Utdannings-
direktoratet

Eksamen

19.05.2020

REA3022 Matematikk R1

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Del 1

Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = x^6 + 3x^5 + \ln x$

b) $g(x) = 2x^2 \cdot e^{2x-1}$

c) $h(x) = \dfrac{4x-1}{x+2}$

Oppgave 2 (4 poeng)

Løs likningene

a) $\ln(x^2) + \ln x = 12$

b) $e^{2x} - e^x = 6$

Oppgave 3 (4 poeng)

Om vektorene $\vec{u}$ og $\vec{v}$ får du vite at

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = -2$
- $|\vec{u}| = 3$ og $|\vec{v}| = 2$

Vektorene $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er gitt ved

$$\vec{a} = 2\vec{u} + 3\vec{v} \quad \text{og} \quad \vec{b} = t \cdot \vec{u} + 5\vec{v}$$

a) Bestem t slik at $\vec{a}$ blir parallell med $\vec{b}$.

b) Bestem t slik at $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Oppgave 4 (7 poeng)

Polynomet P er gitt ved

$$P(x) = 6x^3 - 5x^2 - 2x + 1$$

a) Forklar hvordan vi kan vite at divisjonen $P(x):(x-1)$ går opp, uten å måtte utføre selve divisjonen.

b) Bruk blant annet polynomdivisjon til å vise at $P(x) = (x-1)(2x+1)(3x-1)$.

Funksjonen F er gitt ved

$$F(x) = \frac{P(x)}{x^2 - 1}$$

c) Løs ulikheten $F(x) \geq 0$.

d) Bestem grenseverdiene, dersom de eksisterer

$$\lim_{x \to 1} F(x) \quad \text{og} \quad \lim_{x \to -1} F(x)$$

Oppgave 5 (5 poeng)

Per har alle skolebøkene sine liggende hjemme. Han har én bok i hvert av de 8 fagene han tar. Hver dag har Per undervisning i 3 fag. Han må derfor legge 3 bøker i sekken før han går til skolen.

a) Hvor mange mulige kombinasjoner av bøker kan han legge i sekken?

En dag er Per skikkelig trøtt. Han husker ikke hvilke fag han skal ha den dagen. Han tar derfor med seg 4 av bøkene uten å se hvilke det er.

b) Hva er sannsynligheten for at han har med seg riktig bok til alle fagene den dagen?

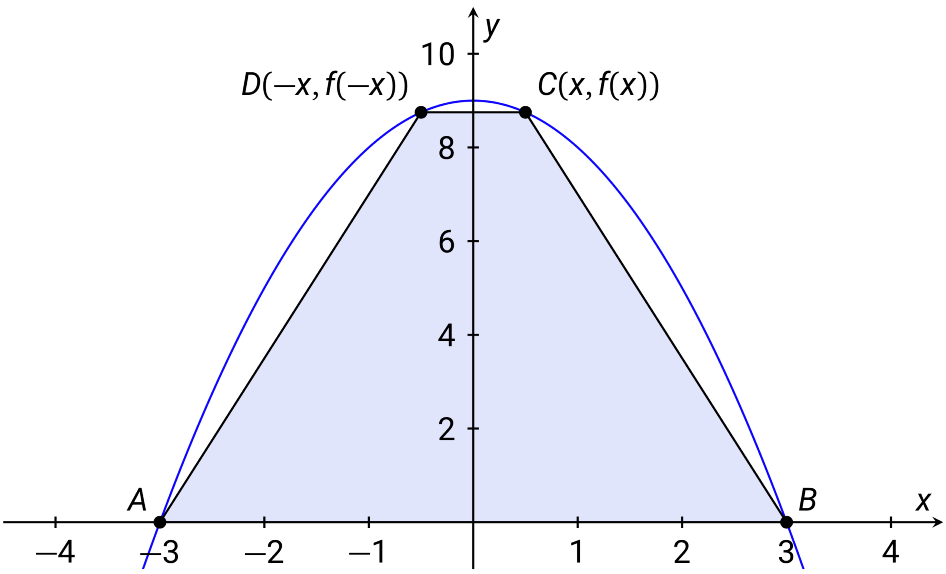
c) Hva er sannsynligheten for at han har med seg riktig bok til minst 2 av fagene den dagen?

Oppgave 6 (4 poeng)

I koordinatsystemet nedenfor har vi tegnet grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 9 - x^2$$

Punktene $A(-3,0)$, $B(3,0)$, $C(x, f(x))$ og $D(-x, f(-x))$ danner et trapes når $0 < x < 3$.



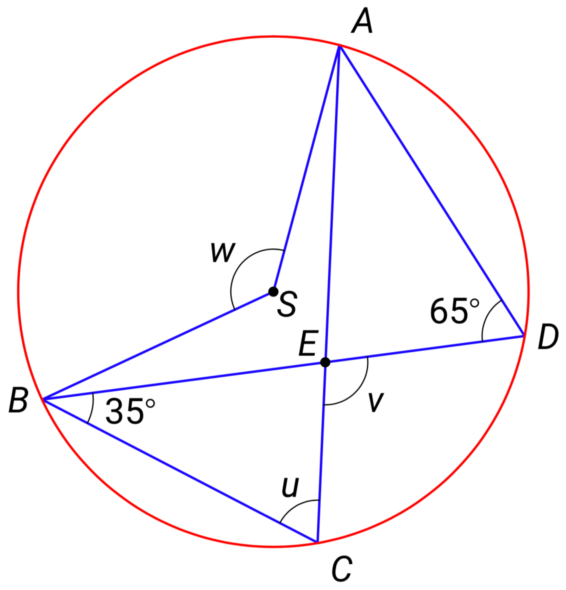
a) Vis at arealet F av trapeset $ABCD$ er gitt ved

$$F(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 27 \,, \qquad 0 < x < 3$$

b) Bestem det største arealet trapeset kan ha.

Oppgave 7 (3 poeng)

Skissen nedenfor viser en sirkel med sentrum S. Punktene A, B, C og D ligger på sirkelperiferien.



Bestem vinklene u, v og w.

Oppgave 8 (4 poeng)

Punktene $A(-1,1)$ og $C(7,5)$ er hjørner i en firkant $ABCD$. Alle sidene i firkanten er like lange. Punktet D ligger på linjen ℓ gitt ved $y = 2x + 1$.

a) Forklar at $\overrightarrow{AD}$ kan skrives på formen $\overrightarrow{AD} = [t+1, 2t]$, for en $t \in \mathbb{R}$.

b) Bestem koordinatene til punktene B og D ved regning.

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

Maria fra Bergen i Hordaland leste teksten nedenfor på nettsiden abcnyheter.no.

> På fylkesnivå er det Hordaland som leder an med en elbilandel på 12,5 prosent av personbilparken. Oslo følger hakk i hæl med 12,1 prosent og Akershus på tredjeplass med 11,5 prosent elbilandel.

En dag bestemmer hun seg for å føre statistikk over de 100 første bilene som kjører forbi Danmarks plass i Bergen.

a) Hvilke antakelser må vi gjøre for å kunne se på dette som et binomisk forsøk?

b) Bestem sannsynligheten for at minst 15 av bilene er elbiler.

En annen dag vil hun igjen føre statistikk over biler som kjører forbi Danmarks plass.

c) Hva er det minste antallet biler hun må føre statistikk over for at sannsynligheten skal være større enn 90 % for at minst 20 av bilene er elbiler?

Oppgave 2 (4 poeng)

Funksjonen p er gitt ved

$$p(x) = x^2 + 3x - 1$$

a) Vis at linjen som går gjennom $(-1, p(-1))$ og $(3, p(3))$, er parallell med tangenten til grafen til p i punktet $(1, 3)$.

Funksjonen q er gitt ved

$$q(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

b) Bruk CAS til å vise at $q'(x) = \dfrac{q(x+h) - q(x-h)}{2h}$ for alle x, der $h \neq 0$.

Oppgave 3 (8 poeng)

Posisjonene $\vec{r}_1$ og $\vec{r}_2$ (målt i meter) til to partikler ved et tidspunkt t (målt i sekund) er gitt ved

$$\vec{r}_1(t) = [t^2 - 2, t^3 - 2t], \quad -2 \leq t \leq 2$$
$$\vec{r}_2(t) = [2t - 1, 4t - 4t^2], \quad -2 \leq t \leq 2$$

a) Tegn grafene til $\vec{r}_1$ og $\vec{r}_2$ i samme koordinatsystem.

b) Bestem banefarten til hver av partiklene når $t = -1$.

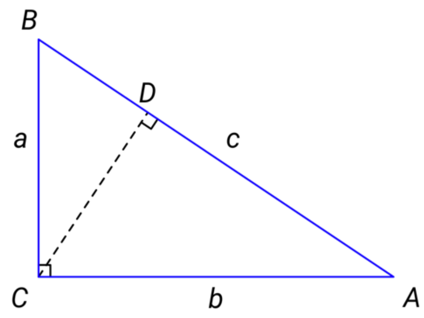
c) Ved hvilke tidspunkt har de to partiklene samme fartsretning?

d) Hva er den minste avstanden mellom partiklene i løpet av de fire sekundene?

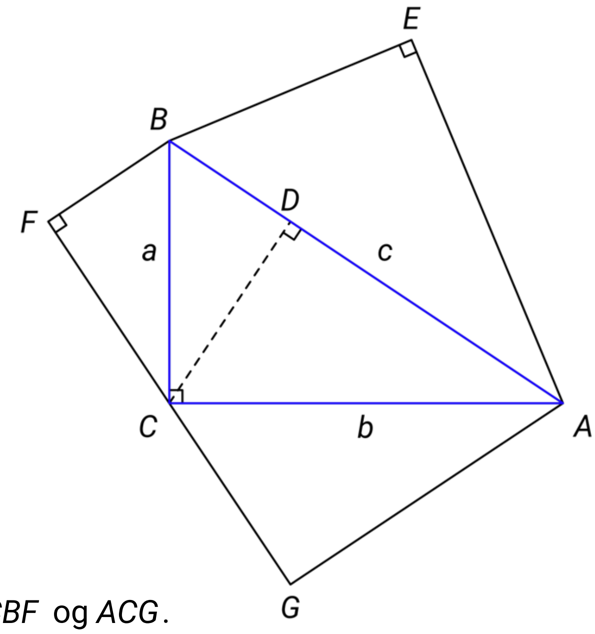
Oppgave 4 (6 poeng)

I denne oppgaven skal du bevise Pytagoras' setning.

Den rettvinklede trekanten ABC har sidene a, b og c.
La D være fotpunktet til normalen fra C på AB.



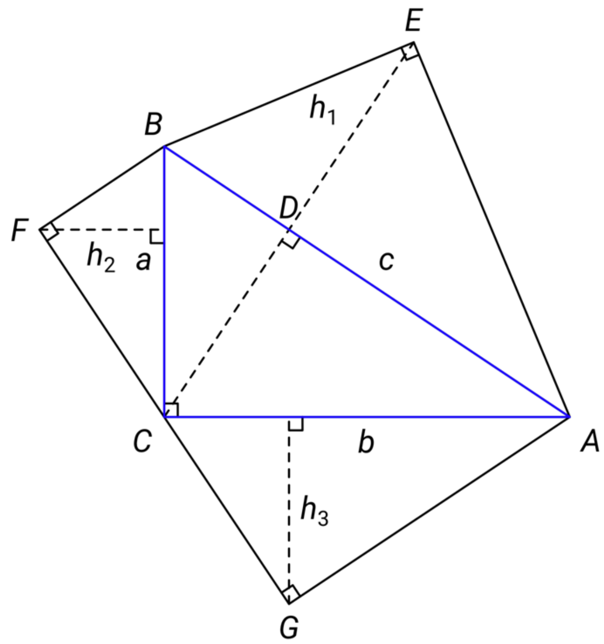
- Vi speiler $\triangle ABC$ om AB og får $\triangle AEB$.
- Vi speiler $\triangle BCD$ om BC og får $\triangle CBF$.
- Vi speiler $\triangle CAD$ om AC og får $\triangle ACG$.



a) Begrunn at trekantene AEB, CBF og ACG er formlike med hverandre.

Vi lar h_1, h_2 og h_3 være høydene i trekantene AEB, CBF og ACG.

Vi setter $k = \dfrac{h_1}{c}$.



b) Begrunn at $h_2 = k \cdot a$ og $h_3 = k \cdot b$.

c) Bruk arealbetraktninger og resultatet fra oppgave b) til å bevise Pytagoras' setning.