Løsning til

Eksamensoppgaver statistikk med hjelpemidler

Oppgave 1

a)

Fra Excel får man:

23,5

26,1

18,4

22,8

25,1

20,3

22,7 Gjennomsnitt

2,652671609 Standardavvik

Gjennomsnittskastet er 22,7 meter, med et standardavvik på 2,65 meter.

b)

Hvem som er best kan vi ikke si noe om, men Sven kaster jevnere på lengdene enn Kjell.

Oppgave 2

Vi bruker regneark for å løse denne oppgaven.

Vi legger inn verdiene fra Oslo og fra den andre byen, og finner gjennomsnitt, median og standardavvik.

	A	B	C
1		Oslo	Annen by
2		2	1
3		1	2
4		4	1
5		3	3
6		3	2
7		1	4
8		1	1
9		2	1
10		5	3
11		1	2
12		3	2
13		1	2
14		2	3
15		2	2
16		1	3
17		4	2
18		5	1
19		1	2
20		1	4
21		4	1
22		4	2
23		1	4
24		2	1
25		1	3
26		1	2
27		1	1
28		2	2
29		2	2
30		4	3
31		4	1
32			
33	GJENNOMSNITT	2,3	2,1
34	MEDIAN	2	2
35	STANDARDAVVIK	1,35	0,94

Formlene i cellene B33 – C35:

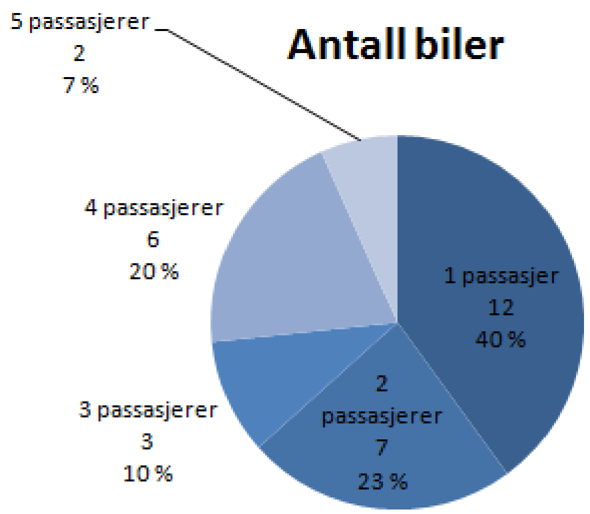
32			
33	GJENNOMSNITT	=GJENNOMSNITT(B2:B31)	=GJENNOMSNITT(C2:C31)
34	MEDIAN	=MEDIAN(B2:B31)	=MEDIAN(C2:C31)
35	STANDARDAVVIK	=STDAVP(B2:B31)	=STDAVP(C2:C31)

a) Medianen er 2 .
   Gjennomsnittet er 2,3 . (Se regnearket ovenfor.)

Vi bruker regneark.

	A	B
1		Antall biler
2	1 passasjer	12
3	2 passasjerer	7
4	3 passasjerer	3
5	4 passasjerer	6
6	5 passasjerer	2

Vi lager et sektordiagram ut fra verdiene i kolonne B, og bruker kolonne A som kategorinavn for dataetiketter. Vi velger å vise prosent og antall.



$100\% - 40\% = \underline{\underline{60\%}}$

Det er mer enn én passasjer i 60 % av bilene.

c) Standardavvik, Oslo er 1,35.
Standardavvik, annen by er 0,94.

(Se regnearket ovenfor.)

Per kan se at spredingen i datamaterialet fra Oslo er større.

Oslo:
1 passasjer: 11 biler
4 passasjerer: 6 biler
5 passasjerer: 2 biler

Resten av bilene har 2 eller 3 passasjerer.

Annen by:

1 passasjer: 9 biler

4 passasjerer: 3 biler

Resten av bilene har 2 eller 3 passasjerer.

Oppgave 3

a)

Gjennomsnittet er summen av alle mål, delt på antall kamper.

$$GjS = \frac{6+1+4+8+8+17+7+12+1+8+4+7+10+13+14+7+9+7+11+12+7+4}{22} = \frac{177}{22} \approx 8$$

Hun skåret ca. 8 mål per kamp.

b)

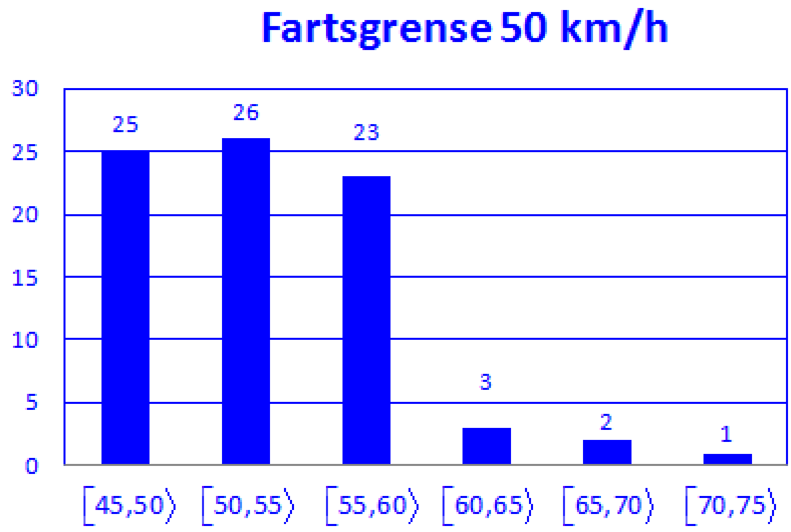
Duda har et standardavvik på 4. Hun skårer mere ujevnt, har større spredning på antall mål enn en spiller som har et standardavvik på 2,5. Men fordi hennes gjennomsnitt er 8 mål per kamp vil hun jevnt over skåre flere mål enn den andre spilleren, hvis gjennomsnitt var 5 mål per kamp.

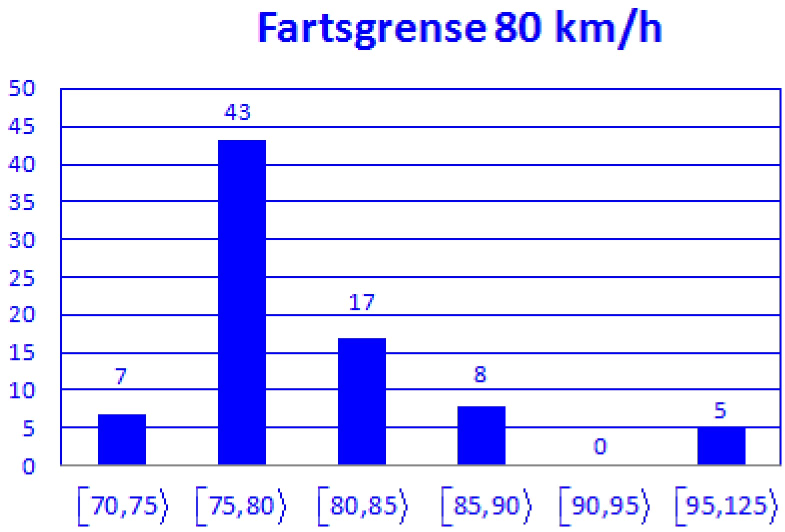
c)

Hun skåret tre mål på straffekast i 21-17 kamper. Dvs i fire kamper skåret hun tre på straffe.

Totalt antall mål på straffe er: $14 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 1 \cdot 4 = 36$

Oppgave 4





a) **50-sonen:**

```
50*1.1;
55.0

(23+3+2+1)/(25+26+23+3+2+1)*100;
36.25
```

Ca. 36 % av bilførerne kjører 10 % eller mer over fartsgrensen i 50-sonen.

80-sonen:

```
80*1.1;
```

```
88.0
```

Vi regner at de åtte bilene er jevnt fordelt i intervallet $[85,90\rangle$.

```
8/5*2;
3.2

(3.2+0+5)/(7+43+17+8+0+5)*100;
10.25
```

Ca. 10 % av bilførerne kjører 10 % eller mer over fartsgrensen i 80-sonen.

b) **50-sonen:**

Vi bruker regneark

	Nedre grense	Øvre grense	Klassemidtpunkt	Antall	Klassemidtpunkt · Antall
	45	50	47,5	25	1187,5
	50	55	52,5	26	1365
	55	60	57,5	23	1322,5
	60	65	62,5	3	187,5
	65	70	67,5	2	135
	70	75	72,5	1	72,5
Sum				80	4270
Gjennomsnitt		53,4			

Gjennomsnittsfarten var 53,4 km/h.

Formler som er brukt i regnearket

Nedre grense	Øvre grense	Klassemidtpunkt	Antall	Klassemidtpunkt · Antall
45	50	=(C48+D48)/2	25	=E48*F48
50	55	=(C49+D49)/2	26	=E49*F49
55	60	=(C50+D50)/2	23	=E50*F50
60	65	=(C51+D51)/2	3	=E51*F51
65	70	=(C52+D52)/2	2	=E52*F52
70	75	=(C53+D53)/2	1	=E53*F53
Sum			=SUMMER(F48:F53)	=SUMMER(G48:G53)
Gjennomsnitt	=G54/F54			

80-sonen:

Vi bruker regneark

	Nedre grense	Øvre grense	Klassemidtpunkt	Antall	Klassemidtpunkt · Antall
	70	75	72,5	7	507,5
	75	80	77,5	43	3332,5
	80	85	82,5	17	1402,5
	85	90	87,5	8	700
	90	95	92,5	0	0
	95	125	110	5	550
Sum				80	6492,5
Gjennomsnitt		81,2			

<u>Gjennomsnittsfarten var 81,2 km/h.</u>

Formler som er brukt i regnearket

Nedre grense	Øvre grense	Klassemidtpunkt	Antall	Klassemidtpunkt · Antall
70	75	=(J48+K48)/2	7	=L48*M48
75	80	=(J49+K49)/2	43	=L49*M49
80	85	=(J50+K50)/2	17	=L50*M50
85	90	=(J51+K51)/2	8	=L51*M51
90	95	=(J52+K52)/2	0	=L52*M52
95	125	=(J53+K53)/2	5	=L53*M53
Sum			=SUMMER(M48:M53)	=SUMMER(N48:N53)
Gjennomsnitt	=N54/M54			

c) **50-sonen:**

```
(53.4-50)/50*100;
```

```
6.8
```

<u>I 50-sonen var gjennomsnittsfarten 6,8 % over fartsgrensen.</u>

80-sonen:

```
(81.2-80)/80*100;
1.5
```

<u>I 80-sonen var gjennomsnittsfarten 1,5 % over fartsgrensen.</u>

d) Ca. 36 % av bilførerne kjører mer enn 10 % over fartsgrensen i 50 sonen, mens bare 10 % kjører mer enn 10 % over fartsgrensen i 80-sonen.

Gjennomsnittsfarten er 53,4 og 81,2. Dette er 6,8 % og 1,5 % over fartsgrensen.
Av diagrammene ser vi:

50-sonen

25 bilførere kjører rett under fartsgrensen. Ingen kjører mer enn 5 km under fartsgrensen.

26 bilførere kjører etter fartsgrensen eller rett over.

23 bilførere kjører 5 km -10 km for fort.

6 bilførere kjører 10 km - 25 km for fort.

Ingen kjører mer enn 25 km for fort.

80-sonen

50 bilførere kjører under fartsgrensen. 7 av disse kjører mere enn 5 km under fartsgrensen.

17 bilførere kjører etter fartsgrensen eller rett over.

13 bilførere kjører 5 km -10 km for fort.

5 bilførere kjører 15 km - 45 km for fort.

Tallene viser at bilførerne i 80-sonen kjører mest lovlydig, men her er noen få som kjører alt for fort eller alt for seint.

I 50-sonen er det ikke mange som utmerker seg med å ligge langt over eller langt under fartsgrensen, men det er færre

Oppgave 5

a) og b)

Vi bruker regneark.

	A	B	C
1		Tallmengde 1	Tallmengde 2
2		2	4
3		5	10
4		21	42
5		15	30
6		17	34
7		5	10
8		9	18
9		19	38
10		10	20
11		14	28
12		7	14
13		3	6
14		2	4
15		11	22
16		13	26
17	Median	10	20
18	Gjennomsnitt	10,2	20,4
19	Standardavvik	5,9911	11,9822

Formlene som er brukt i regnearket:

	A	B	C
1		Tallmengde 1	Tallmengde 2
2		2	=B2*2
3		5	=B3*2
4		21	=B4*2
5		15	=B5*2
6		17	=B6*2
7		5	=B7*2
8		9	=B8*2
9		19	=B9*2
10		10	=B10*2
11		14	=B11*2
12		7	=B12*2
13		3	=B13*2
14		2	=B14*2
15		11	=B15*2
16		13	=B16*2
17	Median	=MEDIAN(B2:B16)	=MEDIAN(C2:C16)
18	Gjennomsnitt	=GJENNOMSNITT(B2:B16)	=GJENNOMSNITT(C2:C16)
19	Standardavvik	=STDAVP(B2:B16)	=STDAVP(C2:C16)

Vi ser at median, gjennomsnitt og standardavvik dobles når vi dobler alle tallene i tallmengden.

c)

	A	B	C	D	E
1		Tallmengde 1	Tallmengde 2	Tallmengde 3	Tallmengde 4
2		2	4	6	8
3		5	10	15	20
4		21	42	63	84
5		15	30	45	60
6		17	34	51	68
7		5	10	15	20
8		9	18	27	36
9		19	38	57	76
10		10	20	30	40
11		14	28	42	56
12		7	14	21	28
13		3	6	9	12
14		2	4	6	8
15		11	22	33	44
16		13	26	39	52
17	Median	10	20	30	40
18	Gjennomsnitt	10,2	20,4	30,6	40,8
19	Standardavvik	5,9911	11,9822	17,9733	23,9644

Formlene som er brukt:

	A	B	C	D	E
1		Tallmengde 1	Tallmengde 2	Tallmengde 3	Tallmengde 4
2		2	=B2*2	=B2*3	=B2*4
3		5	=B3*2	=B3*3	=B3*4
4		21	=B4*2	=B4*3	=B4*4
5		15	=B5*2	=B5*3	=B5*4
6		17	=B6*2	=B6*3	=B6*4
7		5	=B7*2	=B7*3	=B7*4
8		9	=B8*2	=B8*3	=B8*4
9		19	=B9*2	=B9*3	=B9*4
10		10	=B10*2	=B10*3	=B10*4
11		14	=B11*2	=B11*3	=B11*4
12		7	=B12*2	=B12*3	=B12*4
13		3	=B13*2	=B13*3	=B13*4
14		2	=B14*2	=B14*3	=B14*4
15		11	=B15*2	=B15*3	=B15*4
16		13	=B16*2	=B16*3	=B16*4
17	Median	=MEDIAN(B2:B16)	=MEDIAN(C2:C16)	=MEDIAN(D2:D16)	=MEDIAN(E2:E16)
18	Gjennomsnitt	=GJENNOMSNITT(B2:B16)	=GJENNOMSNITT(C2:C16)	=GJENNOMSNITT(D2:D16)	=GJENNOMSNITT(E2:E16)
19	Standardavvik	=STDAVP(B2:B16)	=STDAVP(C2:C16)	=STDAVP(D2:D16)	=STDAVP(E2:E16)

Når vi multipliserer alle tallene i tallmengden med et tall k, blir median, gjennomsnitt og standardavvik også multiplisert med k.

Median : Når alle tallene blir k ganger så store, vil det midterste tallet bli k ganger så stort.

Gjennomsnitt

Tallmengde 1

$$\frac{t_1 + t_2 + \ldots + t_{15}}{15} = \underline{\underline{\bar{x}}}$$

Tallmengde k

$$\frac{t_1 \cdot k + t_2 \cdot k + \ldots + t_{15} \cdot k}{15} = \frac{k\left(t_1 + t_2 + \ldots + t_{15}\right)}{15} = \underline{\underline{k \cdot \bar{x}}}$$

Standardavvik

Tallmengde 1

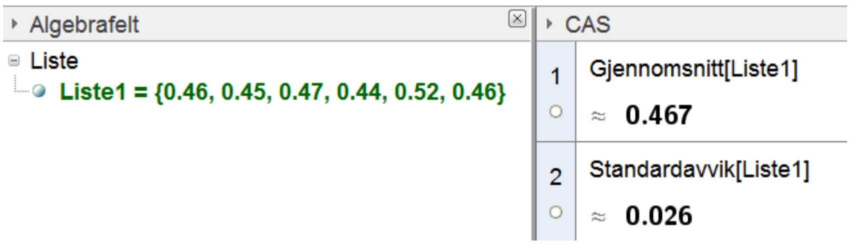
$$\sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{15}\left(t_n - \bar{x}\right)^2}{15}} = \underline{\underline{s}}$$

Tallmengde k

$$\sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{15}\left(kt_n - k\bar{x}\right)^2}{15}} = \sqrt{\frac{k^2\sum_{n=1}^{15}\left(t_n - \bar{x}\right)^2}{15}} = \underline{\underline{k \cdot s}}$$

Oppgave 6

a) Vi legger inn observasjonene i en liste i GeoGebra og finner gjennomsnitt og standardavvik ved å bruke kommandoene "Gjennomsnitt[Liste1] og Standardavvik[Liste1], se nedenfor.



b) Vi finner først verdien som ligger 1,4 standardavvik fra gjennomsnittet.
$0{,}467 + 0{,}026 \cdot 1{,}4 = 0{,}467 + 0{,}0364 = 0{,}5034$. Måleresultatet til elev nummer 5 ligger utenfor denne verdien. Vi kan forkaste resultatet til nummer 5.

c) Gjentar samme prosedyre som i oppgave a). Nå med fem måleresultater.

Liste
Liste1 = {0.46, 0.45, 0.47, 0.44, 0.46}

1 Gjennomsnitt[Liste1]
≈ 0.456

2 Standardavvik[Liste1]
≈ 0.01

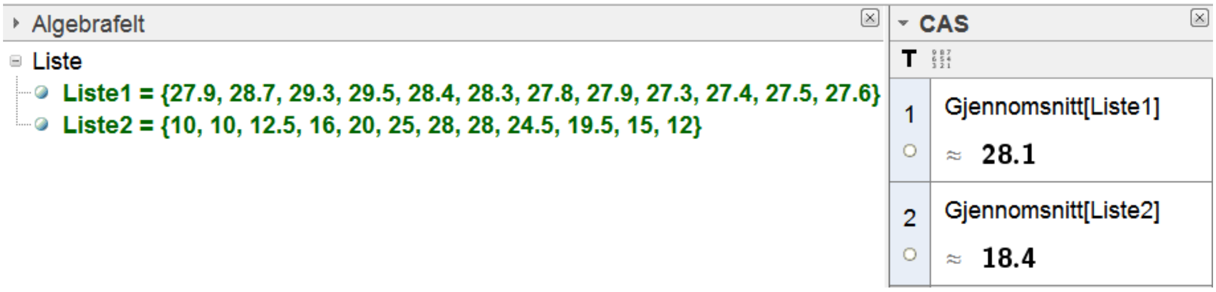
Gjennomsnittet er nå 0,456 og standardavviket er 0,01.
Gjennomsnittet går noe ned. Det virker rimelig. Standardavviket går betydelig ned. Det virker også rimelig da observasjonen på 0,52 avvek kraftig fra de andre observasjonene og bidro dermed sterkt til en høyere varians og dermed høyere standardavvik.

Oppgave 7

a) Leser av grafene og legger verdiene inn i regnearket i GeoGebra. Har valgt å lese av temperaturen rett over navnet på måneden. Det ville ha vært like riktig å lese av temperaturen midt mellom navnene på månedene. Her må vi bare være konsekvente.

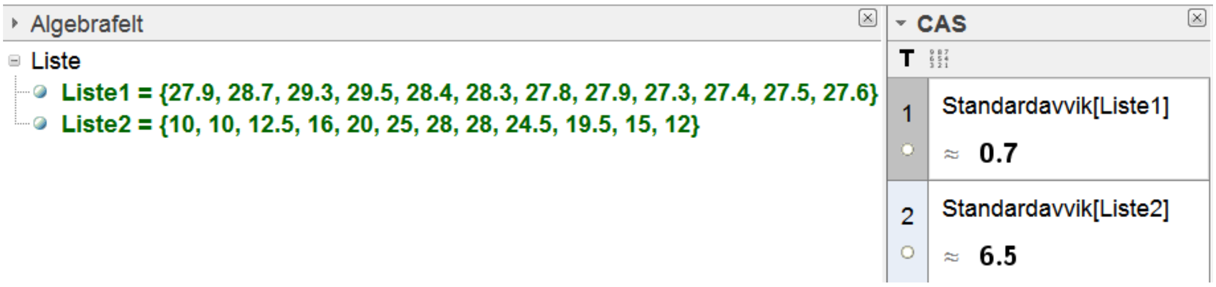
	A	B	C
1	Måned	Phuket	Antalya
2	Januar	27.9	10
3	Februar	28.7	10
4	Mars	29.3	12.5
5	April	29.5	16
6	Mai	28.4	20
7	Juni	28.3	25
8	Juli	27.8	28
9	August	27.9	28
10	September	27.3	24.5
11	Oktober	27.4	19.5
12	November	27.5	15
13	Desember	27.6	12

b) 1) Vi bruker tabellen fra oppgave a) og lager to lister i GeoGebra. En liste med temperaturene fra Phuket og en liste med temperaturen fra Antalya.
Vi finner gjennomsnittstemperaturene for de to stedene ved å bruke kommandoen "Gjennomsnitt[Liste med tall]" i GeoGebra.



Vi finner at gjennomsnittstemperaturen i Phuket er 28,1 grader og i Antalya 18,4 grader

2) Vi finner standardavvik for de to stedene ved å bruke kommandoen "Standardavvik[Liste med tall]" i GeoGebra.

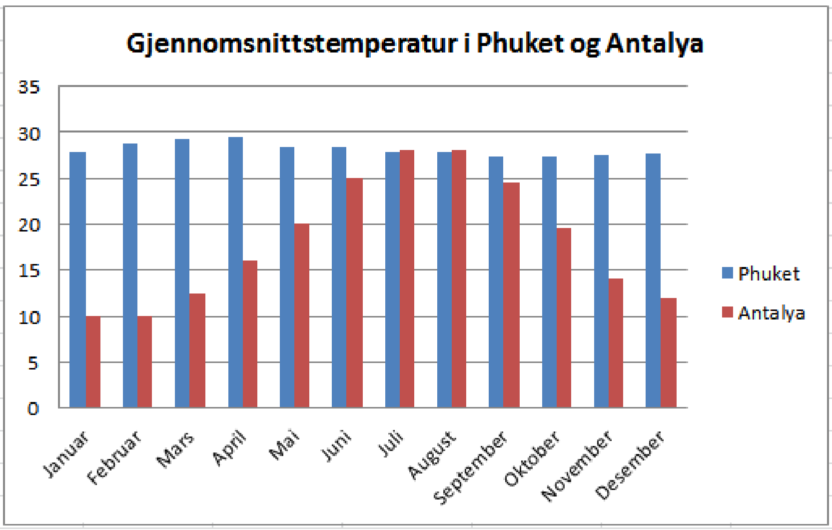


Vi finner at standardavvik i Phuket 0,7 og i Antalya 6,5

c) Vi ser at skalaen på y -aksen er forskjellig på de to diagrammene. Temperaturen i Phuket varierer svært lite sammenliknet med temperaturen i Antalya. Ved første øyekast kan det virke som temperaturen varierer like mye på de to stedene.
Vi kunne unngått dette ved å ha lik skala på y -aksen.

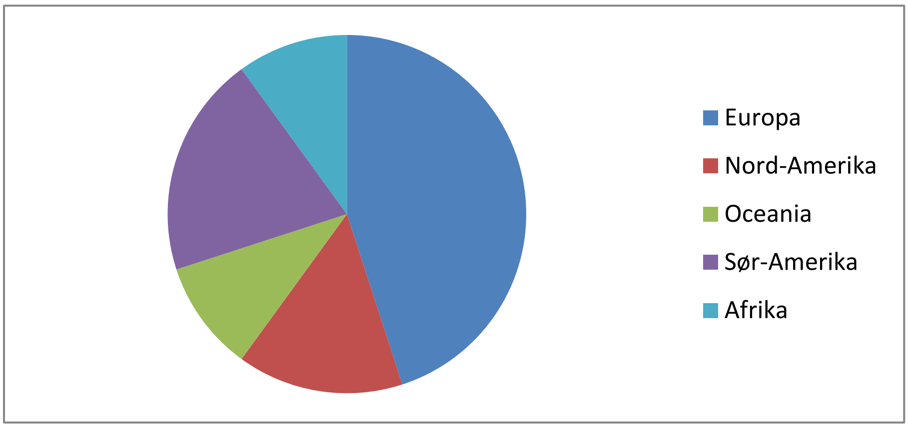
d) Vi velger å presentere gjennomsnittstemperaturene i et stolpediagram.
Legger inn tabellen fra oppgave a) i regnearket Excel og velger "Sett inn" og stolpediagram.

	Phuket	Antalya
Januar	27,9	10
Februar	28,7	10
Mars	29,3	12,5
April	29,5	16
Mai	28,4	20
Juni	28,3	25
Juli	27,8	28
August	27,9	28
September	27,3	24,5
Oktober	27,4	19,5
November	27,5	14
Desember	27,6	12

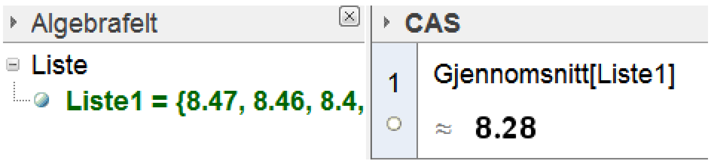


Oppgave 8

a) Vi finner at det er 9 utøvere fra Europa, 3 utøvere fra Nord-Amerika, 2 utøvere fra Oceania, 4 utøvere fra Sør-Amerika og 2 fra Afrika.
Vi legger inn antall utøvere fra de ulike verdensdelene i regnearket Excel. Velger Sett inn og sektordiagram i menyen øverst i regnearket.

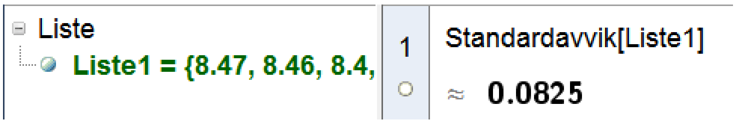


b) Vi velger å lage en liste med resultatene i GeoGebra.
Gjennomsnittet finner vi ved å bruke kommandoen “Gjennomsnitt[Liste med data]”



Vi finner at gjennomsnittslengden er 8,28 meter

Standardavviket finner vi ved å bruke kommandoen “Standardavvik[Liste med rådata]”



Vi finner at standardavvik er 0,0825 meter

c) Standardavviket er et mål for spredningen i datamaterialet. Vi ser at standardavviket er langt mindre for utøverne som står som nummer 21 – 40 sammenliknet med de første 20 utøverne på verdensstatistikken.
Det betyr at det skiller mindre mellom resultatene til utøverne som står som nummer 21 – 40 enn de 20 første.

Oppgave 9

a) Vi legger sammen antall mål Fjørtoft har skåret i denne perioden og dividerer det på antall kamper i perioden, se nedenfor.

Gjennomsnitt antall mål per kamp blir: $\dfrac{2+3+3+2+5+1+4}{1+2+4+10+9+6+4+9+11+11+4}=\dfrac{20}{71}=\underline{\underline{0{,}28}}$

Vi studerer tabellen ovenfor og finner at han skåret flest mål per kamp i 1993.

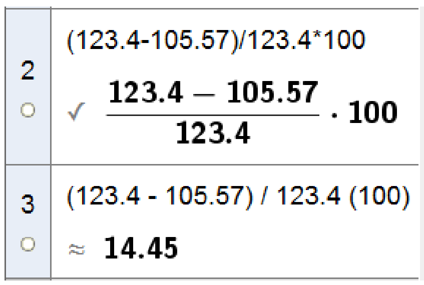
b)

Antall mål per år	Frekvens	Kumulativ frekvens
0	4	4
1	1	5
2	2	7
3	2	9
4	1	10
5	1	11

Den kumulative frekvensen for to mål per år er 7. Det betyr at Fjørtoft i 7 av disse årene skåret 2 mål eller færre.

Oppgave 10

a) Jeg regner med CAS i GeoGebra.
<u>Vinnertiden ble redusert med 14,45 %</u>



b) Se oppgave c)

c) Jeg skriver inn tidene i Excel og buker kommandoene «GJENNOMSNITT» og «STDAV» slik som vist nedenfor.

	A	B	C
1		1968	2010
2		123,4	105,57
3		125	106,1
4		125	106,13
5		125,1	106,42
6		125,2	106,47
7		125,2	106,69
8		125,5	106,76
9		126,1	106,77
10	Gjennomsnitt	125,06	106,36
11	Standardavvik	0,76	0,41

	A	B	C
1		1968	2010
2		123,4	105,57
3		125	106,1
4		125	106,13
5		125,1	106,42
6		125,2	106,47
7		125,2	106,69
8		125,5	106,76
9		126,1	106,77
10	Gjennomsnitt	=GJENNOMSNITT(B2:B9)	=GJENNOMSNITT(C2:C9)
11	Standardavvik	=STDAV(B2:B9)	=STDAV(C2:C9)

<u>Gjennomsnittstiden for de åtte beste i 1968 var på 125,06 sekunder.</u>
<u>Gjennomsnittstiden for de åtte beste i 2010 var på 106,36 sekunder.</u>

<u>Standardavviket for de åtte beste i 1968 var på 0,76 sekunder.</u>
<u>Standardavviket for de åtte beste i 2010 var på 0,41 sekunder.</u>

Standardavviket er et mål for samlet avstand fra gjennomsnittet. I 1968 er vinnertiden så suveren at den gjør standardavviket stort. Også den dårligste tiden avviker sterkt fra gjennomsnittet. I 2010 er alle tidene mer samlet.

Oppgave 11

Jeg legger tallene inn i et regneark i GeoGebra:

	A
1	45
2	55
3	62
4	63
5	72
6	80
7	100
8	108
9	117
10	114
11	111
12	94
13	106

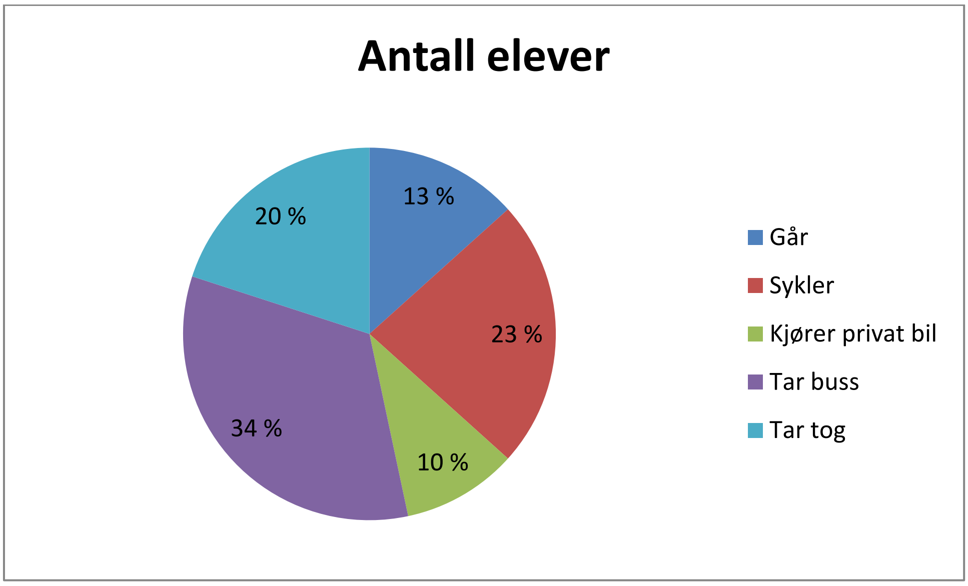
Deretter merker jeg alle tallene, høyreklikker, og velger Lag liste. Listen får navnet Liste1, og for å finne gjennomsnitt og standardavvik bruker jeg kommandoene *Gjennomsnitt[Liste1]* og *Standardavvik[Liste1]* i CAS i GeoGebra:

1	Gjennomsnitt[Liste1] ≈ **86.69**
2	Standardavvik[Liste1] ≈ **24**

<u>Gjennomsnittet er 87 og standardavviket er 24.</u>

Oppgave 12

Jeg skriver inn tabellen i Excel, markerer tabellen og velger «sett inn sektordiagram». Jeg velger en passende diagramtype.



Oppgave 13

a)

Tid (minutter)	Antall elever f	Klassemidpunkt x_m	Klassesum $f \cdot x_m$
$[10, 20\rangle$	8	15	120
$[20, 30\rangle$	6	25	150
$[30, 40\rangle$	4	35	140
$[40, 50\rangle$	1	45	45
$[50, 60\rangle$	3	55	165
$[60, 70\rangle$	3	65	195
$[70, 80\rangle$	3	75	225
$[80, 90\rangle$	2	85	170
	$N = 30$		$S = 1210$

b)

Gjennomsnitt: $gj = \frac{S}{N} = \frac{1210}{30} = 40,3$

Elevene bruker i gjennomsnitt 40,3 minutter på å reise til og fra skolen.

c)

Åtte av tretti brukere mere enn 60 minutter, dvs 22 av 30 bruker mindre enn 60 minutter, dvs. ca. 73,3%

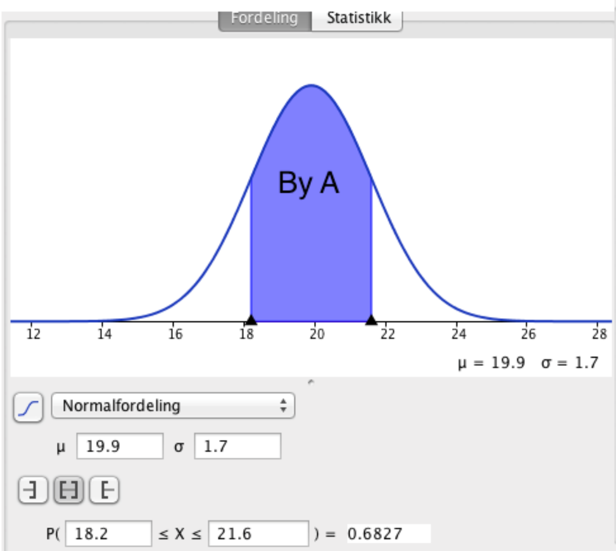
Oppgave 14

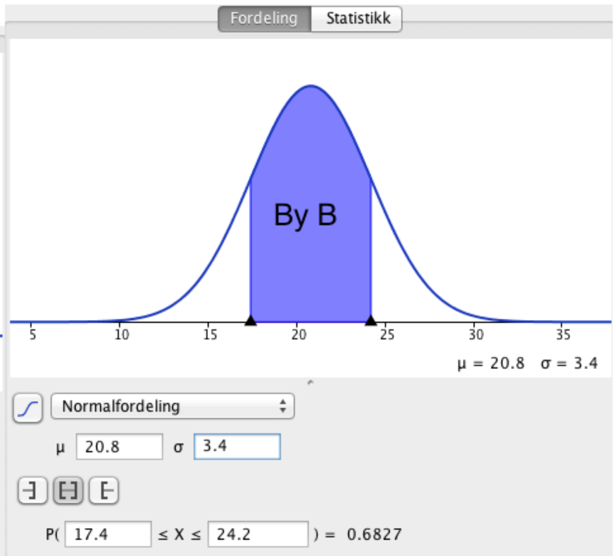
a)

Temperatur	
20	
18	
20	
19	
19	
21	
20	
22	
22	
18	
17	
18	
22	
19	
21	
20	
22	
22	
21	
17	
19,9	er gjennomsnitt
Standardavvi	1,713721712

Gjennomsnittstemperaturen er 19,9 grader celsius, med et standardavvik på 1,7 grader.

b)





Gjennomsnittstemperaturen i by B er 0,9 grader høyere enn i by A, men standardavviket for temperaturdata til by B er dobbelt så stor som for by A. Temperaturen i by B er derfor mere usikker enn den i A. Vi observerer at innenfor et standardavvik forskyves nedre temperatugrense i B med 0,8 grader celsius lavere enn i A.

Oppgave 15

a)

	A	B	C
1			
2		Vindstyrke m/s	
3	Måling	Vestlandet	Sør-Østlandet
4	1	22,4	22,6
5	2	25,3	23,4
6	3	26,1	27
7	4	27,8	29,9
8	5	33,7	21,6
9	6	28,5	23,8
10	7	30,2	20,4
11	8	33,8	24,2
12	9	29,8	25,1
13	10	31,9	26,2
14	11	33,7	
15	12	27,7	
16	13	29,7	
17	14	37,6	
18	Gjennomsnitt	29,87	24,42
19	Standardavvik	3,88	2,63

	A	B	C
1			
2		Vindstyrke m/s	
3	Måling	Vestlandet	Sør-Østlandet
4	1	22,4	22,6
5	2	25,3	23,4
6	3	26,1	27
7	4	27,8	29,9
8	5	33,7	21,6
9	6	28,5	23,8
10	7	30,2	20,4
11	8	33,8	24,2
12	9	29,8	25,1
13	10	31,9	26,2
14	11	33,7	
15	12	27,7	
16	13	29,7	
17	14	37,6	
18	Gjennomsnitt	=AVERAGE(B4:B17)	=AVERAGE(C4:C13)
19	Standardavvik	=STDEV.P(B4:B17)	=STDEV.P(C4:C13)

b)

Det blåser sterkere på Vestlandet. Ikke så rart siden det er mere utsatt i forhold til fremherskende vindretninger. Forskjell i gjennomsnitt er på over 5 m/s. Variasjon i vindstyrke er også størst på Vestlandet. Det kan skyldes at målingene her er gjort langs en betydelig lengre kyststripe og svært varierende topografiske forhold, Vi observerer blant annet at de tre målingene på Nord Vestlandet alle ligger godt under gjennomsnittet for området totalt.

Oppgave 16 (4 poeng) (V19)

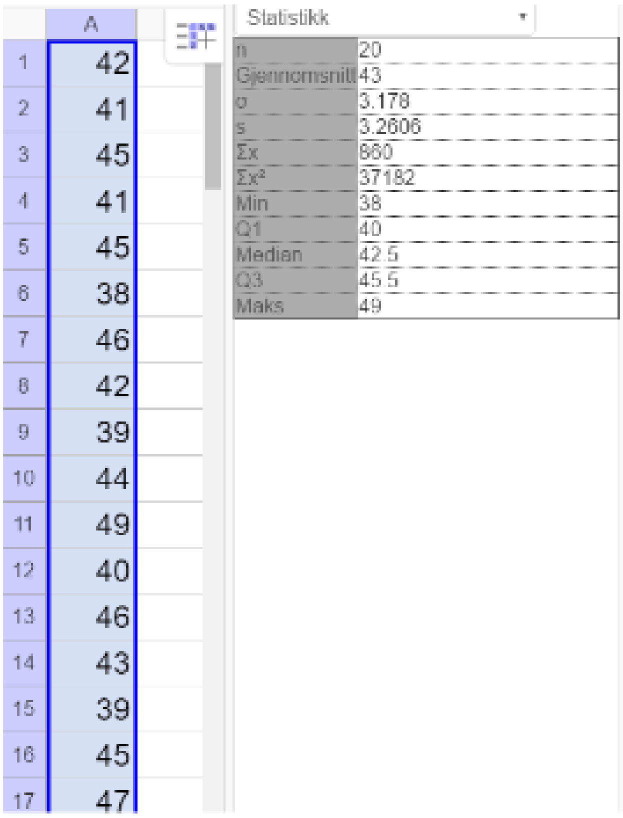
Emil og Ida selger poser med brente mandler for å samle inn penger i forbindelse med Operasjon Dagsverk. Begge har fylt 20 poser med mandler.

Nedenfor ser du hvor mange mandler det er i hver av posene Emil har fylt.

42	45	39	46	47
41	38	44	43	40
45	46	49	39	40
41	42	40	45	48

a) Bestem gjennomsnittet og standardavviket for antallet mandler i posene til Emil.

Vi legger inn antallet mandler i hver pose i et regneark i GeoGebra og bruker verktøyet "Analyse av en variabel".



Gjennomsnittet på antall mandler i hver pose er 43, og standardavviket er 3,18.

Ida har regnet ut gjennomsnitt og standardavvik for antall mandler i sine poser. Gjennomsnittet hennes er lavere enn Emils, men standardavviket er høyere.

b) Nedenfor ser du tre påstander. Avgjør om hver enkelt påstand *kan* være riktig. Begrunn svarene dine.

1) Ida har til sammen flere mandler enn Emil i posene sine.
   Ida har et lavere gjennomsnitt av antall mandler i posene, og de har like mange poser. Ida kan da ikke ha flere mandler enn Emil. Påstanden stemmer ikke.

2) Ida har like mange mandler i hver av posene sine.
   Dersom Ida har like mange mandler i hver av posene sine, betyr det at antall mandler i hver posene ikke avviker fra standardavviket. Standardavviket er dermed 0. Påstanden stemmer ikke.

3) Ida har like mange mandler i halvparten av posene sine.
   Ida kan ha like mange mandler i halvparten av posene og likevel ha lavere gjennomsnitt enn Emil. Hun kan også ha større variasjon i den andre halvparten av posene, slik at standardavviket blir høyere. Påstanden kan stemme.

Oppgave 17 (6 poeng) (H18)

Tabellen i regnearket nedenfor viser aldersfordelingen i befolkningen i Norge 1. januar 2017.

a) Lag et regneark som vist ovenfor. Legg inn verdier i de hvite cellene og formler i de blå cellene slik at tabellen blir ferdig utfylt.

	A	B	C	D
1	Alder (år)	Frekvens	Relativ frekvens	Kumulativ relativ frekvens
2	[0,15>	937710	17,83 %	17,83 %
3	[15,25>	668322	12,71 %	30,54 %
4	[25,45>	1430973	27,21 %	57,76 %
5	[45,65>	1346490	25,61 %	83,36 %
6	[65,75>	505513	9,61 %	92,98 %
7	[75,90>	324700	6,17 %	99,15 %
8	[90,→>	44609	0,85 %	100,00 %
		5258317	100,00 %	

b) Hvor mange prosent av befolkningen var under 90 år?

Leser av *Kumulativ relativ frekvens* i tabellen og finner at 99,15 % av befolkningen er under 90 år.

c) I hvilket intervall finner vi medianen?

Medianen finner vi ved 50 %, og den ligger i intervallet [25, 45>.

Stian påstår at 1 963 775 personer var under 30 år 1. januar 2017.

d) Hvordan kan han argumentere for denne påstanden, og hvilken antakelse har han gjort?

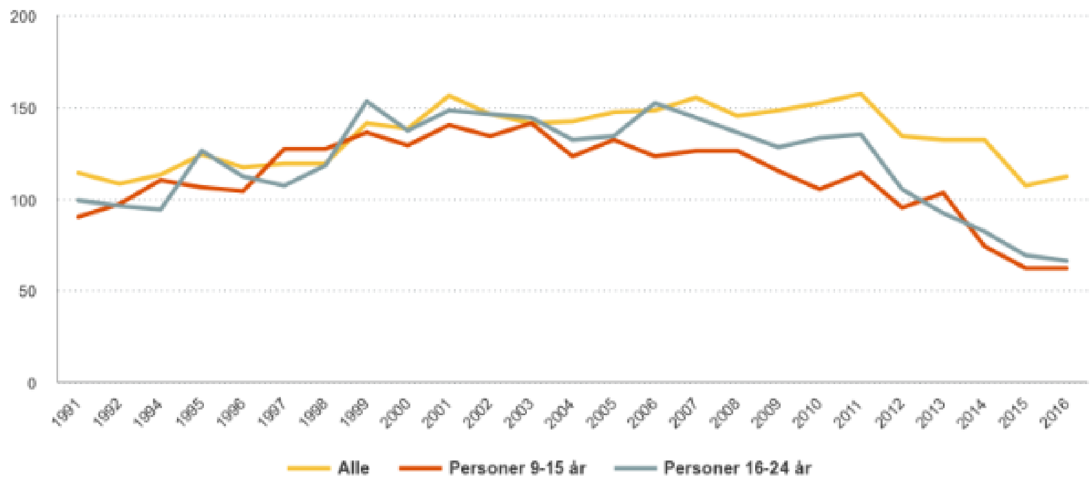
Stian forutsetter at befolkningen er jevnt fordelt innenfor intervallene og velger å dele intervallet [25,45> på 4.

Stian legger sammen frekvensen for intervallet [0,15>, [15,25> og beregner ¼ av intervallet [25,45>:

$$937710 + 668322 + \left(\frac{1430973}{4}\right)$$

$$\approx \mathbf{1963775.25}$$

Oppgave 18 (2 poeng) (H18)



Diagrammet ovenfor viser hvor mange minutter personer i Norge i gjennomsnitt så på TV per dag i perioden fra 1991 til 2016.

Omtrent hvor mange prosent gikk tiden personer mellom 16 og 24 år så på TV per dag, ned med fra 2006 til 2016?

Personer mellom 16 og 24 år vises på den blå grafen. I 2006 viser den blå grafen at de så på TV i 150 minutter i gjennomsnitt per dag. I 2016 så personer mellom 16 og 24 år i gjennomsnitt på TV i 65 minutter per dag. Nedgangen er $150 - 65 = 85$

$$\frac{85}{150} \cdot 100\,\% = 57\,\%$$

Tiden personer mellom 16 og 24 år så på TV per dag gikk ned med 57 % fra 2006 til 2016.

Oppgave 19 (8 poeng) (H18)

I en klasse på Vg2 idrettsfag er det 30 elever. Tabellen nedenfor viser hvor mye elevene trener utenom skoletiden i løpet av en uke.

Antall minutter	Antall elever	Kumulativ frekvens	Relativ frekvens	Kumulativ relativ frekvens
[0, 60⟩	3			
[60, 180⟩	6			
[180, 300⟩	12			
[300, 420⟩	6			
[420, 540⟩	3			

a) Tegn av tabellen i besvarelsen din, og fyll inn verdier for kumulativ frekvens, relativ frekvens og kumulativ relativ frekvens.

	A	B	C	D	E
1	Antall minutter	Antall elever	Kumulativ frekvens	Relativ frekvens	Kumulativ relativ frekvens
2	[0, 60>	3	3	0.1	0.1
3	[60, 180>	6	9	0.2	0.3
4	[180, 300>	12	21	0.4	0.7
5	[300, 420>	6	27	0.2	0.9
6	[420, 540>	3	30	0.1	1
7	Sum	30		1	

	A	B	C	D	E
1	Antall minutter	Antall elever	Kumulativ frekvens	Relativ frekvens	Kumulativ relativ frekvens
2	[0, 60>	3	B2	B2 / B$7	D2
3	[60, 180>	6	C2 + B3	B3 / B$7	E2 + D3
4	[180, 300>	12	C3 + B4	B4 / B$7	E3 + D4
5	[300, 420>	6	C4 + B5	B5 / B$7	E4 + D5
6	[420, 540>	3	C5 + B6	B6 / B$7	E5 + D6
7	Sum	Sum(B2:B6)		Sum(D2:D6)	

Skrev inn opplysningene og regna ut de ulike frekvenstypene som vist i utklippene over.

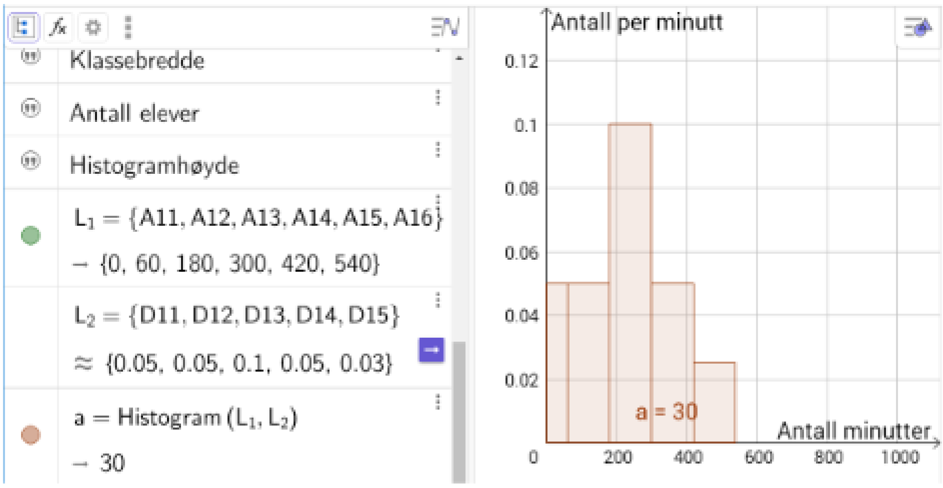
b) Lag et histogram som viser hvor mye elevene trener utenom skoletiden.

Skrev inn klassegrensene og laget liste av dem, se liste L_1 på utklippene nedenfor.
Regnet ut histogramhøyder ut i fra klassebreddene og laget liste av dem, se liste L_2.

	A	B	C	D
8				
9				
10	Klassegrenser	Klassebredde	Antall elever	Histogramhøyde
11	0	60	3	0.05
12	60	120	6	0.05
13	180	120	12	0.1
14	300	120	6	0.05
15	420	120	3	0.03
16	540			

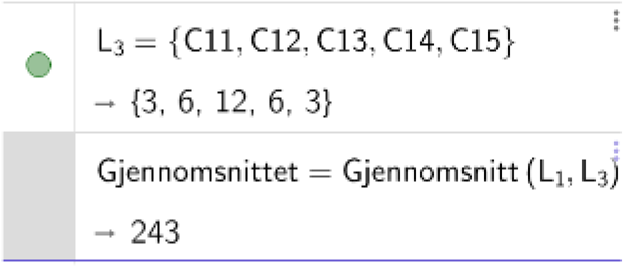
	A	B	C	D
9				
10	Klassegrenser	Klassebredde	Antall elever	Histogramhøyde
11	0	A12 - A11	3	C11 / B11
12	60	A13 - A12	6	C12 / B12
13	180	A14 - A13	12	C13 / B13
14	300	A15 - A14	6	C14 / B14
15	420	A16 - A15	3	C15 / B15
16	540			

Brukte kommandoen Histogram på de to listene, se utklipp nedenfor.



c) Bestem gjennomsnittet for det klassedelte datamaterialet.

Laget liste L_3 av frekvensene og brukte kommandoen Gjennomsnitt på listene av klassegrenser og frekvenser, se utklippet til høyre. Gjennomsnittlig antall minutter elevene trente, var <u>243</u>.



d) Bestem medianen for det klassedelte datamaterialet.

Ser av tabellen i a) at den kumulative relative frekvensen er 0,3 i klasse nr. 2 og 0,7 i klasse nr. 3. Plottet kumulativ relativ frekvens for den andre og den tredje klassen (punktene (180, 0.3) og (300, 0.7)) i GeoGebra, se punktene *A* og *B* i utklippet nedenfor. Brukte verktøyet Linje for å lage linja gjennom de to punktene (linje *g*). Skrev inn linja *y* = 0,5 (linje *f*) og fant skjæringspunktet mellom de to linjene, se punktet *C*, med kommandoen Skjæring.

Medianen er *x*-koordinaten til punktet *C*, dvs <u>medianen er 240</u>.