

Eksamen

28.05.2018

MAT1013 Matematikk 1T

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 13 oppgaver. Del 2 har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none">• Trekanter: «Grunntall 10» Elektronisk Undervisningsforlag AS• Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 3x + 4y = -6 \end{cases}$$

Oppgave 2 (1 poeng)

Løs likningen

$$3 \cdot 10^x = 3000$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Regn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{(0,5 \cdot 10^6)^2}{0,2 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 10^{-5}}$$

Oppgave 4 (1 poeng)

Vis at

$$\sqrt{15} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{48} = \sqrt{3}$$

Oppgave 5 (2 poeng)

Regn ut og skriv svaret så enkelt som mulig

$$\lg 1000 \cdot \lg \sqrt[3]{10} \cdot \lg \sqrt[5]{10^2} \cdot \lg 0,00001$$

Oppgave 6 (3 poeng)

a) Vis at

$$x(x+2)(x-4) = x^3 - 2x^2 - 8x$$

b) Løs likningen

$$x^3 - 2x^2 - 8x = 0$$

Oppgave 7 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2 - 2x - 8 \geq 0$$

Oppgave 8 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + kx + 4$$

For hvilke verdier av k har grafen til f

- ingen skjæringspunkter med x -aksen
- ett skjæringspunkt med x -aksen
- to skjæringspunkter med x -aksen

Oppgave 9 (3 poeng)

a) Vis at

$$\frac{x+2+\frac{1}{x}}{\frac{x}{3}-\frac{1}{3x}} = \frac{3x^2+6x+3}{x^2-1}$$

b) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{x+2+\frac{1}{x}}{\frac{x}{3}-\frac{1}{3x}}$$

Oppgave 10 (4 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$$

- a) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten til f i intervallet $[-2, 2]$.
- b) Bestem likningen for tangenten til grafen til f i punktet $(1, f(1))$.

Oppgave 11 (3 poeng)

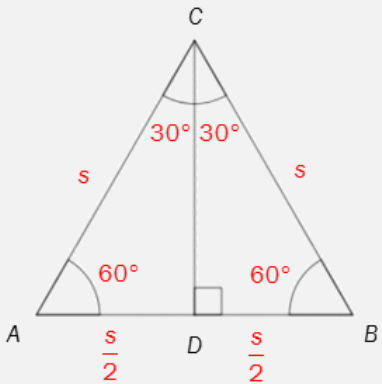


Tenk deg at du kaster en rød og en blå terning.

Avgjør hvilket av de to alternativene nedenfor som er mest sannsynlig.

- Terningene viser samme antall øyne.
- Summen av antall øyne er 5 eller mindre.

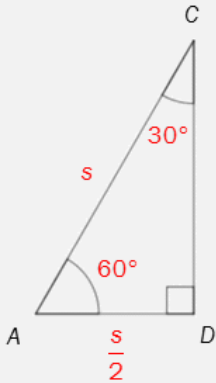
Oppgave 12 (6 poeng)



A D B
 $\frac{s}{2}$ $\frac{s}{2}$

I en likesidet trekant er alle sidene like lange og alle vinklene 60° . Høyden på en av sidene halverer denne siden.

Høyden deler den likesidete trekanten i to like store rettvinklede trekanten.



A D
 $\frac{s}{2}$

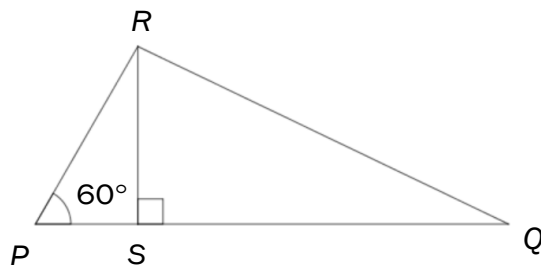
I denne rettvinklede trekanten er vinklene 30° , 60° og 90° . I tillegg er hypotenusen dobbelt så lang som den minste kateten.

Denne sammenhengen kalles 30° , 60° og 90° -setningen.

Ovenfor ser du to avsnitt fra en lærebok for 10. klasse.

- a) Vis at $DC = \frac{s\sqrt{3}}{2}$.
- b) Bruk $\triangle ADC$ til å vise at $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

I trekanten PQR er $PQ = 8$ og $PR = 2\sqrt{3}$. Se skissen nedenfor.



c) Bestem arealet av $\triangle PQR$.

d) Vis at $\tan Q = \frac{3}{8 - \sqrt{3}}$

Oppgave 13 (4 poeng)

Fire andregradsfunksjoner p , q , r og s er gitt ved

$$p(x) = x^2 - 2x$$

$$q(x) = x^2 + 2x - 2$$

$$r(x) = 4 - x^2$$

$$s(x) = x^2 - 2x - 2$$

Nedenfor ser du seks grafer.

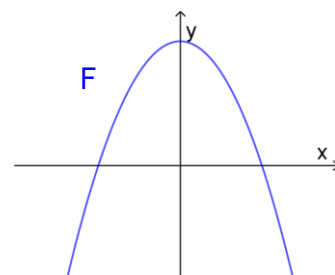
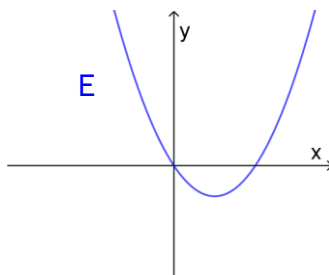
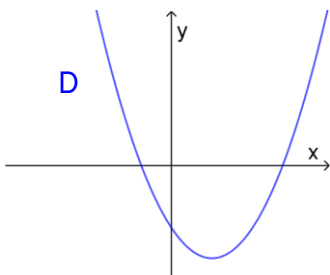
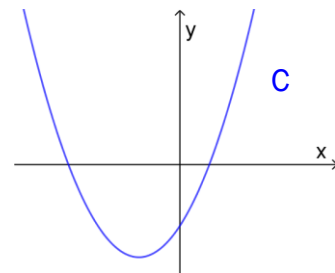
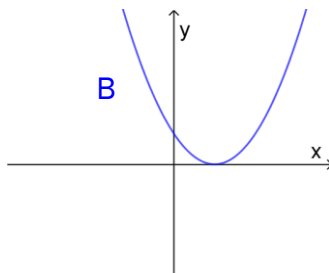
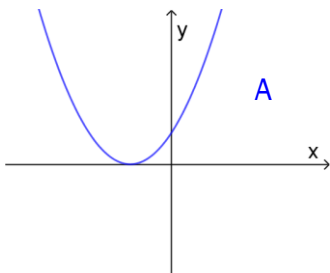
Hvilken graf er grafen til p ?

Hvilken graf er grafen til q ?

Hvilken graf er grafen til r ?

Hvilken graf er grafen til s ?

Husk å begrunne svarene dine.



DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

År	Pris (kroner)
1970	1
1980	4
1990	8
2000	14
2010	20
2017	25



Tabellen ovenfor viser hvor mye en kroneis kostet noen utvalgte år i perioden fra 1970 til 2017.

- a) Legg opplysningene i tabellen ovenfor inn som punkter i et koordinatsystem der x -aksen viser antall år etter 1970 og y -aksen viser pris (kroner).

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 0,0054x^2 + 0,26x + 0,9 \quad , \quad x \in [0,50]$$

- b) Tegn grafen til f i samme koordinatsystem som du brukte i oppgave a).

I resten av denne oppgaven skal du bruke funksjonen f som en modell som viser prisen $f(x)$ kroner for en kroneis x år etter 1970.

- c) Når var prisen for en kroneis 16 kroner, ifølge modellen?
- d) Hvor mye har prisen for en kroneis i gjennomsnitt steget med per år fra 1975 til 2015?

Oppgave 2 (4 poeng)

Ved en videregående skole er det 640 elever. I en undersøkelse ble elevene spurt om når de legger seg kvelden før en skoledag.

- $\frac{1}{4}$ av elevene svarte at de legger seg før klokka 23.

Det viser seg at

- $\frac{4}{5}$ av elevene som legger seg før klokka 23, har et karaktersnitt over fire
- $\frac{1}{3}$ av elevene som legger seg etter klokka 23, har et karaktersnitt over fire

a) Lag en krysstabell som illustrerer opplysningene som er gitt ovenfor.

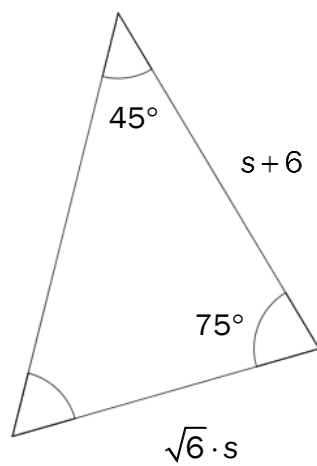
Tenk deg at vi trekker ut en elev ved skolen tilfeldig.

b) Bestem sannsynligheten for at eleven har et karaktersnitt over fire.

Tenk deg at den eleven vi trakk i oppgave b), har et karaktersnitt over fire.

c) Bestem sannsynligheten for at denne eleven legger seg før klokka 23 kvelden før en skoledag.

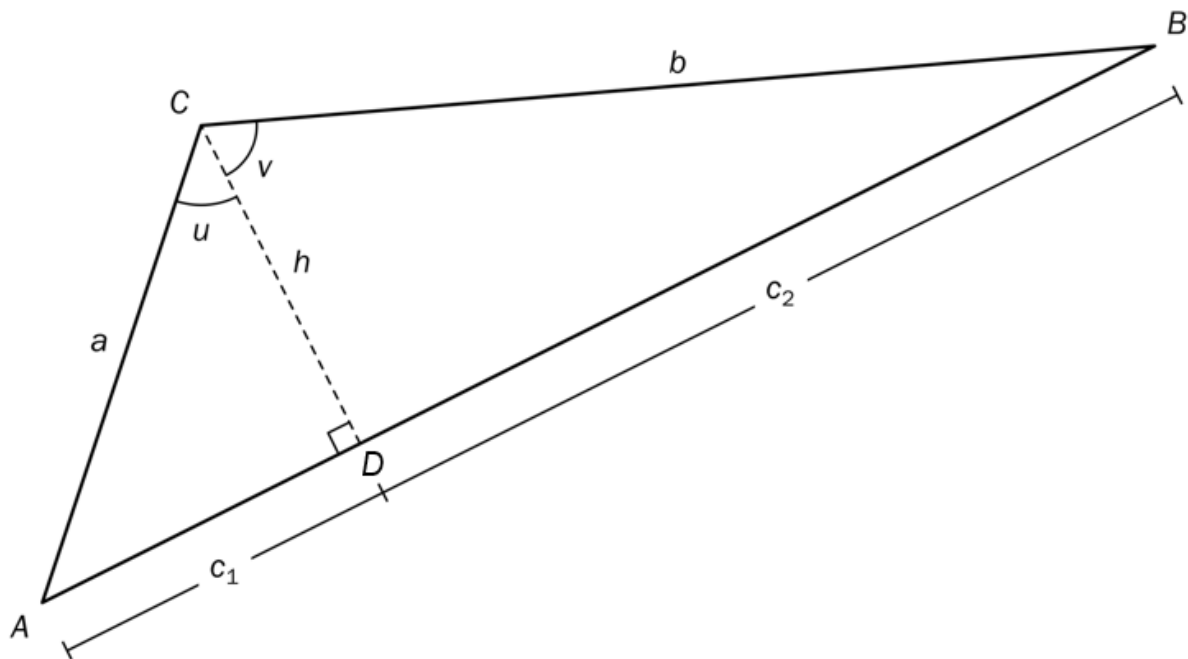
Oppgave 3 (2 poeng)



Gitt trekanten ovenfor.

Bruk CAS til å bestemme s .

Oppgave 4 (6 poeng)



Figuren ovenfor viser to rettvinklede trekanter, $\triangle ADC$ og $\triangle DBC$. $AC = a$, $BC = b$, $AD = c_1$, $DB = c_2$ og $CD = h$ er høyden fra C på AB .

Maria påstår at høyden h kan uttrykkes på to ulike måter:

- 1) $h = a \cdot \cos u$
- 2) $h = b \cdot \cos v$

a) Vis at Maria har rett.

For å bestemme arealet T av $\triangle ABC$ vil Maria regne slik: $T = \frac{c_1 \cdot h}{2} + \frac{c_2 \cdot h}{2}$

b) Bruk blant annet resultatet fra oppgave a), og vis at dette uttrykket for arealet kan skrives som

$$T = \frac{a \cdot \sin u \cdot b \cdot \cos v}{2} + \frac{b \cdot \sin v \cdot a \cdot \cos u}{2}$$

Mats bruker arealsetningen og får at arealet av trekanten også kan skrives slik:

$$T = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin(u + v)$$

c) Bruk dette uttrykket og uttrykket du har for arealet fra oppgave b), til å vise at

$$\sin(u + v) = \sin u \cdot \cos v + \sin v \cdot \cos u$$

Oppgave 5 (6 poeng)

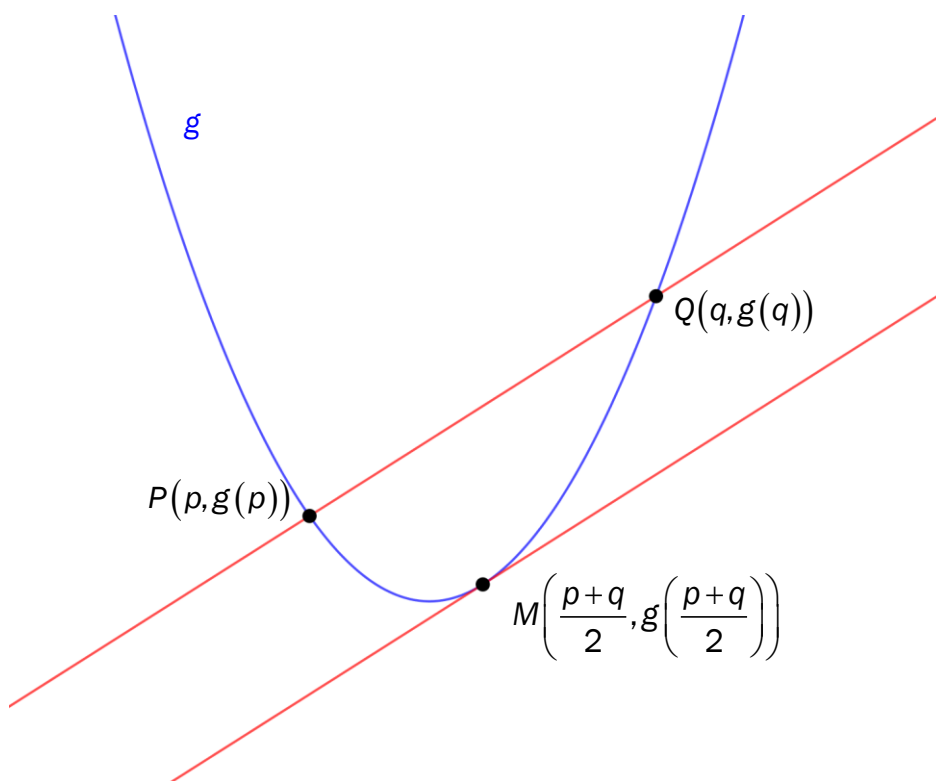
En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - 6x + 8$$

- a) Vis at tangenten til grafen til f i punktet $(4, f(4))$ er parallell med linjen som går gjennom punktene $(2, f(2))$ og $(6, f(6))$.

Nedenfor ser du grafen til en funksjon g gitt ved

$$g(x) = ax^2 + bx + c \quad , \quad a \neq 0$$



- b) Bruk CAS til å bestemme stigningstallet til tangenten til grafen til g i punktet

$$M\left(\frac{p+q}{2}, g\left(\frac{p+q}{2}\right)\right).$$

- c) Vis at linjen gjennom punktene $P(p, g(p))$ og $Q(q, g(q))$ er parallell med tangenten i oppgave b).