Eksamen R1
Høsten 2020

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

a)

300 soldager pr. år, hva er da sannsynligheten for at 14 dager er soldager?

Sannsynligheten for at én dag har sol er : $p = \frac{300}{365} = \frac{60}{73} = 0{,}822$

Sannsynligheten for 14 soldager er : $0{,}822^{14} = 0{,}064 = 6{,}4\ \%$

Forutsetningene er at alle dager har lik sannsynlighet for å være en soldag.

b)

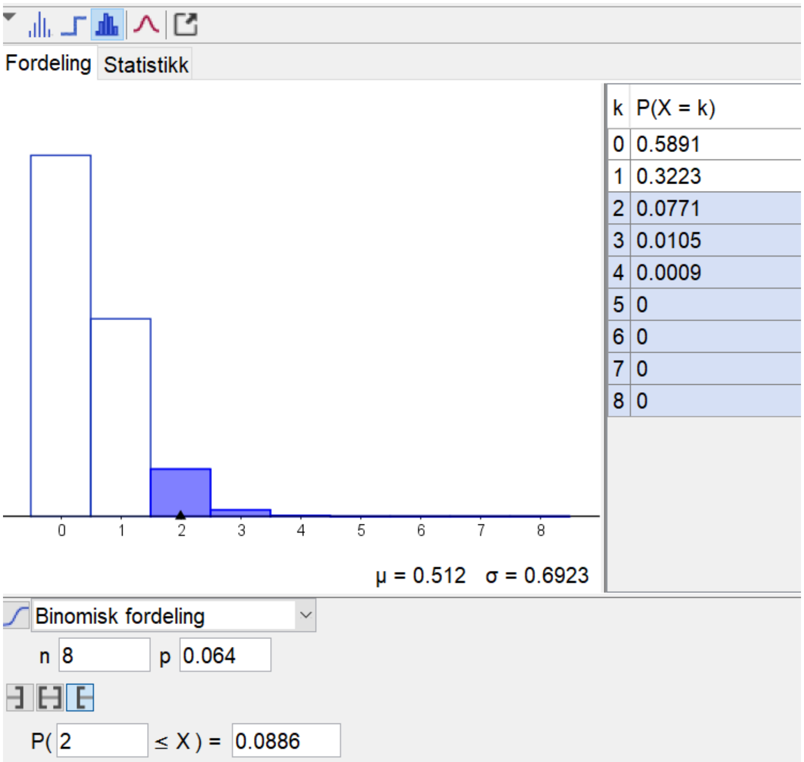
Bare soldager ett år : $p = 0{,}064$

Bare soldager på akkurat 2 av de 8 turene :

$$\begin{aligned} P(X = 2) &= \binom{8}{2} p^2 (1-p)^{8-2} \\ &= \binom{8}{2} 0{,}064^2 \cdot 0{,}936^6 \\ &= 0{,}078 = 7{,}8\% \end{aligned}$$

For å finne minst 2 av turene bruker vi sannsynlighetskalkulatoren i Geogebra :

$$P(X \geq 2) = 0{,}089 = 8{,}9\%$$



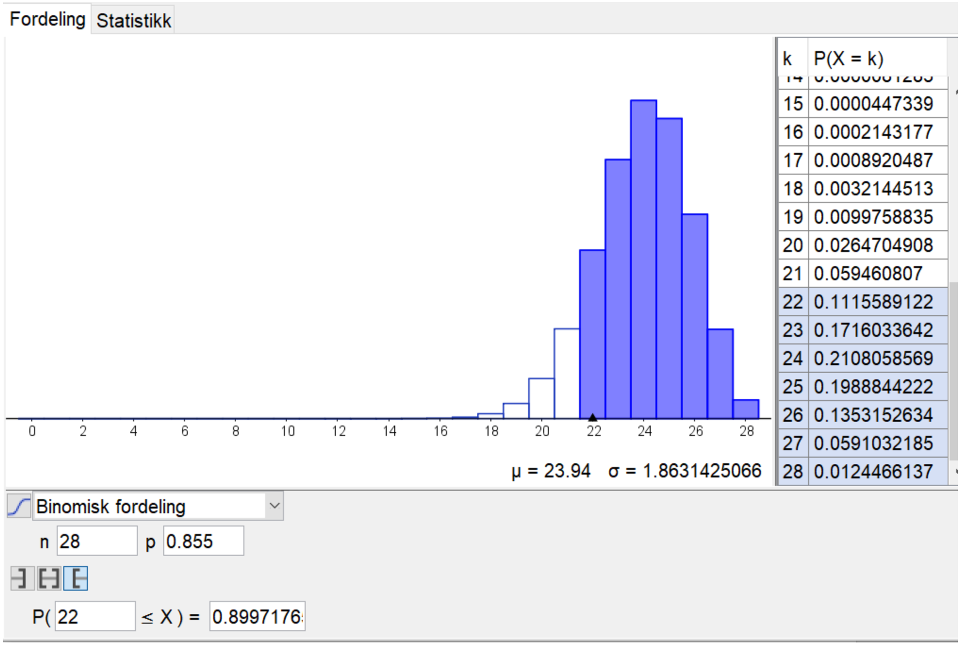
c)

Sannsynligheten for 22 av 28 dager er soldager er 90%. : $P(X \geq 22) = 0{,}90$

Legger inn n=28 og P(22<X)=22 , prøver meg fram med ulike p-verdier til jeg kommer til 0,9.

Finner at p=0,855 , $\frac{x}{365} = 0{,}855 \rightarrow \quad x = 312$

Da må det være 312 soldager i året.



Oppgave 2 (8 poeng)

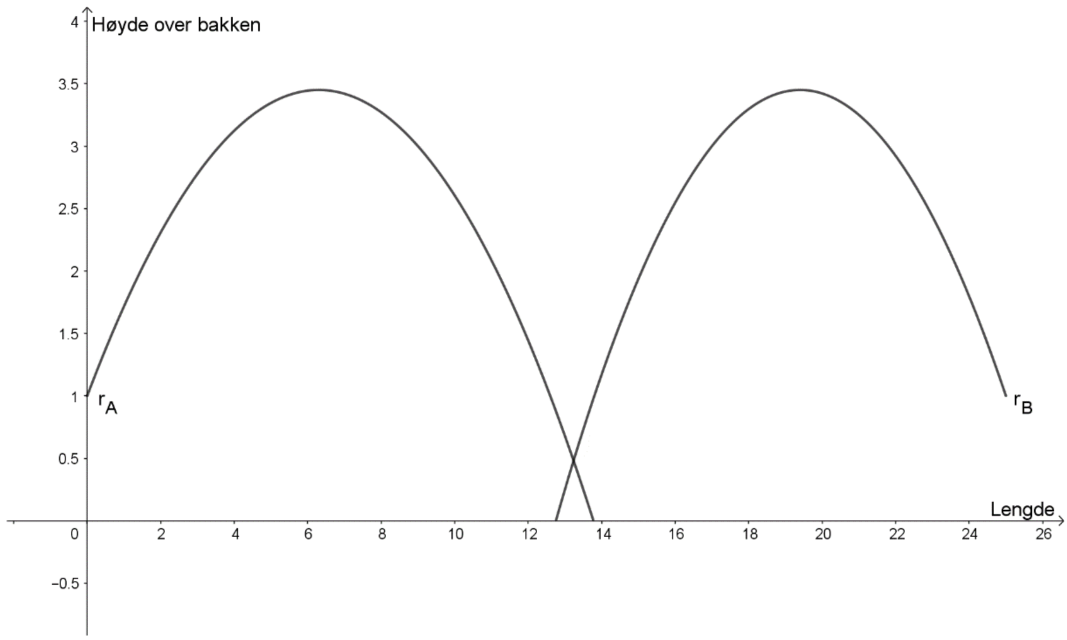
a) Fant ut at ballen treffer bakken etter 1,53 sekunder, da er y-koordinatet y=0, se linje 2.

Da har ballen beveget seg ca. 13,8 m i x-retningen.

CAS

1	r_A(t):=Kurve(9t, 1+7t-5t^2, t, 0, 1.53)
	$\approx\ r_A := (9\,t, 1 + 7\,t - 5\,t^2)$
2	Løs(1+7t-5t^2=0)
	$\approx\ \{t = -0.1307, t = 1.5307\}$
3	r_B(t):=Kurve(25-8t, 1+7t-5t^2, t, 0, 1.53)
	$\rightarrow\ r_B := (25 - 8\,t, 1 + 7\,t - 5\,t^2)$
4	r_A(1.53)
	$\approx\ (13.77, 0.0055)$

)



c)

Kulene treffer hverandre dersom de er på samme punkt til samme tid.

Vi ser at etter ca. 1.47 sekunder har kulene like koordinater, altså treffer de hverandre.

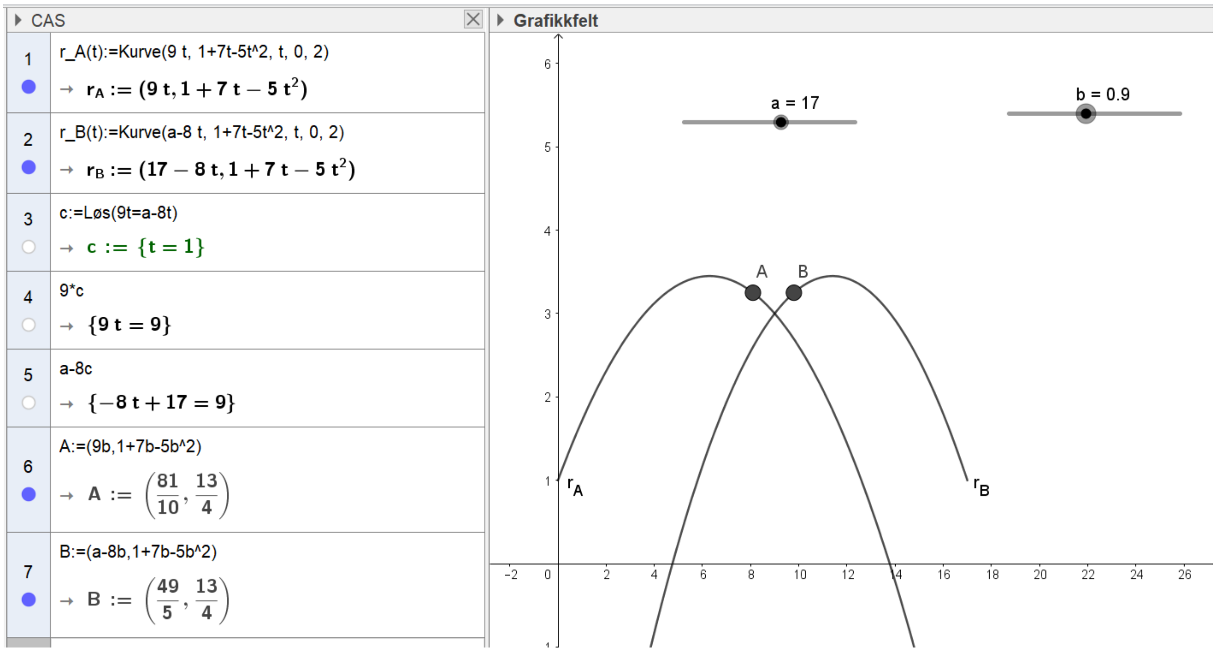
5	Løs(9t=25-8t)
	$\approx\ \{t = 1.4706\}$

5	Løs(9t=25-8t)
	$\rightarrow\ \left\{t = \frac{25}{17}\right\}$
6	r_A(25/17)
	$\rightarrow\ \left(\frac{225}{17}, \frac{139}{289}\right)$
7	r_B(25/17)
	$\rightarrow\ \left(\frac{225}{17}, \frac{139}{289}\right)$

d)

Kulene har lik y-verdi, da vet vi at de hele tiden er på samme høyde, da vil de være i skjæringspunktet mellom kurvene på samme tidspunkt for alle verdier t = < 0 , 25 >

Vi kan illustrere dette ved å bruke en glider for avstand mellom startpunktene, og en glider for tiden.:



Oppgave 3 (3 poeng)

Bredden til rektangelet er : $b = 6 - 2a$

Høyden til rektangelet : $h = f(a)$

Arealet av firkanten : $F(a) = (6 - 2a) \cdot f(a)$

Største areal : $F'(a) = 0$

Størst areal når $a = \sqrt{3} + 3$

CAS

1	f(x):=6 x-x^2 $\rightarrow$ $f(x) := -x^2 + 6x$
2	g(x):=Funksjon(f, 0, 6) $\rightarrow$ $g(x) :=$ Dersom$(0 \leq x \leq 6, -x^2 + 6x)$
3	F(x):=(6-2x)*f(x) $\rightarrow$ $F(x) := 2x^3 - 18x^2 + 36x$
4	F'(x) $\rightarrow$ $6x^2 - 36x + 36$
5	Løs(F'(x)=0) $\rightarrow$ $\left\{x = -\sqrt{3} + 3, x = \sqrt{3} + 3\right\}$

Oppgave 4 (7 poeng)

a)

$$h''(x) = g''(x) \Rightarrow \ r = \frac{1}{2}$$

CAS

1	h(x):=x^2 → $h(x) := x^2$
2	g(x):=r-sqrt(r^2-x^2) → $g(x) := r - \sqrt{r^2 - x^2}$
3	Løs(h''(0)=g''(0),r) → $\left\{r = \frac{-1}{2}, r = \frac{1}{2}\right\}$

b)

Krumningsradius regnet med formelen :

$$r(a) = \sqrt{\frac{(1 + f'(a)^2)^3}{\left(f''(a)\right)^2}}$$

6	r(a):=sqrt((1+h'(0)^2)^3/(h''(0))^2) → $r(a) := \frac{1}{2}$

c)

Minst krumningsradius finner vi når $s'(x) = 0$, da er $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Da er krumningsradien $r\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

7	f(x):=ln(x) → $f(x) := \ln(x)$
8	s(a):=sqrt((1+f'(a)^2)^3/(f''(a))^2) ✓ $s(a) := \sqrt{\frac{\left(1 + f'(a)^2\right)^3}{f''(a)^2}}$
9	Løs(s'(x)=0) → $\left\{x = \frac{-\sqrt{2}}{2}, x = \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$
10	s(sqrt(2) / 2) → $\frac{3}{2}\sqrt{3}$