller stigningstallet til funksjonen S ?
- Hvor mange gram sjokolade vil hver person i Norge i gjennomsnitt spise i 2020 ifølge funksjonen S ?

Oppgave 3 (4 poeng)



Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2$$

Linjen l skjærer grafen til f i punktene $P(p, f(p))$ og $Q(q, f(q))$.
Se koordinatsystemet ovenfor.

- Vis at linjen l har stigningstall $p+q$.
- Bruk CAS til å bestemme skjæringspunktene mellom linjen l og koordinataksene.

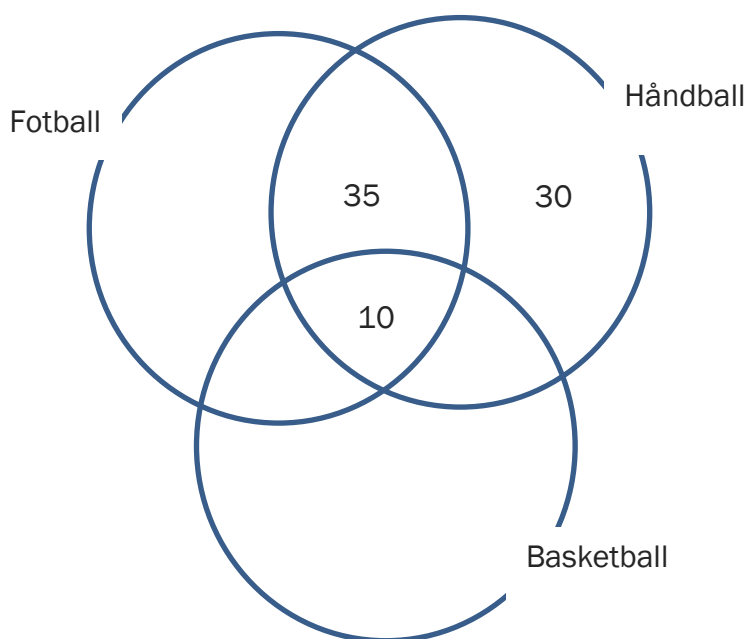
Oppgave 4 (4 poeng)

En idrettsklubb har tre aktiviteter: fotball, håndball og basketball. Noen av medlemmene deltar i én aktivitet, noen i to aktiviteter og noen i alle tre aktivitetene. Idrettsklubben har totalt 250 medlemmer.

Tabellen nedenfor viser hvor mange medlemmer som deltar i hver aktivitet.

Aktivitet	Antall medlemmer
Fotball	200
Håndball	90
Basketball	40

- a) Tegn et venndiagram som vist nedenfor. Gjør beregninger, og sett inn tallene som mangler.



Vi skal velge et medlem tilfeldig fra klubben.

- b) Bestem sannsynligheten for at vi kommer til å velge et medlem som deltar i alle tre aktivitetene.

Anta at vi har valgt et medlem som spiller håndball.

- c) Bestem sannsynligheten for at dette medlemmet også spiller fotball.

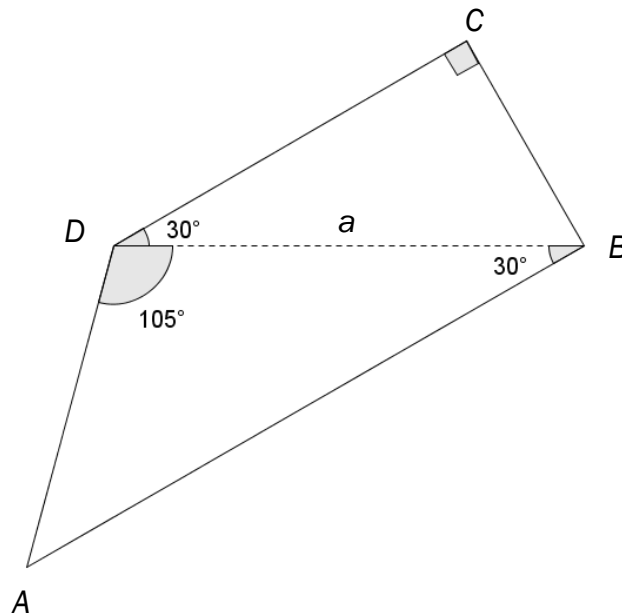
Oppgave 5 (3 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + a^2x$$

Bruk CAS til å vise at grafen til f har et terrassepunkt.
Bestem koordinatene til terrassepunktet uttrykt ved a .

Oppgave 6 (4 poeng)



Gitt $\square ABCD$ ovenfor.

- Vis at $CD = \frac{\sqrt{3}}{2}a$
- Vis at arealet av $\square ABCD$ er $\frac{1}{8}a^2(2\sqrt{3}+1)$