

# Eksamen

28.11.2023

MAT1151 Matematikk 2P-Y



Se eksamenstips på baksiden!

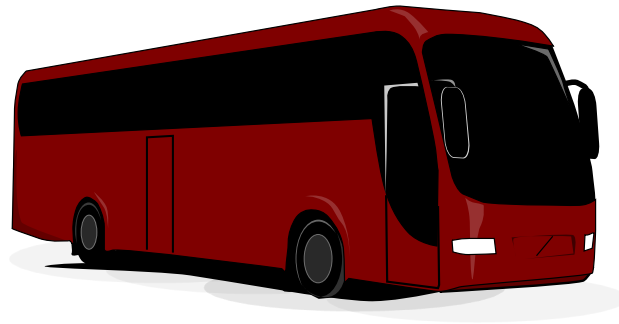
# Nynorsk

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid</b>	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
<b>Del utan hjelpemiddel</b>	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
<b>Del med hjelpemiddel</b>	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte</b>	Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 8 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Digitale løysingar der det er brukt rekneark, programmering, grafteiknar og CAS, skal dokumenterast.
<b>Rettleiing om vurderinga</b>	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none"><li>• viser rekneferdigheiter og matematisk forståing</li><li>• gjennomfører logiske resonnement</li><li>• ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar</li><li>• kan bruke formålstenlege hjelpemiddel</li><li>• forklarar framgangsmåtar og grunngir svar</li><li>• skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</li><li>• vurderer om svar er rimelege</li></ul>
<b>Om vekting av oppgåvene</b>	Kvar deloppgåve vil bli vekta likt når svara dine blir vurderte, med unntak av <ul style="list-style-type: none"><li>• oppgåve 4 i Del 1 og oppgåve 4, 5, 6 og 8a i Del 2</li></ul> som vil bli vekta <u>dobbelt så mykje</u> som dei andre deloppgåvene.
<b>Andre opplysningar</b>	Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none"><li>• Buss: Pixabay (21.06.2023)</li><li>• Vesker: Pixabay (21.06.2023)</li><li>• Vase og roser: Pixabay (21.06.2023)</li><li>• Ansikter: Pixabay (21.06.2023)</li><li>• Jordklode: Pixabay (08.08.2023)</li></ul> Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

## DEL 1

### Utan hjelpemiddel

#### Oppgave 1



Selma er på ferie og vil bruke buss for å komme seg rundt i området. Ho vurderer om ho skal kjøpe ein enkeltbillett for kvar reise eller eit fleksikort med 20 reiser.

- Kvar enkeltbillett kostar 25 kroner.
- Eit fleksikort med 20 reiser kostar 415 kroner.

a) Kor mange reiser må ho ta med bussen for at det skal lønne seg å kjøpe eit fleksikort med 20 reiser?

Tenk deg at Selma kjøper eit fleksikort med 20 reiser og bruker alle reisene.

b) Kor mange prosent sparer ho samanlikna med å kjøpe 20 enkeltbilletter?

## Oppgave 2

I 2002 var det registrert omtrent 1,9 millionar personbilar i Noreg. I 2022 var talet på registrerte personbilar omtrent 2,9 millionar.

Gå ut frå at talet på personbilar auka lineært i denne perioden, og set opp ein modell som viser talet på millionar registrerte personbilar  $x$  år etter 2002.

Kor mange registrerte personbilar vil det vere i Noreg i 2030 ifølgje modellen?

## Oppgave 3

Sola har ein masse på ca.  $2,0 \cdot 10^{30}$  kg. Jorda har ein masse på ca.  $6,0 \cdot 10^{24}$  kg.

Massen til sola er omtrent ... gonger større enn massen til jorda.

Gjer utrekningar og finn ut kva for eit tal som manglar i setninga ovanfor. Skriv talet på standardform.

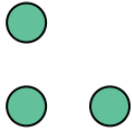
## Oppgave 4

Jonas har notert kor mange kilometer han har jogga kvar av dei siste ti dagane. Han ser at typetalet er 5 km, medianen er 8 km og gjennomsnittet er 9 km.

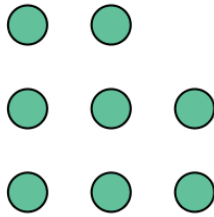
Du skal setje opp to moglege alternativ som viser kor mange kilometer han kan ha jogga kvar av dei ti dagane.

- I det første alternativet skal du bruke 8 km minst éin dag.
- I det andre alternativet skal du ikkje bruke 8 km nokon av dagane, og minst halvparten av tala du bruker, skal vere tal du ikkje brukte i det første alternativet.

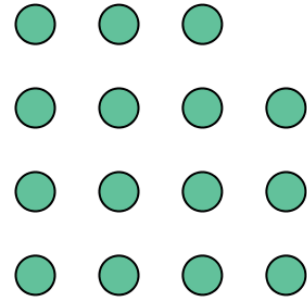
## Oppgave 5



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Ovanfor ser du tre figurar. Figurane er sette saman av små sirkclar.  
Tenk deg at du skal halde fram med å lage figurar etter same mønster.

Beskriv mønsteret, og bestem eit uttrykk for talet på små sirkclar i figur  $n$ .

## DEL 2 Med hjelpemiddel

### Oppgave 1



Funksjonen  $T$  gitt ved


$$T(x) = -\frac{1}{1000} \cdot (0,0028x^3 - x^2 + 25x - 3800) , \quad 0 \leq x \leq 300$$

er ein modell for temperaturen  $T(x)$  gradar celsius i sjøen ein stad på Sørlandet  $x$  døgn etter 31. desember 2020.

- Bruk modellen til å bestemme forskjellen mellom høgaste og lågaste temperatur i sjøen dei 300 første dagane i 2021.
- Kor mange gradar steig temperaturen i sjøen i gjennomsnitt med kvart døgn i mars ifølgje modellen?

## Oppgave 2

Nedanfor ser du dei 11 fotballspelarane som skåra flest mål i eliteserien 2022.

Rank	Spiller	Klubb	Mål
1	 Amahl Pellegrino	Bodø/Glimt	25
2	 Hugo Vetlesen	Bodø/Glimt	16
3	 David Datro Fofana	Molde	15
	 Casper Tengstedt	Rosenborg	
	 Tobias Heintz	Sarpsborg 08	
6	 Ole Hammerfjell Sæter	Rosenborg	14
7	 Eric Bugale Kitolano	Tromsø	13
8	 Runar Espejord	Bodø/Glimt	12
	 Mohamed Ofkir	Sandefjord	
10	 Ola Brynhildsen	Molde	11
	 Johan Hove	Strømsgodset	

a) Bestem typetalet, variasjonsbreidda og medianen for talet på mål.

b) Bestem gjennomsnittet og standardavviket for talet på mål.

For dei 11 fotballspelarane som skåra flest mål i sesongen 2021, var medianen 11, gjennomsnittet 14,5 og standardavviket 6,7.

c) Kva kan du ut frå dette og utrekningane i oppgåve a) og b) seie om dei 11 fotballspelarane frå 2021 samanlikna med dei 11 fotballspelarane frå 2022?

### Oppgave 3

Mona eig ein butikk. Ho set opp prisen for ei vare i butikken med 160 kroner. Dette svarar til ein prisauke på 2,5 %.

Kor mange prosent hadde prisauken vore på dersom Mona i staden hadde sett opp prisen for vara med 240 kroner?

### Oppgave 4

Ei elevbedrift sel grønne, svarte og blå handlenett.



Prisen er den same for kvart handlenett.

Elevbedrifta sel tre gonger så mange grønne som blå handlenett og dobbelt så mange svarte som blå.

Elevane bestemmer seg for å setje opp prisen for det grønne handlenettet med 5 %, det svarte med 10 % og det blå med 15 %.

Kor mange prosent vil inntektene frå salet auke med dersom elevbedrifta framleis vil selje tre gonger så mange grønne som blå handlenett og dobbelt så mange svarte som blå, etter at dei set opp prisane?



## Oppgave 5



Klassen til Emilie og Emma skal kjøpe ein vase med roser i gåve til læraren. Dei må betale for vasen og for kvar rose.

I matematikktimen jobbar Emilie og Emma med proporsjonalitet og omvend proporsjonalitet.



Emilie

Eg trur talet på roser vi kjøper, og den totale prisen for vasen og rosene vil vere proporsjonale storleikar. Jo fleire roser vi kjøper, dess meir må vi jo betale. Eller?

Eg trur beløpet kvar av oss må betale, er omvendt proporsjonalt med kor mange som blir med og spleisar på gåva. Er det rett? Er det ikkje slik at når ein storleik blir mindre og ein annan aukar, så er storleikane omvendt proporsjonale?



Emma

Kommenter det Emilie og Emma seier.

## Oppgave 6

Nedanfor ser du ein tabell som viser talet på helsefagarbeidarar i Noreg i perioden 2015–2022, fordelt på kjønn.

	Helsefagarbeidarar	
År	Menn	Kvinner
2015	2 232	17 493
2016	2 911	21 439
2017	3 558	24 785
2018	3 957	27 327
2019	4 698	30 733
2020	5 511	33 958
2021	6 447	37 357
2022	7 317	40 472

Tenk deg at du skal presentere dette datamaterialet i eit føredrag. Gjer samanlikningar og utrekningar og lag ulike framstillingar som du kan bruke i ein presentasjon. Presentasjonane skal innehalde både utrekningar og diagram.

## Oppgave 7

Ei bedrift vil redusere utsleppet av eit forureina stoff med 5 % kvart år framover. I år er utsleppet på 40 tonn.

- a) Vis at det samla utsleppet i år og dei to neste åra vil vere på 114,1 tonn.
- b) Lag eit program du kan bruke for å bestemme det samla utsleppet for denne bedrifta over svært lang tid.

Tenk deg at ei anna bedrift har eit utslepp som er lågare eller høgare enn 40 tonn i år. Denne bedrifta vil også redusere utsleppet med 5 % kvart år framover.

- c) Undersøk samanhengen mellom utsleppet i år og det samla utsleppet over svært lang tid.

Ole påstår at  $T = \frac{u}{p} \cdot 100$  er ein formel for å rekne ut det samla utsleppet  $T$  når utsleppet i år er  $u$  og utsleppet blir redusert med  $p$  % kvart år framover.

- d) Undersøk om denne samanhengen kan gjelde.

## Oppgave 8

- I 1990 var klimagassutsleppa til Noreg på 51,3 millionar tonn CO<sub>2</sub>-ekvivalentar.
- I 2022 var klimagassutsleppa til Noreg på 48,9 millionar tonn CO<sub>2</sub>-ekvivalentar.

Norske styresmakter har sett som mål at klimagassutsleppet skal reduserast med 55 % innan 2030, samanlikna med kva utsleppet var i 1990.



Anders og Arne diskuterer korleis det kan vere mogleg å nå dette målet.

- Anders ser føre seg at utsleppet blir redusert med eit fast tal på tonn kvart år. Han ønskjer å lage ein modell som viser kor mange tonn den årlege reduksjonen må vere på for å nå målet i 2030.
- Arne ser føre seg at utsleppet blir redusert med ein fast prosent kvart år. Han ønskjer å lage ein modell som viser kor mange prosent den årlege reduksjonen må vere for å nå målet i 2030.

a) La  $x$  vere talet på år etter 2022 og hjelp Anders og Arne med å lage modellane.

Noreg har som mål å bli eit lågutsleppssamfunn innan 2050. Då må klimagassutsleppet reduserast med 90–95 % samanlikna med utsleppet i 1990.

b) Bruk modellane du fann i oppgave a), og vurder dei opp mot opplysningane om målet for klimagassutslepp i 2050.

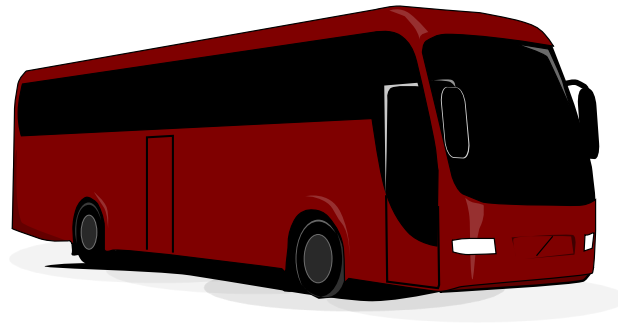
# Bokmål

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid</b>	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
<b>Del uten hjelpemidler</b>	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
<b>Del med hjelpemidler</b>	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte</b>	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 8 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Digitale løsninger hvor det er brukt regneark, programmering, graftegner og CAS, skal dokumenteres.
<b>Veiledning om vurderingen</b>	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>• viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>• gjennomfører logiske resonnementer</li><li>• ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>• kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler</li><li>• forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>• skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevnninger, tabeller og grafiske framstillinger</li><li>• vurderer om svar er rimelige</li></ul>
<b>Om vektning av oppgavene</b>	Hver deloppgave vektes likt når besvarelsen din blir vurdert, med unntak av <ul style="list-style-type: none"><li>• oppgave 4 i Del 1 og oppgave 4, 5, 6 og 8a i Del 2</li></ul> som vektes <u>dobbel</u> som <u>mye</u> som de andre deloppgavene.
<b>Andre opplysninger</b>	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none"><li>• Buss: Pixabay (21.06.2023)</li><li>• Vesker: Pixabay (21.06.2023)</li><li>• Vase og roser: Pixabay (21.06.2023)</li><li>• Ansikter: Pixabay (21.06.2023)</li><li>• Jordklode: Pixabay (08.08.2023)</li></ul> Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

## DEL 1

### Uten hjelpemidler

#### Oppgave 1



Selma er på ferie og vil bruke buss for å komme seg rundt i området. Hun vurderer om hun skal kjøpe en enkeltbillett for hver reise eller et fleksikort med 20 reiser.

- Hver enkeltbillett koster 25 kroner.
- Et fleksikort med 20 reiser koster 415 kroner.

a) Hvor mange reiser må hun ta med bussen for at det skal lønne seg å kjøpe et fleksikort med 20 reiser?

Tenk deg at Selma kjøper et fleksikort med 20 reiser og bruker alle reisene.

b) Hvor mange prosent sparer hun sammenliknet med å kjøpe 20 enkeltbilletter?

## Oppgave 2

I 2002 var det registrert omtrent 1,9 millioner personbiler i Norge. I 2022 var antall registrerte personbiler omtrent 2,9 millioner.

Anta at antall personbiler økte lineært i denne perioden, og sett opp en modell som viser antall millioner registrerte personbiler  $x$  år etter 2002.

Hvor mange registrerte personbiler vil det være i Norge i 2030 ifølge modellen?

## Oppgave 3

Sola har en masse på ca.  $2,0 \cdot 10^{30}$  kg. Jorda har en masse på ca.  $6,0 \cdot 10^{24}$  kg.

Massen til sola er omtrent ... ganger større enn massen til jorda.

Gjør beregninger og finn ut hvilket tall som mangler i setningen ovenfor. Skriv tallet på standardform.

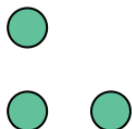
## Oppgave 4

Jonas har notert hvor mange kilometer han har jogget hver av de siste ti dagene. Han ser at typetallet er 5 km, medianen er 8 km og gjennomsnittet er 9 km.

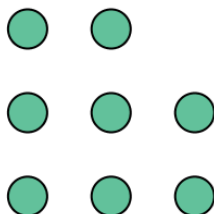
Du skal sette opp to mulige alternativer som viser hvor mange kilometer han kan ha jogget hver av de ti dagene.

- I det første alternativet skal du bruke 8 km minst én dag.
- I det andre alternativet skal du ikke bruke 8 km noen av dagene, og minst halvparten av tallene du bruker, skal være tall du ikke brukte i det første alternativet.

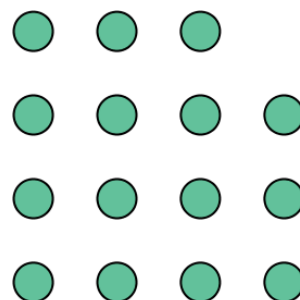
## Oppgave 5



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Ovenfor ser du tre figurer. Figurene er satt sammen av små sirkler. Tenk deg at du skal fortsette å lage figurer etter samme mønster.

Beskriv mønsteret, og bestem et uttrykk for antallet små sirkler i figur  $n$ .



## DEL 2

### Med hjelpemidler

#### Oppgave 1



Funksjonen  $T$  gitt ved

$$T(x) = -\frac{1}{1000} \cdot (0,0028x^3 - x^2 + 25x - 3800) , \quad 0 \leq x \leq 300$$

er en modell for temperaturen  $T(x)$  grader celsius i sjøen et sted på Sørlandet  $x$  døgn etter 31. desember 2020.

- Bruk modellen til å bestemme forskjellen mellom høyeste og laveste temperatur i sjøen de 300 første dagene i 2021.
- Hvor mange grader steg temperaturen i sjøen i gjennomsnitt med hvert døgn i mars ifølge modellen?

## Oppgave 2

Nedenfor ser du de 11 fotballspillerne som skåret flest mål i eliteserien 2022.

Rank	Spiller	Klubb	Mål
1	 Amahl Pellegrino	Bodø/Glimt	25
2	 Hugo Vetlesen	Bodø/Glimt	16
3	 David Datro Fofana	Molde	15
	 Casper Tengstedt	Rosenborg	
	 Tobias Heintz	Sarpsborg 08	
6	 Ole Hammerfjell Sæter	Rosenborg	14
7	 Eric Bugale Kitolano	Tromsø	13
8	 Runar Espejord	Bodø/Glimt	12
	 Mohamed Ofkir	Sandefjord	
10	 Ola Brynhildsen	Molde	11
	 Johan Hove	Strømsgodset	

a) Bestem typetallet, variasjonsbredden og medianen for antall mål.

b) Bestem gjennomsnittet og standardavviket for antall mål.

For de 11 fotballspillerne som skåret flest mål i sesongen 2021, var medianen 11, gjennomsnittet 14,5 og standardavviket 6,7.

c) Hva kan du ut fra dette og beregningene i oppgave a) og b) si om de 11 fotballspillerne fra 2021 sammenliknet med de 11 fotballspillerne fra 2022?

### Oppgave 3

Mona eier en butikk. Hun setter opp prisen for en vare i butikken med 160 kroner. Dette tilsvarer en prisøkning på 2,5 %.

Hvor mange prosent hadde prisøkningen vært på dersom Mona i stedet hadde satt opp prisen for varen med 240 kroner?

### Oppgave 4

En elevbedrift selger grønne, svarte og blå handlenett.



Prisen er den samme for hvert handlenett. Elevbedriften selger tre ganger så mange grønne som blå handlenett og dobbelt så mange svarte som blå.

Elevene bestemmer seg for å sette opp prisen for det grønne handlenettet med 5 %, det svarte med 10 % og det blå med 15 %.

Hvor mange prosent vil inntektene fra salget øke med dersom elevbedriften fremdeles vil selge tre ganger så mange grønne som blå handlenett og dobbelt så mange svarte som blå, etter at de setter opp prisene?

## Oppgave 5



Klassen til Emilie og Emma skal kjøpe en vase med roser i gave til læreren. De må betale for vassen og for hver rose.

I matematikktimen jobber Emilie og Emma med proporsjonalitet og omvendt proporsjonalitet.



Emilie

Jeg tror antall roser vi kjøper, og den totale prisen for vassen og rosene vil være proporsjonale størrelser. Jo flere roser vi kjøper, desto mer må vi jo betale. Eller?

Jeg tror beløpet hver av oss må betale, er omvendt proporsjonalt med hvor mange som blir med og spleiser på gaven. Er det riktig? Er det ikke slik at når en størrelse blir mindre og en annen øker, så er størrelsene omvendt proporsjonale?



Emma

Kommenter det Emilie og Emma sier.

## Oppgave 6

Nedenfor ser du en tabell som viser antall helsefagarbeidere i Norge i perioden 2015–2022, fordelt på kjønn.

	Helsefagarbeidere	
År	Menn	Kvinner
2015	2 232	17 493
2016	2 911	21 439
2017	3 558	24 785
2018	3 957	27 327
2019	4 698	30 733
2020	5 511	33 958
2021	6 447	37 357
2022	7 317	40 472

Tenk deg at du skal presentere dette datamaterialet i et foredrag. Gjør sammenlikninger og beregninger, og lag ulike fremstillinger som du kan bruke i en presentasjon. Presentasjonene skal inneholde både beregninger og diagrammer.

## Oppgave 7

En bedrift vil redusere utslippet av et forurenset stoff med 5 % hvert år framover. I år er utslippet på 40 tonn.

- a) Vis at det samlede utslippet i år og de to neste årene vil være på 114,1 tonn.
- b) Lag et program du kan bruke for å bestemme det samlede utslippet for denne bedriften over svært lang tid.

Tenk deg at en annen bedrift har et utslipp som er lavere eller høyere enn 40 tonn i år. Denne bedriften vil også redusere utslippet med 5 % hvert år framover.

- c) Undersøk sammenhengen mellom utslippet i år og det samlede utslippet over svært lang tid.

Ole påstår at  $T = \frac{u}{p} \cdot 100$  er en formel for å regne ut det samlede utslippet  $T$  når utslippet i år er  $u$  og utslippet reduseres med  $p$  % hvert år framover.

- d) Undersøk om denne sammenhengen kan gjelde.

## Oppgave 8

- I 1990 var Norges klimagassutslipp på 51,3 millioner tonn CO<sub>2</sub>-ekvivalenter.
- I 2022 var Norges klimagassutslipp på 48,9 millioner tonn CO<sub>2</sub>-ekvivalenter.

Norske myndigheter har satt som mål at klimagassutslippet skal reduseres med 55 % innen 2030, sammenliknet med hva utslippet var i 1990.



Anders og Arne diskuterer hvordan det kan være mulig å nå dette målet.

- Anders ser for seg at utslippet reduseres med et fast antall tonn hvert år. Han ønsker å lage en modell som viser hvor mange tonn den årlige reduksjonen må være på for å nå målet i 2030.
- Arne ser for seg at utslippet reduseres med en fast prosent hvert år. Han ønsker å lage en modell som viser hvor mange prosent den årlige reduksjonen må være for å nå målet i 2030.

a) La  $x$  være antall år etter 2022 og hjelp Anders og Arne med å lage modellene.

Norge har som mål å bli et lavutslippssamfunn innen 2050. Da må klimagassutslippet reduseres med 90–95 % sammenliknet med utslippet i 1990.

b) Bruk modellene du fant i oppgave a), og vurder dem opp mot opplysningene om målet for klimagassutslipp i 2050.

### TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

**Lykke til!**

### TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

**Lykke til!**