

# Eksamensoppgaver statistikk med hjelpemidler

## Oppgave 1 (3 poeng)

I kroppsøvingstimen kastet Svein spyd seks ganger. Nedenfor ser du hvor langt han kastet i hvert av de seks kastene.

23,5 m      26,1 m      18,4 m      22,8 m      25,1 m      20,3 m

a) Bestem gjennomsnittet og standardavviket.

Kjell kastet også spyd seks ganger. Standardavviket for kastene til Kjell var 3,2 m.

b) Hva kan du ut fra dette si om kastene til Kjell sammenliknet med kastene til Svein?

## Oppgave 2



Noen elever i Oslo ville undersøke hvor mange personer det var i hver bil som kjørte inn til sentrum om morgenen. De telte antall personer i 30 biler og fikk følgende resultat:

2 1 4 3 3 1 1 2 5 1 3 1 2 2 1 4 5 1 1 4 4 1 2 1 1 1 2 2 4 4

a) Finn medianen og gjennomsnittet for dette datamaterialet.

b) Framstill datamaterialet i et sektordiagram.  
Hvor stor del av bilene har mer enn én passasjer?

Elever i en annen by gjennomførte en tilsvarende undersøkelse. De fikk følgende resultat:

1 2 1 3 2 4 1 1 3 2 2 2 3 2 3 2 1 2 4 1 2 4 1 3 2 1 2 2 3 1

- c) Finn standardavviket både for dette datamaterialet og for datamaterialet fra Oslo. Det ene standardavviket er større enn det andre. Per påstår at han kunne sett dette direkte ut fra resultatene fra undersøkelsene. Hvordan kunne han klart det?

### Oppgave 3 (5 poeng)

Izabela Duda fra Oppsal ble toppskårer i Eliteserien i håndball for kvinner i sesongen 2012/2013. Nedenfor ser du hvor mange mål hun skåret i hver av de 22 kampene.

6 1 4 8 8 17 7 12 1 8 4

7 10 13 14 7 9 7 11 12 7 4

- a) Hvor mange mål skåret hun i gjennomsnitt per kamp?

En annen spiller skåret i gjennomsnitt 5 mål per kamp i de 22 kampene. Standardavviket hennes for antall mål per kamp var 2,5.

- b) Sammenlikn denne spillerens prestasjoner med Izabela Dudas.



Izabela Duda skåret noen av målene på straffekast.


Tabellen viser kumulativ frekvens for antall mål hun skåret på straffekast i løpet av de 22 kampene.


Antall mål på straffekast	Kumulativ frekvens
0	8
1	14
2	17
3	21
4	22

- c) I hvor mange kamper skåret hun tre mål på straffekast? Hvor mange mål skåret hun på straffekast i løpet av de 22 kampene?

#### Oppgave 4 (9 poeng)

Politiet har gjennomført fartskontroller på to veistrekninger. Den ene veistrekningen har fartsgrense 50 km/h og den andre 80 km/h. Nedenfor ser du resultatene fra hver av de to kontrollene.

Fartsgrense 50 km/h 	
Fart	Antall biler
$[45,50)$	25
$[50,55)$	26
$[55,60)$	23
$[60,65)$	3
$[65,70)$	2
$[70,75)$	1

Fartsgrense 80 km/h 	
Fart	Antall biler
$[70,75)$	7
$[75,80)$	43
$[80,85)$	17
$[85,90)$	8
$[90,95)$	0
$[95,125)$	5

- a) Presenter dataene fra tabellene ovenfor i hvert sitt stolpediagram.
- b) Hvor mange prosent av bilførerne kjører 10 % eller mer over fartsgrensen i hver av de to kontrollene?
- c) Finn gjennomsnittsfarten til bilene i hver av de to kontrollene.
- d) Hvor mange prosent over fartsgrensen er gjennomsnittsfarten til bilene i hver av de to kontrollene?
- e) Bruk svarene i a), b), c) og d) til å vurdere om bilførerne kjører mest lovlydig på veistrekningen med fartsgrense 50 km/h eller på veistrekningen med fartsgrense 80 km/h.

### Oppgave 5 (9 poeng)

a) Finn median, gjennomsnitt og standardavvik for tallmengden:

2 5 21 15 17 5 9 19 10 14 7 3 2 11 13

Vi dobler alle tallene i tallmengden og får:

4 10 42 30 34 10 18 38 20 28 14 6 4 22 26

b) Finn median, gjennomsnitt og standardavvik for denne tallmengden.  
Sammenlikn med resultatene fra a) og kommenter.

Berit får en idé og setter opp tabellen nedenfor.

<b>Tallmengde 1</b> 15 tall	2	5	21	15	17	5	9	19	10	14	7	3	2	11	13
<b>Tallmengde 2</b> De 15 tallene doblet	4	10	42	30	34	10	18	38	20	28	14	6	4	22	26
<b>Tallmengde 3</b> De 15 tallene tredoblet	6	15	63	45	51	15	27	57	30	42	21	9	6	33	39
<b>Tallmengde 4</b> De 15 tallene firedoblet	8	20	84	60	68	20	36	76	40	56	28	12	8	44	52

Hun beregner median, gjennomsnitt og standardavvik for hver av tallmengdene og påstår at hun har funnet regler som sier noe om hvordan medianen, gjennomsnittet og standardavviket endrer seg når tallene i en tallmengde dobles, tredobles, firedobles osv.

c) Formuler disse reglene, og gi en begrunnelse for at de er riktige.

### Oppgave 6 (6poeng)

En dag gjorde klasse 1A forsøk i naturfagstimen. Seks elever slapp hver sin stålkule fra 1 m høyde og målte tiden det tok før kule traff bakken.

Resultatene ser du i tabellen nedenfor.

Elev	1	2	3	4	5	6
Tid (sekunder)	0,46	0,45	0,47	0,44	0,52	0,46

a) Bestem gjennomsnittet og standardavviket for måleresultatene.

Klassen la merke til at elev nummer 5 målte en større falltid enn de andre. Mange mente at dette resultatet måtte skyldes en målefeil, og at det derfor burde forkastes.

Da ga fysikklærer Strøm dem denne regelen:

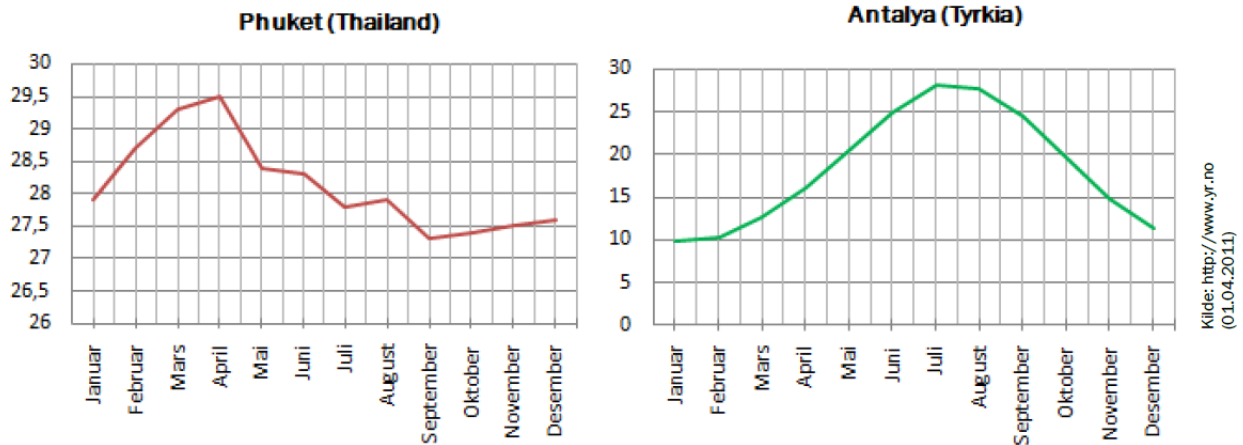
«Når vi har seks målinger, kan vi forkaste et måleresultat dersom det ligger mer enn 1,4 standardavvik fra gjennomsnittet.»

b) Finn ut om måleresultatet til elev nummer 5 kan forkastes dersom vi bruker regelen ovenfor.

Bestem gjennomsnittet og standardavviket for de fem andre måleresultatene.

Hvordan har gjennomsnittet og standardavvik endret seg? Virker det rimelig? Forklar.

## Oppgave 7 (8 poeng)



Ovenfor ser du linjediagrammene som viser gjennomsnittstemperaturen per måned ved to kjente feriesteder.

a) Bruk diagrammene og lag en tabell som viser gjennomsnittstemperaturen per måned for hvert av de to stedene Phuket og Antalya.

b) 1) Finn gjennomsnittstemperaturen per år for hvert av de to stedene.

2) Finn standardavviket for temperaturene i a) for hvert av de to stedene.

Jon påstår at det er godt samsvar mellom diagrammene og resultatene fra b). Asbjørn er enig, men mener at diagrammene lett kan tolkes feil.

c) Forklar hvorfor diagrammene lett kan tolkes feil.

Hvordan kunne diagrammene vært laget for å unngå dette?

Lag ett nytt diagram som viser gjennomsnittstemperaturen på begge stedene måned for måned.

## Oppgave 8 (6 poeng)

Nr	Resultat	Utøver	Land	Verdensdel
1	8,47	Christian Reif	 Tyskland	Europa
2	8,46	Dwight Phillips	 USA	Nord-Amerika
3	8,40	Fabrice Lapierre	 Australia	Oceania
4	8,35	Alain Bailey	 Jamaica	Sør-Amerika
5	8,33	Chris Noffke	 Australia	Oceania
6	8,30	Irving Saladino	 Panama	Sør-Amerika
7	8,27	Ndiss Kaba Badji	 Senegal	Afrika
8	8,27	Eusebio Cáceres	 Spania	Europa
9	8,25	Pavel Shalin	 Russland	Europa
10	8,24	Salim Sdiri	 Frankrike	Europa
11	8,24	Kafétien Gomis	 Frankrike	Europa
12	8,23	Godfrey Khotso Mokoena	 Sør-Afrika	Afrika
13	8,23	Christopher Tomlinson	 England	Europa
14	8,22	Tommi Evilä	 Finland	Europa
15	8,22	Tyrone Smith	 Bermuda	Sør-Amerika
16	8,22	Greg Rutherford	 England	Europa
17	8,21	Morten Jensen	 Danmark	Europa
18	8,20	Wilfredo Martínez	 Cuba	Sør-Amerika
19	8,20	Trevell Quinley	 USA	Nord-Amerika
20	8,19	Christian Taylor	 USA	Nord-Amerika

Kilde:  
<http://www.iaaf.org/statistics/toplists/inout=o/age=n/season=2010/sex=M/all=n/legal=A/disc=LJ/detail.html>  
(29.07.2012)

Ovenfor ser du verdensstatistikken fra 2010 for øvelsen lengdehopp for menn.

- Lag et sektordiagram som viser hvordan de 20 utøverne fordeler seg mellom de ulike verdensdelene.
- Finn gjennomsnittslengden og standardavviket for resultatene til de 20 utøverne.

Sondre har funnet resultatene for utøverne som står som nummer 21 – 40 på verdensstatistikken. Standardavviket for resultatene til disse 20 utøverne er tilnærmet lik 0,0258.

- Hva forteller dette om resultatene til utøverne som står som nummer 21 – 40, i forhold til resultatene til de 20 beste utøverne?

### Oppgave 9 (4 poeng)

År	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Antall kamper per år	1	2	4	10	9	6	4	9	11	11	4
Antall mål per år	0	0	2	3	3	2	0	5	1	4	0

Tabellen ovenfor viser hvor mange landskamper Jan Åge Fjørtoft spilte, og hvor mange mål han skåret per år i perioden 1986 – 1996.

- a) Hvor mange mål skåret Fjørtoft i gjennomsnitt per kamp i denne perioden?  
I hvilket år skåret han flest mål per kamp?
- b) Tegn av tabellen nedenfor i besvarelsen din, og fyll inn tallene som mangler.  
Hva er den kumulative frekvensen for to mål per år, og hva forteller dette svaret?

Antall mål per år	Frekvens	Kumulativ frekvens
0		
1		
2		
3		
4		
5		











## Oppgave 10 (7 poeng)

Tabellene nedenfor viser resultatene for de åtte beste utøverne på 1500 m skøyter for menn under OL i 1968 og under OL i 2010.

### OL 1968

Plass	Utøver		Land	Tid (sekunder)
1	Kees Verkerk		Nederland	123,4
2	Ivar Eriksen		Norge	125,0
2	Ard Schenk		Nederland	125,0
4	Magne Thomassen		Norge	125,1
5	Johnny Höglin		Sverige	125,2
6	Bjørn Tveter		Norge	125,2
7	Svein-Erik Stiansen		Norge	125,5
8	Eduard Matusjevitsj		Sovjetunionen	126,1

### OL 2010

Plass	Utøver		Land	Tid (sekunder)
1	Mark Tuitert		Nederland	105,57
2	Shani Davis		USA	106,10
3	Håvard Bøkko		Norge	106,13
4	Ivan Skobrev		Russland	106,42
5	Mo Tae-bum		Korea	106,47
6	Chad Hedrick		USA	106,69
7	Simon Kuipers		Nederland	106,76
8	Mikael Flygind Larsen		Norge	106,77

- a) Hvor mange prosent sank vinnertiden med fra 1968 til 2010?
- b) Bestem gjennomsnittstiden for de åtte beste i 1968 og for de åtte beste i 2010.

Bestem standardavviket for de to tallmaterialene.

Hvorfor er standardavviket større i 1968 enn i 2010?

### Oppgave 11 (2 poeng)



Ovenfor ser du hvor mange utenlandske spillere som spilte i den norske eliteserien hvert år i perioden 2000–2012.

Bestem gjennomsnitt og standardavvik for dette datamaterialet.

### Oppgave 12 (2 poeng)

	Antall elever
Går	4
Sykler	7
Kjører privat bil	3
Tar buss	10
Tar tog	6

I tabellen ovenfor ser du hvordan elevene i en klasse kommer seg til og fra skolen.

Bruk et sektordiagram til å presentere datamaterialet fra tabellen.

### Oppgave 13 (6 poeng)

I en undersøkelse ble 30 elever spurt om hvor lang tid de bruker på å komme seg til og fra skolen hver dag. Elevene oppga tiden i minutter. Resultatet av undersøkelsen er vist nedenfor.

28 56 12 16 34 78 64 18 10 21  
32 26 54 62 64 70 50 44 70 86  
16 20 38 14 80 24 20 32 14 10

- Lag et klassesdelt materiale av tallene ovenfor. La den første klassen starte i 10, og la alle klassene ha klassebredde 10.
- Ta utgangspunkt i det klassesdelte materialet i a), og bestem gjennomsnittet.
- Bruk det klassesdelte materialet til å avgjøre hvor stor andel av elevene som trenger mindre enn 60 min på å komme seg til og fra skolen.

### Oppgave 14 (3 poeng)

Tallene nedenfor viser temperaturen målt i grader celsius klokka 16 den 30. juni de siste 20 årene i by A.

20 18 20 19 19 21 20 22 22 18 17 18 22 19 21 20 22 22 21 17

- Bruk regneark til å bestemme gjennomsnitt og standardavvik for datamaterialet.

Tilsvarende data er samlet inn i by B. Gjennomsnittet her er  $20,8^{\circ}\text{C}$ , og standardavviket er  $3,4^{\circ}\text{C}$ .

Noen planlegger et større utearrangement 30. juni neste år og er avhengige av varmt vær. Arrangementet skal finne sted enten i by A eller i by B.

- Hvilket råd vil du gi arrangørene ut fra de oppgitte dataene?

Oppgave 15 (4 poeng)



Figuren ovenfor viser sterkeste middelvind ulike steder i Sør-Norge under ekstremværet «Nina» i januar 2015.

Vi lar den røde streken være skillet mellom Vestlandet og Sør-Østlandet.

- Bruk regneark til å bestemme gjennomsnitt og standardavvik for sterkeste middelvind på Vestlandet og sterkeste middelvind på Sør-Østlandet.
- Hva forteller svarene i oppgave a) om sterkeste middelvind på Vestlandet sammenliknet med sterkeste middelvind på Sør-Østlandet?

### Oppgave 16 (4 poeng) (V19)

Emil og Ida selger poser med brente mandler for å samle inn penger i forbindelse med Operasjon Dagsverk. Begge har fylt 20 poser med mandler.

Nedenfor ser du hvor mange mandler det er i hver av posene Emil har fylt.

42	45	39	46	47
41	38	44	43	40
45	46	49	39	40
41	42	40	45	48

a) Bestem gjennomsnittet og standardavviket for antallet mandler i posene til Emil.

Ida har regnet ut gjennomsnitt og standardavvik for antall mandler i sine poser. Gjennomsnittet hennes er lavere enn Emils, men standardavviket er høyere.

b) Nedenfor ser du tre påstander. Avgjør om hver enkelt påstand *kan* være riktig. Begrunn svarene dine.

- 1) Ida har til sammen flere mandler enn Emil i posene sine.
- 2) Ida har like mange mandler i hver av posene sine.
- 3) Ida har like mange mandler i halvparten av posene sine.

### Oppgave 17 (6 poeng) (H18)

Tabellen i regnearket nedenfor viser aldersfordelingen i befolkningen i Norge 1. januar 2017.

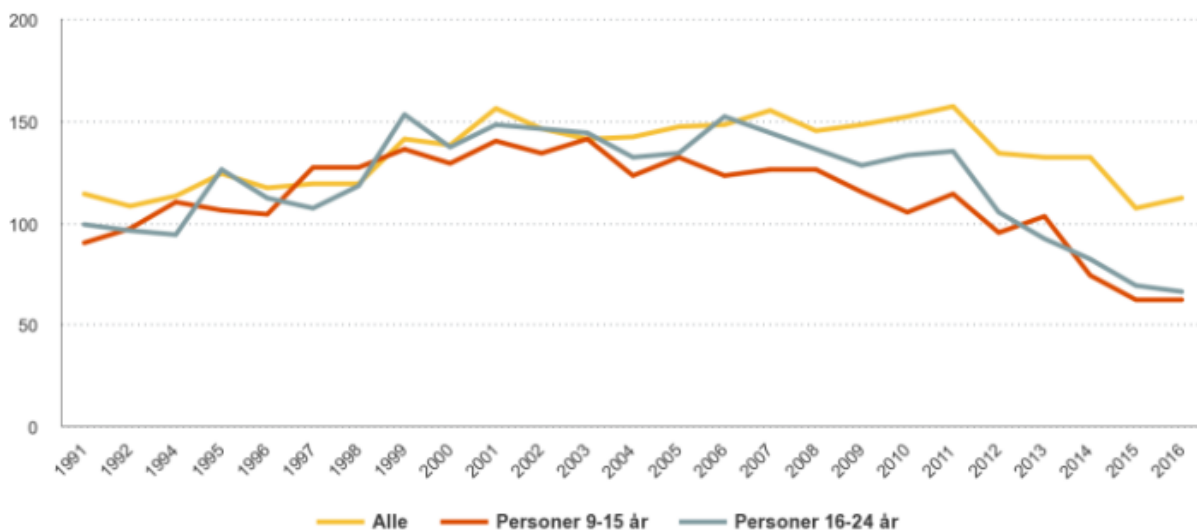
	A	B	C	D
1	Alder (År)	Frekvens	Relativ frekvens	Kumulativ relativ frekvens
2	$[0, 15)$	937 710		
3	$[15, 25)$	668 322		
4	$[25, 45)$	1 430 973		
5	$[45, 65)$	1 346 490		
6	$[65, 75)$	505 513		
7	$[75, 90)$	324 700		
8	$[90, \rightarrow)$	44 609		
9	Sum			

- Lag et regneark som vist ovenfor. Legg inn verdier i de hvite cellene og formler i de blå cellene slik at tabellen blir ferdig utfylt.
- Hvor mange prosent av befolkningen var under 90 år?
- I hvilket intervall finner vi medianen?

Stian påstår at 1 963 775 personer var under 30 år 1. januar 2017.

- Hvordan kan han argumentere for denne påstanden, og hvilken antakelse har han gjort?

### Oppgave 18 (2 poeng) (H18)



Diagrammet ovenfor viser hvor mange minutter personer i Norge i gjennomsnitt så på TV per dag i perioden fra 1991 til 2016.

Omtrent hvor mange prosent gikk tiden personer mellom 16 og 24 år så på TV per dag, ned med fra 2006 til 2016?

### Oppgave 19 (8 poeng) (H18)

I en klasse på Vg2 idrettsfag er det 30 elever. Tabellen nedenfor viser hvor mye elevene trener utenom skoletiden i løpet av en uke.

Antall minutter	Antall elever	Kumulativ frekvens	Relativ frekvens	Kumulativ relativ frekvens
$[0, 60)$	3			
$[60, 180)$	6			
$[180, 300)$	12			
$[300, 420)$	6			
$[420, 540)$	3			

- Tegn av tabellen i besvarelsen din, og fyll inn verdier for kumulativ frekvens, relativ frekvens og kumulativ relativ frekvens.
- Lag et histogram som viser hvor mye elevene trener utenom skoletiden.
- Bestem gjennomsnittet for det klassedelte datamaterialet.
- Bestem medianen for det klassedelte datamaterialet.