

Eksamen

24.05.2019

MAT1013 Matematikk 1T

## Bokmål

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid:</b>	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
<b>Hjelpemidler på Del 1:</b>	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
<b>Hjelpemidler på Del 2:</b>	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte:</b>	Del 1 har 14 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og regneark skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.
<b>Veiledning om vurderingen:</b>	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>– gjennomfører logiske resonnementer</li><li>– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler</li><li>– forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger</li><li>– vurderer om svar er rimelige</li></ul>
<b>Andre opplysninger:</b>	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none"><li>• Tog: <a href="https://www.dagsavisen.no">https://www.dagsavisen.no</a> (15.11.2018)</li><li>• Lindesnes: <a href="https://www.visitnorway.no">https://www.visitnorway.no</a> (06.01.2019)</li><li>• Nordkapp: <a href="http://www.visitnordkapp.net">http://www.visitnordkapp.net</a> (06.01.2019)</li><li>• Stekeform: <a href="http://matindustrien.no">matindustrien.no</a> (19.08.2018)</li><li>• Sortere: <a href="http://sortere.no">sortere.no</a> (19.08.2018)</li><li>• Aluminiumsformer: <a href="http://culina.no">culina.no</a> (19.08.2018)</li><li>• Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet</li></ul>

## DEL 1 Uten hjelpemidler

### Oppgave 1 (1 poeng)

Regn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{4,5 \cdot 10^{12}}{900}$$

### Oppgave 2 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$-x^2 - 2x + 3 > 0$$

### Oppgave 3 (2 poeng)

Trekk sammen og skriv så enkelt som mulig

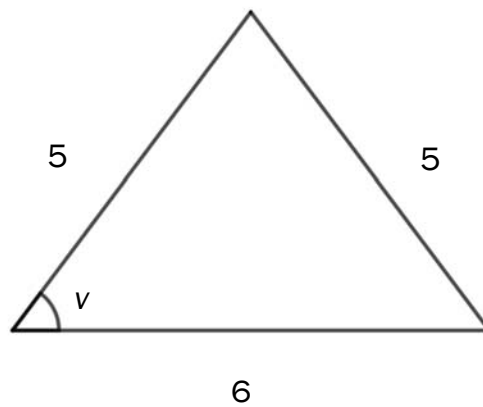
$$\frac{x^2}{x^2 - 4} + \frac{3}{x - 2} + \frac{1}{x + 2}$$

### Oppgave 4 (2 poeng)

Regn ut

$$4^2 \cdot 2^{-3} \cdot 27^{\frac{1}{3}} \cdot 64^{-\frac{2}{3}}$$

### Oppgave 5 (2 poeng)



Bestem  $\tan v$ .

### Oppgave 6 (2 poeng)

Regn ut

$$\lg 100 + \lg 1 + \lg \sqrt{10} + \lg 0,001$$

### Oppgave 7 (2 poeng)

Løs likningen

$$\lg(10^x \cdot 10^{2x}) = 6$$

### Oppgave 8 (3 poeng)

Om en funksjon  $f$  får du vite at

- $f(x) = kx^2 + 12x + 9$
- $f(x)$  er et fullstendig kvadrat

a) Bestem  $k$ .

b) Bestem nullpunktet til  $f$ .

### Oppgave 9 (3 poeng)



Sannsynligheten for at toget fra by A til by B er i rute en tilfeldig mandag, er 80 %.  
Sannsynligheten for at toget er i rute en tilfeldig fredag, er 90 %.

En uke skal Marit ta toget på mandag og på fredag.

a) Bestem sannsynligheten for at toget er i rute begge disse dagene.

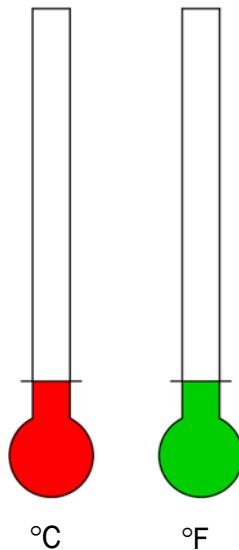
b) Bestem sannsynligheten for at toget er i rute nøyaktig én av disse dagene.

## Oppgave 10 (5 poeng)

I Norge måler vi temperatur i grader celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ). I USA måles temperatur i grader fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ ). I tabellen nedenfor ser du sammenhengen mellom grader celsius og grader fahrenheit.

Grader celsius ( $^{\circ}\text{C}$ )	-50	-30	0	10
Grader fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ )	-58	-22	32	50

- a) Tegn et koordinatsystem med grader celsius langs  $x$  - akse og grader fahrenheit langs  $y$  - akse. Marker verdiene fra tabellen som punkter i koordinatsystemet, og tegn en rett linje som går gjennom punktene.



Tenk deg at du har en gradestokk som viser grader celsius, og en gradestokk som viser grader fahrenheit.

- b) Hvor kaldt må det være ute for at de to gradestokkene skal vise samme verdi?
- c) Bestem en formel som viser sammenhengen mellom grader celsius og grader fahrenheit.
- d) Bruk formelen du fant i oppgave c), til å vise at  $100^{\circ}\text{C}$  er det samme som  $212^{\circ}\text{F}$ .

### Oppgave 11 (4 poeng)

a) Vis at

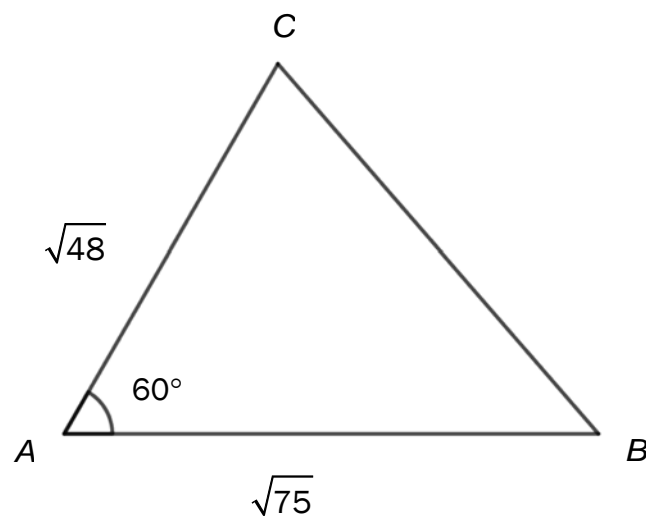
1)  $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

2)  $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

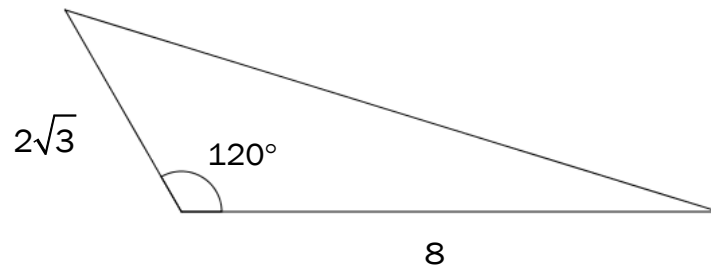
b) Vis eller forklar at  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

Gitt trekanten  $ABC$  nedenfor.

c) Bestem en eksakt verdi for lengden av siden  $BC$ .



**Oppgave 12** (2 poeng)

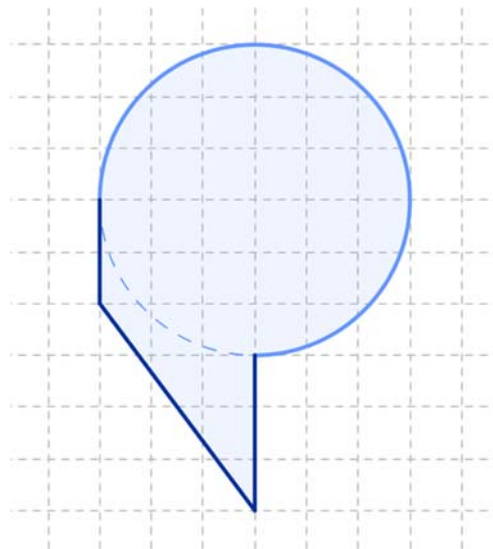


Arealet av trekanten ovenfor er 12.

Bruk dette til å vise at  $\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

**Oppgave 13** (2 poeng)

Den blå figuren nedenfor er tegnet på et rutenett. Rutene er kvadratiske med sider  $a$ .



Bestem omkretsen av figuren uttrykt ved  $a$ .

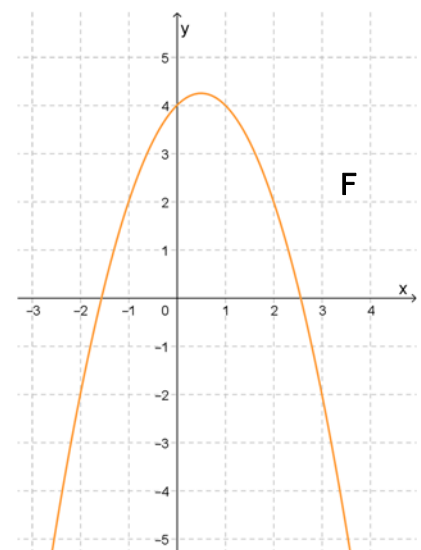
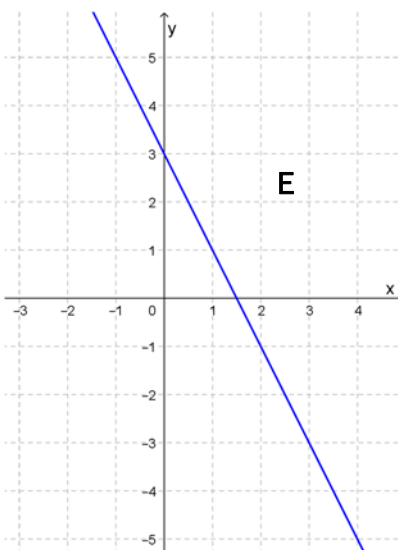
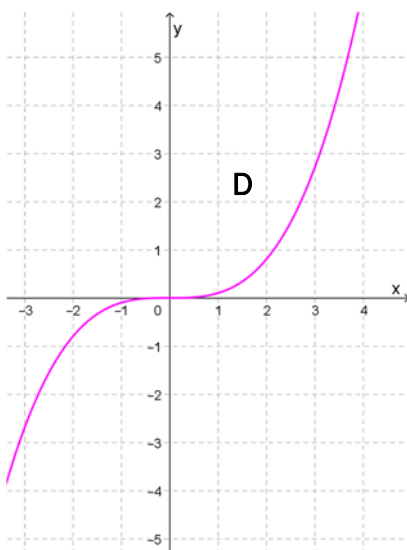
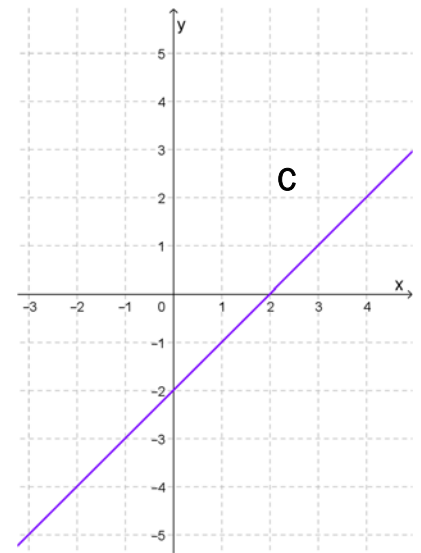
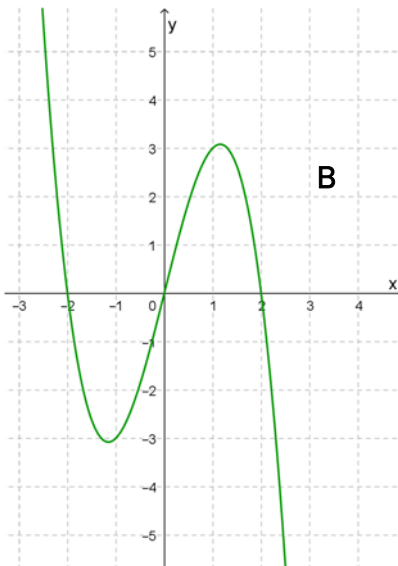
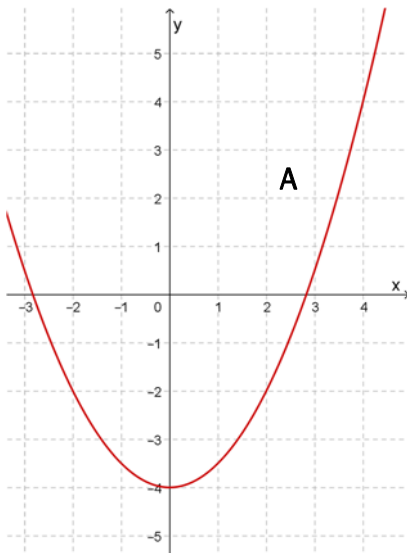


## Oppgave 14 (4 poeng)

Du får vite følgende om fire funksjoner  $p$ ,  $q$ ,  $r$  og  $s$ :

- $p'(0) = 0$  og  $p'(-1) < 0$
- $q'(1) = -2$  og  $q'(2) = -2$
- Den gjennomsnittlige vekstfarten til  $r$  i intervallet  $[-2, 0]$  er 3.
- Tangentene til grafen til  $s$  i punktene  $(-2, s(-2))$  og  $(2, s(2))$  har likningene  $y = -8x - 16$  og  $y = -8x + 16$ .

Nedenfor ser du seks grafer. Hvilken graf er grafen til  $p$ ? Hvilken graf er grafen til  $q$ ? Hvilken graf er grafen til  $r$ ? Hvilken graf er grafen til  $s$ ? Husk å begrunne svarene dine.



## DEL 2 Med hjelpemidler

### Oppgave 1 (8 poeng)



Funksjonene  $L$  og  $N$  er gitt ved

$$L(x) = -0,0025x^3 + 0,089x^2 - 0,67x + 6,12 \quad , \quad x \in [0, 24]$$

$$N(x) = -0,00016x^3 + 0,01x^2 - 0,31x + 1,15 \quad , \quad x \in [0, 24]$$

Funksjonene viser temperaturene  $L(x)$  grader celsius ved Lindesnes og  $N(x)$  grader celsius ved Nordkapp  $x$  timer etter midnatt et døgn i januar 2019.

- Bruk graftegner til å tegne grafene til  $L$  og  $N$ .
- Bestem den momentane vekstfarten til hver av funksjonene når  $x = 8$ .  
Gi en praktisk tolkning av disse svarene.
- Bestem temperaturforskjellen mellom Lindesnes og Nordkapp klokka 12.00.
- Når var temperaturforskjellen mellom Lindesnes og Nordkapp størst dette døgnet?  
Hvor stor var forskjellen da?

## Oppgave 2 (4 poeng)



sortere.no

Aluminium er et ressurskrevende metall å framstille, og det kan gjenvinnes i det uendelige. Dette gjør at aluminium er blant de råvarene som gir størst miljøeffekt når de kildesorteres.

1000 personer deltar i en spørreundersøkelse.

25 % av disse personene er under 30 år.

Undersøkelsen viser at 44 % av personene som er 30 år eller eldre, kildesorterer aluminiumsformer, mens bare 14 % av dem som er under 30 år, gjør dette.



a) Lag en krysstabell som illustrerer opplysningene som er gitt ovenfor.

Vi trekker tilfeldig en person som deltok i undersøkelsen.

b) Bestem sannsynligheten for at personen kildesorterer aluminiumsformer.

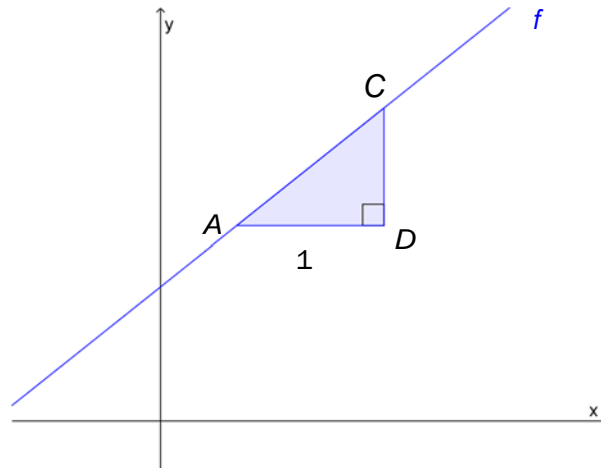
Du får vite at personen vi trakk i oppgave b), kildesorterer aluminiumsformer.

c) Bestem sannsynligheten for at personen er under 30 år.

### Oppgave 3 (6 poeng)

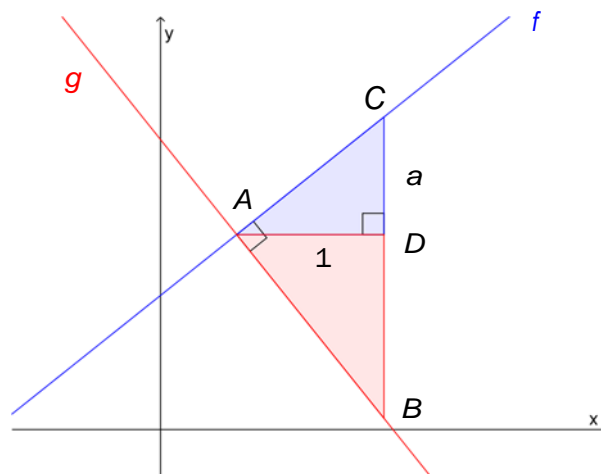
En funksjon  $f$  er gitt ved  $f(x) = ax + b$ ,  $a > 0$

Nedenfor ser du en skisse av grafen til  $f$ . Her er  $AD = 1$ .



a) Forklar at  $CD = a$ .

Grafen til funksjonen  $g$  er en rett linje som går gjennom punktet  $A$  og står vinkelrett på grafen til  $f$ . Se skissen nedenfor.



b) Forklar at  $\triangle ADC$  og  $\triangle BDA$  er formlike.  
(Tips: Forklar at begge trekantene er formlike med  $\triangle ABC$ .)

c) Bruk resultatet fra oppgave b) til å vise at  $BD = \frac{1}{a}$ .

d) Vis at påstanden nedenfor er riktig.

#### Påstand

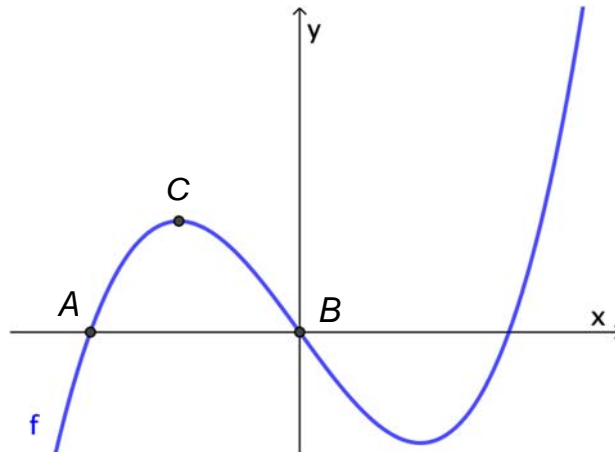
Dersom grafene til to lineære funksjoner står normalt på hverandre, vil produktet av stigningstallene være lik  $-1$ .

## Oppgave 4 (6 poeng)

Funksjonen  $f$  er gitt ved

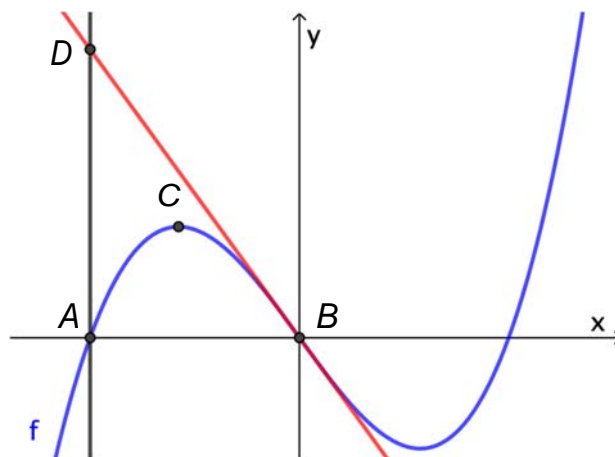
$$f(x) = x(x^2 - 8)$$

Skissen nedenfor viser grafen til  $f$ .



$A$  og  $B$  er nullpunkt til  $f$  og  $C$  er toppunkt på grafen til  $f$ .

- Bruk CAS til å bestemme eksakte verdier for koordinatene til  $A$ ,  $B$  og  $C$ .
- Bruk CAS til å bestemme eksakt verdi for arealet av  $\triangle ABC$ .



Punktet  $D$  er skjæringspunktet mellom tangenten til grafen til  $f$  i punktet  $B$  og den vertikale linjen gjennom punktet  $A$ .

- Bruk CAS til å bestemme eksakt verdi for forholdet mellom arealet av  $\triangle ABD$  og arealet av  $\triangle ABC$ .