

Eksamen

19.11.2018

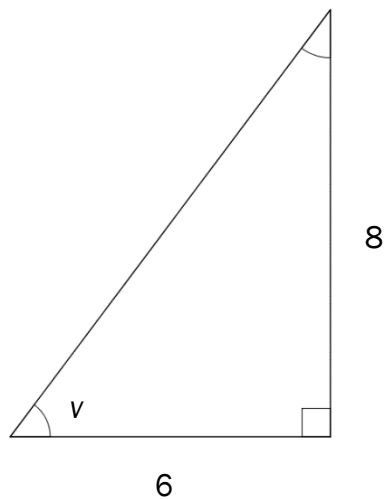
MAT1013 Matematikk 1T

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 11 oppgaver. Del 2 har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none">• Volleyball: https://no.wikipedia.org/wiki/Volleyball (04.02.2018)• Smågodt: http://www.ikea.com/aa/en/catalog/products/90273557/ (28.01.2018)• Popcorn: http://onsdagspihlsen.no/tag/james-bond/ (28.01.2018)• Heron: https://en.wikipedia.org/wiki/Hero_of_Alexandria (04.02.2018) • Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)



Bruk trekanten ovenfor til å bestemme $\sin v$.

Oppgave 2 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{4x^2 - 4}{x^2 - 2x + 1}$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2 - 4x - 12 < 0$$

Oppgave 4 (4 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4 \\ y = x + 2 \end{cases}$$

- grafisk
- ved regning

Oppgave 5 (2 poeng)

Regn ut

$$\sqrt{12} - \sqrt[6]{3^3} - \sqrt[4]{9}$$

Oppgave 6 (2 poeng)

Løs likningen

$$2^x \cdot 2^{\frac{x}{2}} = \frac{1}{8}$$

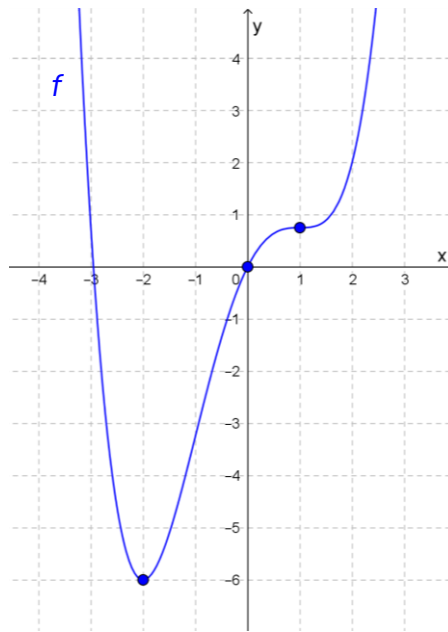
Oppgave 7 (2 poeng)

En sirkel S_1 har omkrets 5π .

En annen sirkel S_2 har et areal som er fire ganger så stort som arealet av S_1 .

Bestem radius i sirkelen S_2 .

Oppgave 8 (4 poeng)



I koordinatsystemet ovenfor ser du grafen til en funksjon f .

Du får vite dette om funksjonen:

- Grafen går gjennom de tre punktene $(-2, -6)$, $(0, 0)$ og $\left(1, \frac{3}{4}\right)$
- $f'(x) = (x-1)(x-1)(x+2)$

a) Bestem $f'(0)$

b) Bestem likningen for tangenten til grafen til f i punktet $(0, 0)$.

c) Vis ved regning at punktet $(-2, -6)$ er et bunnpunkt, og at punktet $\left(1, \frac{3}{4}\right)$ er et terrassepunkt på grafen til f .

Oppgave 9 (4 poeng)



Tenk deg at du skal kaste to terninger én gang.

a) Bestem sannsynligheten for at du vil få nøyaktig én toer.

Anta at summen av antall øyne blir åtte når du kaster terningene.

b) Bestem sannsynligheten for at ingen av terningene da viser en toer.

Oppgave 10 (6 poeng)

Du får vite dette om en trekant ABC :

- $\angle A = 30^\circ$
- $AC = 10$

a) Hva er den minste lengden BC kan ha?

Lag en skisse som viser hvordan trekanten ser ut dersom BC har denne lengden.

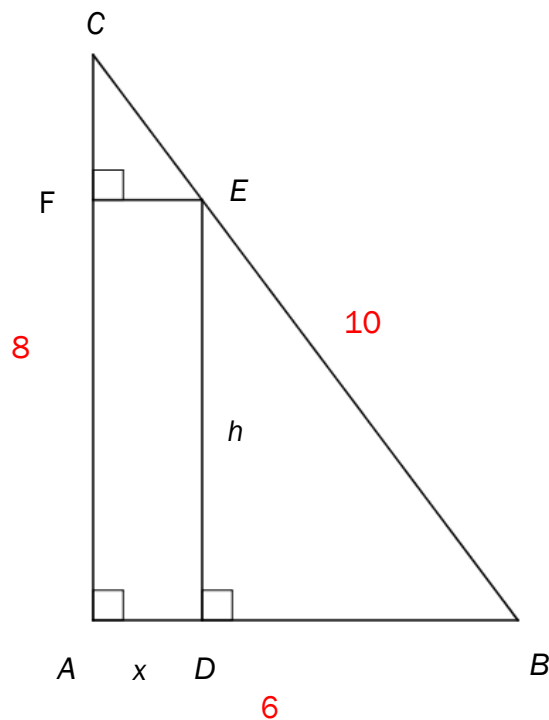
Tenk deg at vi flytter punktet B slik at vi får en trekant ABC der $\angle A = 30^\circ$, $AC = 10$ og $BC = 8$.

b) Bruk sinussetningen til å bestemme sinus til $\angle B$ ($\sin B$).

Sinussetningen gir oss to løsninger. Den ene er $\angle B = 38,7^\circ$.

c) Bestem den andre løsningen, og lag skisser som viser hvordan trekanten ABC kan se ut dersom $BC = 8$.

Oppgave 11 (6 poeng)



Gitt en rettvinklet trekant ABC med sider $AB = 6$, $AC = 8$ og $BC = 10$.
Et rektangel $ADEF$ med sider x og h er innskrevet i trekanten. Se figuren ovenfor.

a) Forklar at $\triangle DBE$ og $\triangle FEC$ er formlike.

b) Vis at $h = -\frac{4}{3}x + 8$

c) Forklar at $x \in \langle 0, 6 \rangle$, og vis at arealet av rektangelet $ADEF$ er gitt ved

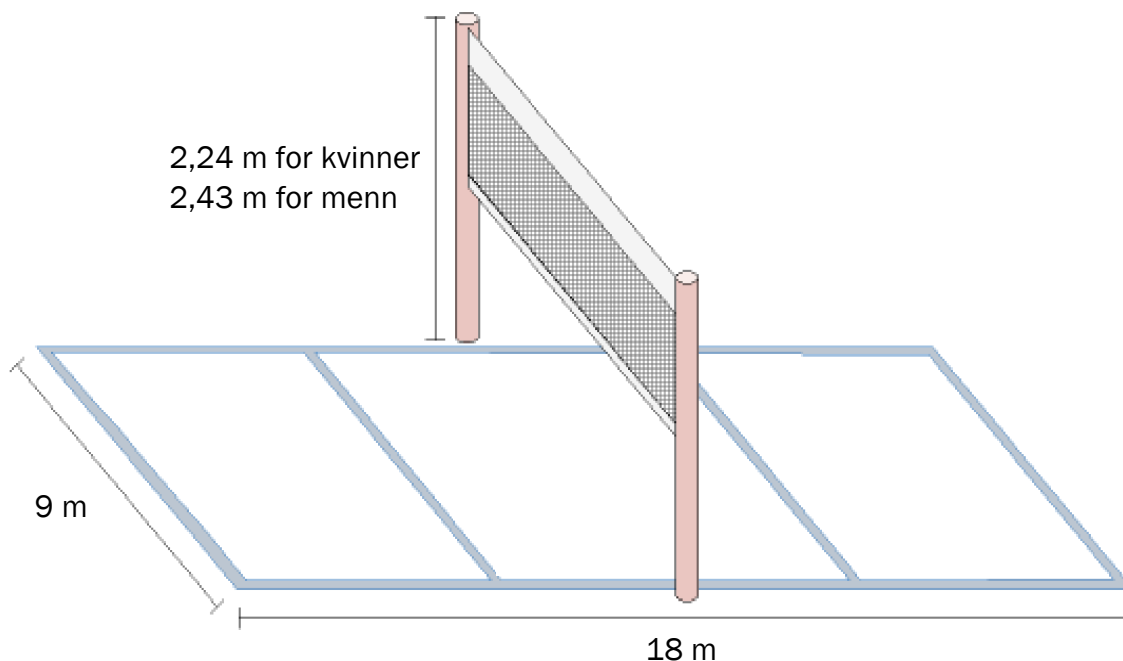
$$g(x) = -\frac{4}{3}x^2 + 8x$$

d) Bestem x slik at arealet av rektangelet blir størst mulig.

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

Skissen nedenfor viser en volleyballbane. Nettet står midt på banen. Når kvinner spiller kamper, skal høyden på nettet være 2,24 m, og når menn spiller kamper, skal høyden på nettet være 2,43 m.



En spiller slår en ball fra enden av sin banehalvdel og rett over mot den andre siden. Vi antar at ballen beveger seg parallelt med langsiden på volleyballbanen. Funksjonen h gitt ved

$$h(x) = -0,07x^2 + 0,67x + 2,04 \quad , \quad 0 \leq x \leq 12$$

viser hvor mange meter $h(x)$ ballen vil være over bakken når den har beveget seg x meter horisontalt, dersom den ikke treffer på noen hindringer.

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til h for $x \in [0, 12]$

b) Vil ballen gå over nettet?
Begrunn svaret ditt.

Oppgave 2 (8 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -x^3 + k \cdot x^2 \quad , \quad k \geq 1$$

- Bestem nullpunktene til f .
- Bruk CAS til å vise at grafen til f har et bunnpunkt i $(0,0)$ og et toppunkt i $\left(\frac{2}{3}k, \frac{4}{27}k^3\right)$.
- Bruk CAS til å bestemme likningen for tangenten til grafen til f i punktet $(1, f(1))$. Skriv likningen på formen $y = ax + b$.
- Bruk CAS og vis at den momentane vekstfarten til f når $x = 1$, alltid er større enn den gjennomsnittlige vekstfarten til f fra $x = 0$ til $x = 2$.

Oppgave 3 (4 poeng)



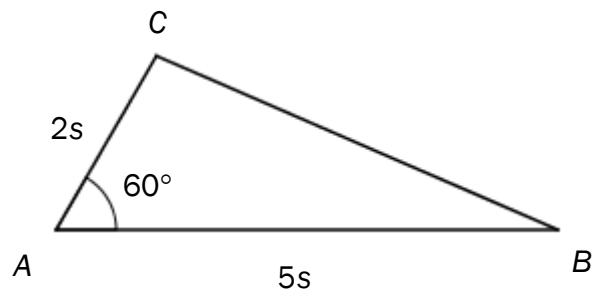
En kveld var 450 kunder innom Kinokiosken. 280 kjøpte popcorn, og 220 kjøpte smågodt. 30 kjøpte verken popcorn eller smågodt.

- Systematiser opplysningene ovenfor i en krysstabell eller i et venndiagram.
- Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt kunde kjøpte både popcorn og smågodt.

En kunde kjøpte smågodt.

- Bestem sannsynligheten for at kunden ikke kjøpte popcorn.

Oppgave 4 (5 poeng)

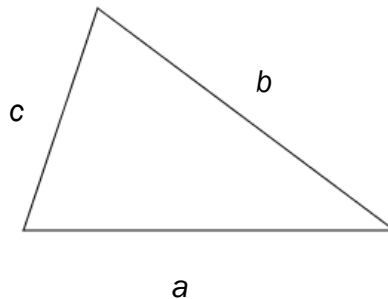


Gitt $\triangle ABC$ ovenfor.

- Bestem et eksakt uttrykk for arealet av trekanten uttrykt ved s .
- Bestem et eksakt uttrykk for lengden BC uttrykt ved s .
- Vis at trekanten ikke er rettvinklet for noen verdi av s .

Oppgave 5 (3 poeng)

Heron fra Alexandria levde i det første århundret av vår tidsregning. Han har fått en formel oppkalt etter seg.



Vi kan bruke Herons formel til å regne ut arealet T av en trekant med sider a , b og c .

Arealet er $T = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ der $s = \frac{a+b+c}{2}$

Du får vite dette om en trekant:

- Omkretsen av trekanten er 18.
- Arealet av trekanten er 12.
- To av sidene i trekanten er like lange.

Bruk CAS til å vise at det finnes to ulike trekanter som tilfredsstillt kravene ovenfor. Bestem lengden av sidene i trekantene eksakt.