Eksamen 2P-Y
Høst 2023
Løsningsforslag

DEL 1

Oppgave 1

a) Beregner hvor mange enkeltturer man får før prisen passerer 415 kr.

$$25 \cdot 4 = 100$$
$$100 \cdot 4 = 400$$

Man får 4 turer for 100 kroner og da 16 turer for 400 kroner med enkeltbilletter. Tar man da 17 turer betaler man 425 kroner med enkeltbilletter og det vil i stedet lønne seg å ha fleksikort.

b)

$$\frac{\text{prisforskjell}}{\text{pris 20 enkeltbilletter}} = \frac{85}{500} = \frac{5 \cdot 17}{5 \cdot 100} = 0,17 = 17\%$$

Sammenligner prisforskjellen på 85 kroner med prisen totalt for 20 enkeltbilletter, 500 kroner.

Selma sparer 17% på å kjøpe fleksikort sammenlignet med 20 enkeltbilletter.

Oppgave 2

Skal finne en lineær modell: $y = ax + b$

Bestemmer stigningstallet:

$$a = \frac{1\text{millioner}}{20\text{år}} = 0,05\text{millioner/år}$$

Konstantleddet er verdien i 2002 når x=0. Modellen blir da:

$$y = 0,05x + 1,9$$

Oppgave 3

$$\frac{\text{Solas masse}}{\text{Jordas masse}} = \frac{2,0 \cdot 10^{30} kg}{6,0 \cdot 10^{24} kg} = \frac{1}{3} \cdot 10^{30-24} = 0,33 * 10^6 = 3,3 \cdot 10^5$$

Oppgave 4

Setter opp en tabell med antall dager og lengdene sortert i stigende rekkefølge. Begynner med å sørge for at medianen blir 8 ved å sette 8 på plass 5 og 6. Setter så tre 5'ere for at 5 skal bli typetallet. Vet at summen skal bli $9 \cdot 10 = 90$ for at gjennomsnittet skal bli 9, fyller derfor opp resten av tallene til summen blir 90.

Dager	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lengde	4	5	5	5	8	8	10	10	15	20

Begynner med medianen også i alternativ to. Her skal man ikke bruke 8 km noen av dagene så da velger jeg noe som i gjennomsnitt blir 8 km. Beholder 5'erne så typetallet fortsatt er 5. Bytter ut totalt seks av tallene og justerer like mye opp og ned så gjennomsnittet fortsatt skal vaere 9.

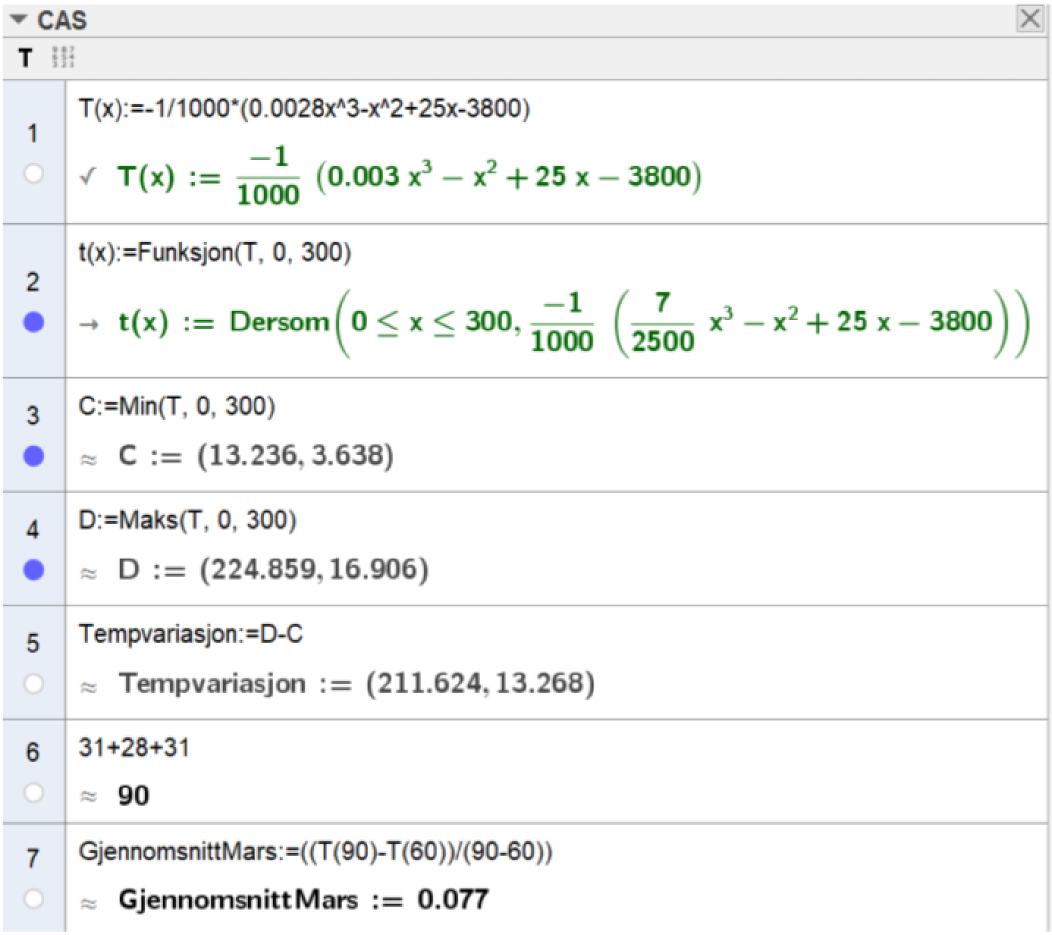
Dager	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lengde	1	5	5	5	7	9	11	12	15	20

DEL 2

Oppgave 1

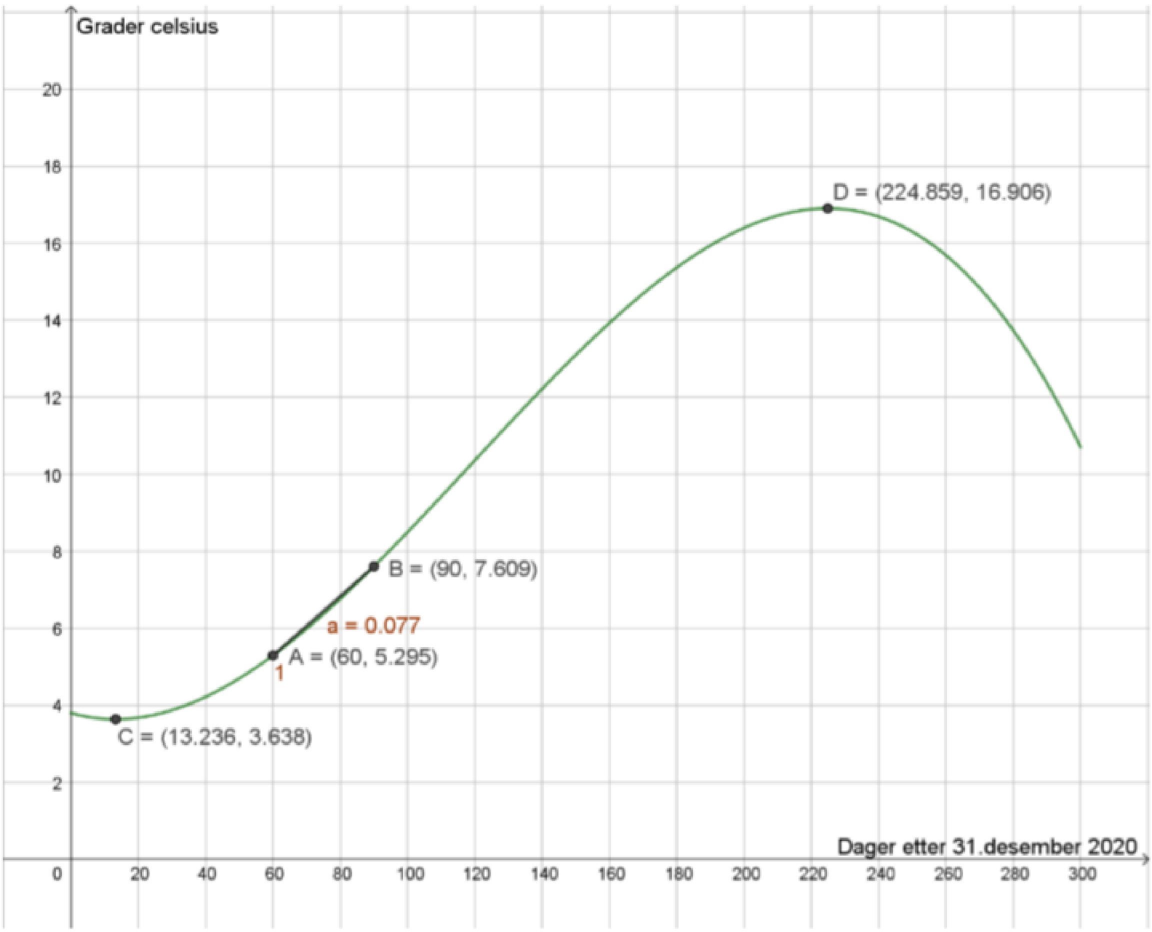
a)
Definerer funksjonsuttrykket i Geogebra i CAS linje 1, definisjonsområde begrenses på linje 2. Bruker CAS og finner laveste og høyeste temperatur.

Tar differansen av disse og finner at den største temperaturforskjellen i sjøen var på 13,27 grader celsius i løpet av disse 300 dagene.



b)
Januar har 31 dager, februar har 28 dager(ikke skuddår) så første dag i mars tilsvarer x=60, siste dag i mars tilsvarer x=90. Kan da finne stigningstallet mellom disse punktene, se linje 7 i CAS. Gjennomsnittlig økning i temperatur i sjøen i mars var 0.077 grader celsius per døgn.

Her trenger jeg egentlig ikke grafen da alt av utregning er vist i CAS, tar allikevel med utklippet her for å visualisere modellen.



Oppgave 2

a)
Ser av tabellen at det er flest spillere som har 15 mål, 15 mål er derfor typetallet. Variasjonsbredde =størst-minst=2511=14, variasjonsbredden er 14 mål. Bruker GeoGebra til å bestemme median, gjennomsnitt og standardavvik. Setter verdiene inn i regneark i Geogebra, velger ≪analyse av én variabel≫ og leser av statistikken.
Medianen er 14.

b)
Gjennomsnittet er 14,45 og standardavviket er 3,73.

c)
Medianen i 2021 er 11, mot 15 i 2022. Dette sier oss at det er faerre spillere som har scoret mange mål. Gjennomsnittet skal vaere det samme så noen få spillere må ha scoret et høyt antall mål. Dette støttes også av standardavviket som er stort i 2021 sammenlignet med 2022. Stort standardavvik vil si at det er stor spredning/variasjon i verdiene, altså stor variasjon i antall mål i 2021 sammenlignet med variasjonen i 2022.

Statistikk	
n	11
Gjennomsnitt	14.4545
σ	3.7262
s	3.908
Σx	159
Σx²	2451
Min	11
Q1	12
Median	14
Q3	15
Maks	25

	A
1	25
2	16
3	15
4	15
5	15
6	14
7	13
8	12
9	12
10	11
11	11

Oppgave 3

Ser at både 160 og 240 går opp i 80 så jeg setter opp en sammenligning og finner at 240 kr må tilsvare en økning på $3,75\%$.

160 kr tilsvarer $2,5\%$
800 kr tilsvarer $1,25\%$
240 0 kr tilsvarer $3,75\%$

Kunne også gått veien om 1%. Hvis 160 kr er $2,5\%$ så må 1% tilsvare 64 kroner. 64 kroner går 3.75 ganger i 240, altså tilsvarer det en økning på $3,75\%$.

CAS	
1	160/2.5 → **64**
2	240/64 ≈ **3.75**

Oppgave 4

Bruker CAS og setter opp to likninger, den ene for inntekten i utgangspunktet og den andre for inntekten etter prisøkning med vekstfaktor for økningen til hver type handlenett. Forholdet mellom disse tilsvarer vekstfaktor for økningen i inntekt.

Hvis vi antar at de fortsatt selger samme antall av hver type som før så øker inntektene med $8,3\%$.

CAS	
1	I_1(p):=p+3p+2p → $I_1(p) := 6\,p$
2	I_2(p):=1.15p+1.05*3*p+1.10*2*p ≈ $I_2(p) := 6.5\,p$
3	I_2/I_1 ≈ **1.083**
4	(1.083-1)*100 ≈ **8.3**

Oppgave 5

Fordi prisen til vasen er konstant og legges til prisen for rosene så blir ikke den totale prisen proporsjonal. Den totale prisen kan representeres som en lineær funksjon med konstantledd.

Total pris = pris per rose * antall roser + pris vase

For at prisen skulle vaere proporsjonal måtte konstantleddet, prisen for vasen, vært lik null så $y = a \cdot x$.
Emilie tar altså feil.

Beløpet hver elev skal betale synker med hvor mange som spleiser, disse størrelsene er omvendt proporsjonale.

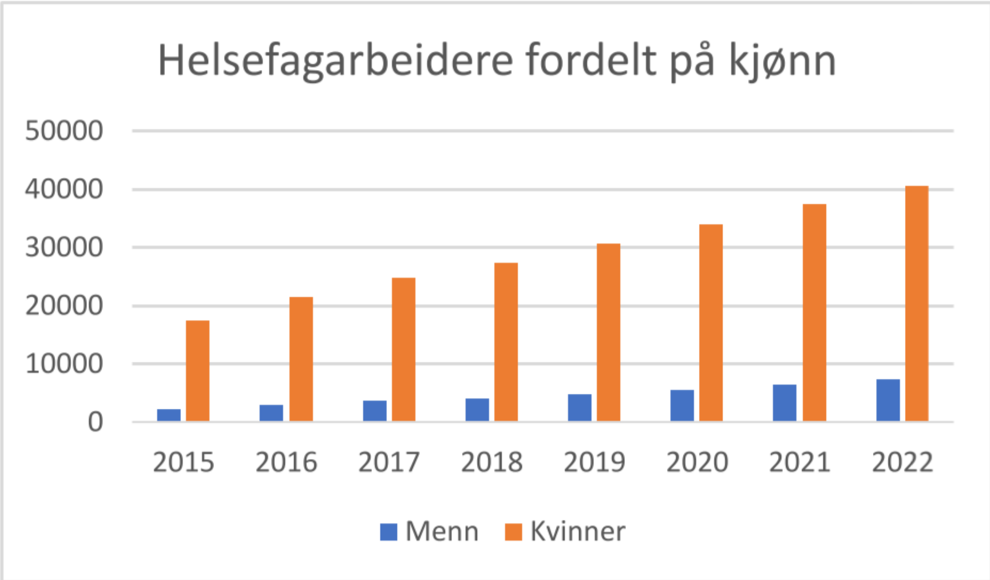
$$\text{Beløp per elev} = \frac{\text{Total pris}}{\text{Antall elever}}$$

Det er derimot ikke gitt at to størrelser er omvendt proporsjonale bare fordi den ene synker når den andre øker.
Sammenhengen kan for eksempel være lineær med negativt stigningstall eller eksponentiell.

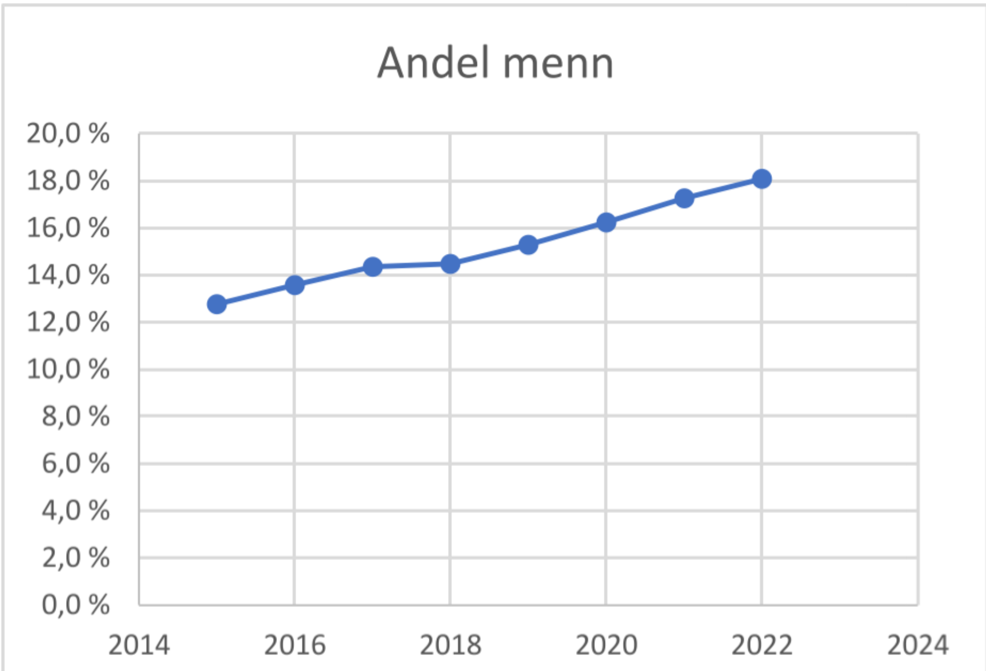
Oppgave 6

Her har jeg valgt å se på fordelingen mellom kjønn og utviklingen i andelen menn over tid.

Søylediagrammet viser at det er langt flere kvinner enn menn i yrket helsefagarbeider, men vi kan se at det er en økning i antall i begge i kjønn.



Linjediagrammet viser utviklingen av andel menn i yrket helsefagarbeider over tid, mer spesifikt i perioden 2015 til 2022. Dette viser at andelen menn øker i perioden og at det derfor er en positiv utvikling med tanke på jevnere kjønnsfordeling i helsefagarbeideryrket.



Tabellen nedenfor viser beregninger fra Excel.

	A	B	C	D
1	Helsefagarbeidere			
2	År	Menn	Kvinner	Andel menn
3	2015	2232	17493	12,8 %
4	2016	2911	21439	13,6 %
5	2017	3558	24785	14,4 %
6	2018	3957	27327	14,5 %
7	2019	4698	30733	15,3 %
8	2020	5511	33958	16,2 %
9	2021	6447	37357	17,3 %
10	2022	7317	40472	18,1 %

	A	B	C	D
1	Helsefagarbeidere			
2	År	Menn	Kvinner	Andel menn
3	2015	2232	17493	=B3/C3
4	2016	2911	21439	=B4/C4
5	2017	3558	24785	=B5/C5
6	2018	3957	27327	=B6/C6
7	2019	4698	30733	=B7/C7
8	2020	5511	33958	=B8/C8
9	2021	6447	37357	=B9/C9
10	2022	7317	40472	=B10/C10

Oppgave 7

a)
Setter opp et funksjonsuttrykk for utviklingen av utslippet. Tar utgangspunkt i

$$\text{ny verdi} = \text{gammel verdi} \cdot \text{vekstfaktor}^{\text{år}}$$

Vekstfaktor for 5% årlig reduksjon blir 0.95 og startverdi/gammel verdi er 40 tonn. Summerer så for x=0, x=1 og x=2.
Ser at utslippet totalt de tre første årene bi 114.1 tonn. Se linje 1 og linje 2 i CAS.

b)
Fra våren 2024 skal dere ikke lenger kunne skrive et program så her løser jeg oppgaven ved å bruke summeformel i CAS. Velger å summere for 100 år og ser at det totale utslippet blir 795.5 tonn.

CAS

1	U(x):=40*0.95^x $\approx$ $U(x) := 40\, e^{-0.051x}$
2	U(0)+U(1)+U(2) $\approx$ **114.1**
3	Sum(U, x, 0, 100) $\approx$ **795.5**

c)
Endrer startverdien og ser på sammenhengen

d)
Regner ut summen med summeformel for 150 år og sammenligner med svaret fra formelen i oppgaven. Bruker da u=40 og p=5 i formelen fra oppgaven, dette gir summen 800 tonn. Summerer jeg modellen U(x) over 150 år så ser jeg at summen nærmer seg 800 tonn. Sammenhengen stemmer altså som Ole påstår, dette er fordi utslippet per år over tid blir svært lite så summen endrer seg mindre og mindre for hvert år.

4	40/5*100 $\approx$ **800**
5	Sum(U, x, 0, 150) $\approx$ **799.654**

Veiledende karaktergrenser

Karakter	1	2	3	4	5	6
Poeng						