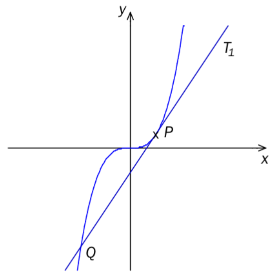
På figuren ser du en skisse av grafen til funksjonen $f(x) = x^3$ og tangenten T_1 til grafen i punktet $P(1, 1)$. På skissen har aksene ulik målestokk.



a) Vis ved regning at likningen til tangenten T_1 er

$$y = 3x - 2$$

Punktet Q på figuren er et annet fellespunkt mellom grafen til f og T_1.

b) Forklar at førstekoordinaten til Q må være en løsning av likningen

$$x^3 - 3x + 2 = 0$$

Bruk polynomdivisjon og løs denne likningen ved regning. Finn koordinatene til Q.

En annen tangent T_2 til grafen er parallell med tangenten T_1.

c) Finn tangeringspunktet R mellom grafen til f og T_2 ved regning.

a) $f(x) = x^3$, $P(1,1)$

$f'(x) = 3x^2$

$f'(1) = 3 \cdot 1^2 = 3 \Rightarrow$ Stign.tall til tangenten i P.

Tangent : $y = 3x + b$

Setter inn kjent punkt : $1 = 3 \cdot 1 + b$

$b = 1 - 3$

$b = -2$

Tangent : $\underline{\underline{y = 3x - 2}}$

b) Skjæring mellom $f(x)$ og tangenten

$x^3 = 3x - 2$

$x^3 - 3x + 2 = 0$

Vi vet at en løsning er $x = 1$

Da kan vi dividere med $(x-1)$

$$\begin{array}{l}
(x^3 + 0x^2 - 3x + 2) : (x - 1) = x^2 + x - 2 \\
\quad = (x-1)(x+2) \\
\underline{-x^3 + x^2} \\
\qquad x^2 - 3x \\
\qquad \underline{-x^2 + x} \\
\qquad\quad -2x + 2 \\
\qquad\quad \underline{2x - 2} \\
\qquad\qquad 0
\end{array}$$

$x^3 - 3x + 2 = (x+2)(x-1)^2$

Da vil punktet Q ha x-koordinat $x = -2$

$f(-2) = (-2)^3 = -8 \Rightarrow \underline{\underline{Q = (-2, -8)}}$

c) Parallell tangent har samme stigningstall :

$f'(x) = 3 \Rightarrow 3x^2 = 3$

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$

T_1 er når $x = 1$

T_2 vil da være når $x = -1$

$f(-1) = (-1)^3 = -1 \Rightarrow \underline{\underline{R = (-1, -1)}}$