Utdanningsdirektoratet

Eksamen

19.05.2021

REA3022 Matematikk R1

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler	Del 1: Skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler. (På del 1 er det ikke tillatt å bruke datamaskin.) Del 2: Etter tre timer er alle hjelpemidler tillatt, bortsett fra åpent Internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemidler under eksamen, har du ikke lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måter å utveksle informasjon med andre på er ikke tillatt.
Informasjon om oppgaven	Del 1 har 9 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Kilder	Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderingen	Se eksamensveiledningen med kjennetegn på måloppnåelse til sentralt gitt skriftlig eksamen. Eksamensveiledningen finner du på Utdanningsdirektoratets nettsider.
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgave 1 (6 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x)=3x^3-4x+\dfrac{1}{x}$

b) $g(x)=3x^2\cdot\ln x$

c) $h(x)=\sqrt{4x^2-5}$

Oppgave 2 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $\dfrac{3x}{x^2-x-2}-\dfrac{2x}{x+1}-\dfrac{2}{x-2}$

b) $\ln(a\cdot b^2)-8\ln b+2\ln a^3-3\ln\left(\dfrac{a^2}{b^2}\right)$

Oppgave 3 (4 poeng)

Vi har gitt vektorene $\vec{a}=[4,\ 1]$, $\vec{b}=[-1,\ 3]$ og $\vec{c}=[4,\ 14]$.

a) Undersøk om $\vec{a}\perp\vec{b}$.

b) Bestem to tall r og s slik $\vec{c}=r\cdot\vec{a}+s\cdot\vec{b}$.

Oppgave 4 (4 poeng)

En fabrikk har to maskiner, A og B, som produserer deksler til mobiltelefoner.
Maskin A står for 40 prosent av produksjonen, mens maskin B står for 60 prosent av produksjonen.

Det viser seg at det er feil på 20 prosent av dekslene som er produsert av maskin A, og 10 prosent av dekslene som er produsert av maskin B.

Tenk deg at du skal trekke et tilfeldig deksel som er produsert av fabrikken.

a) Hva er sannsynligheten for at det er feil på dekselet?

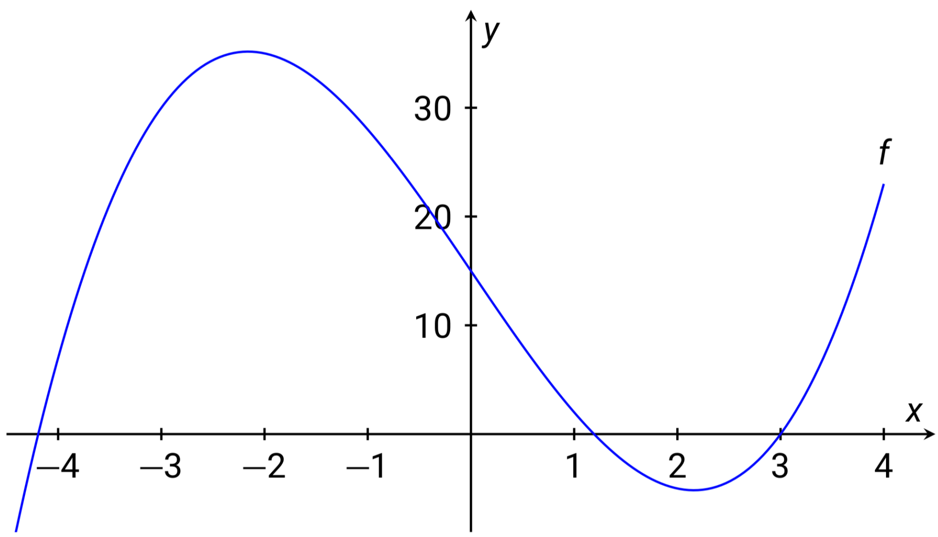
En kunde har kjøpt et deksel som har en feil.

b) Hva er sannsynligheten for at dekselet er produsert av maskin A?

Oppgave 5 (6 poeng)

Nedenfor har vi tegnet grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = x^3 - 14x + 15$$



a) Bestem eksakte verdier for x-koordinatene til toppunktet og til bunnpunktet.

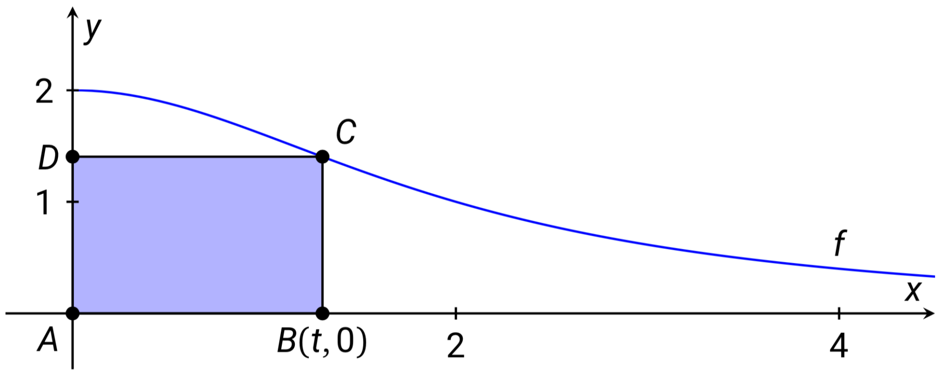
b) Løs ulikheten $f(x) > 0$ eksakt.

Oppgave 6 (3 poeng)

Nedenfor har vi tegnet grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \frac{8}{x^2+4} \quad , \quad x > 0$$

Punktene A, B, C og D danner et rektangel. Punktet C ligger på grafen til f, og punktet D ligger på y-aksen. Punktet B har x-koordinat t. Punktet A ligger i origo.



Bestem t slik at arealet til rektangelet $ABCD$ blir størst mulig.

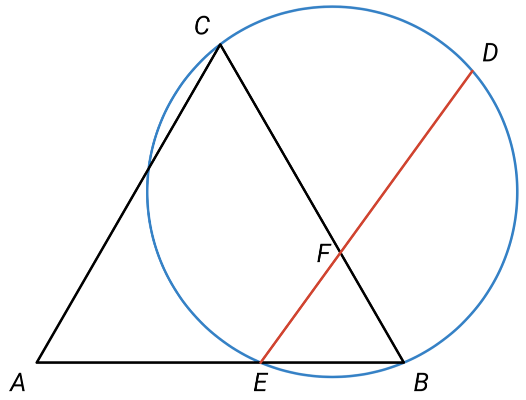
Oppgave 7 (3 poeng)

I firkanten $ABCD$ er $AB = 3\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$, $CD = 9\text{cm}$, $\angle ADC = 90^\circ$ og $\angle BAC = 75^\circ$

Konstruer firkanten. Husk å skrive en forklaring til konstruksjonen.

Oppgave 8 (3 poeng)

Vi har gitt en sirkel og en likesidet trekant ABC. Punktene B og C ligger på sirkelen. Et punkt D ligger på sirkelen slik at sirkelbuen BD er $108°$. Linjestykket AB skjærer sirkelen i E, og linjestykket ED skjærer BC i F. Se skissen nedenfor.



a) Bestem $\angle BED$.

b) Bestem $\angle CFD$.

Oppgave 9 (5 poeng)

En linje ℓ går gjennom punktene $A(-2,1)$ og $B(4,3)$.

a) Bestem en parameterframstilling for ℓ.

b) Bestem skjæringspunktene mellom ℓ og koordinataksene.

En sirkel har sentrum i $S(1,0)$ og tangerer ℓ.

c) Bestem sirkelens radius.

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

I tillegg til statsministeren er det 19 ministre i regjeringen. Av disse 20 er 12 medlemmer i Høyre, 4 er medlemmer i Venstre, og 4 er medlemmer i Kristelig Folkeparti.

Ved et arrangement er det bestemt at 6 av ministrene skal være til stede. Disse blir tilfeldig trukket blant de 20 ministrene.

a) Hva er sannsynligheten for at alle de 6 som blir trukket ut, er fra Høyre?

b) Bestem sannsynligheten for at statsministeren er blant dem som blir trukket ut.

c) Bestem sannsynligheten for at 2 fra Høyre, 2 fra Venstre og 2 fra Kristelig Folkeparti blir trukket ut.

Oppgave 2 (6 poeng)

Posisjonen $\vec{r}$ til en partikkel ved et tidspunkt t (målt i sekunder) er gitt ved

$$\vec{r}(t) = [t^2 - 7t + 11,\ t^3 - 6t^2 + 8t - 1],\quad 0 \leq t \leq 5$$

a) Tegn grafen til $\vec{r}$ i et koordinatsystem.

b) Bestem banefarten til partikkelen etter 1 sekund.

c) Ved hvilket tidspunkt er banefarten lavest i løpet av de 5 sekundene?

Oppgave 3 (6 poeng)

For å beregne «hundealderen» til en hund har det vært vanlig å multiplisere antall år hunden har levd, med 7. På den måten vil hundealderen til en hund som har levd i 5 år, være 35.

Nå har noen forskere kommet fram til modellen

$$h = 16 \cdot \ln(a) + 31$$

for sammenhengen mellom hundealderen h og antall år a en hund har levd.

a) Dersom vi bruker denne modellen, vil hundealderen til hunden Dennis være 65. Hvor mange år har Dennis levd?

b) Lag en grafisk framstilling der du lar a gå langs førsteaksen og h langs andreaksen.

Hundene Laika og Fido er venner. Bruker vi forskernes modell, var hundealderen til Laika 20 mer enn hundealderen til Fido for ett år siden. I dag er hundealderen til Laika 10 mer enn hundealderen til Fido.

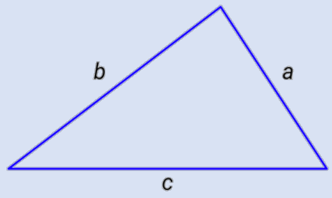
c) Hva er hundealderen til Laika i dag?

Oppgave 4 (6 poeng)

Herons formel

Arealet F til en trekant med sidelengder a, b og c er

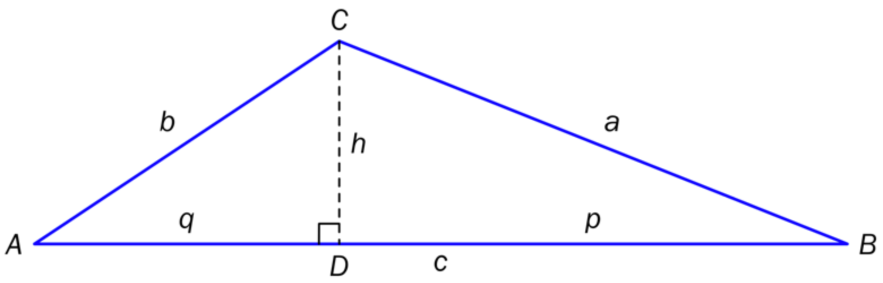
$$F=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}\ ,\ \text{der}\ s=\frac{a+b+c}{2}.$$



a) Bruk formelen til å bestemme arealet til en trekant med sidelengder 5, 7 og 8.

Vi vil nå utlede Herons formel.

La ABC være en trekant der $AB=c$, $BC=a$ og $AC=b$. Normalen fra C ned på linjen ℓ gjennom punktene A og B skjærer ℓ i D. Vi setter $h=CD$, $q=AD$ og $p=DB$.



Ved å bruke at $q=c-p$ får vi at

$$q^2=c^2-2cp+p^2.$$

b) Bruk formelen over til å vise at b^2 kan skrives som $b^2=h^2+c^2-2cp+p^2$.

c) Bruk blant annet resultatet fra oppgave b) til å vise at

$$p=\frac{a^2+c^2-b^2}{2c}$$

d) Bruk CAS til å vise at

$$\frac{1}{4}c^2\left(a^2-\left(\frac{a^2+c^2-b^2}{2c}\right)^2\right)=s\cdot(s-a)\cdot(s-b)\cdot(s-c)$$

Forklar hvorfor dette beviser Herons formel.

Vedlegg 1

Binomisk fordeling:

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

Hypergeometrisk fordeling:

$$P(X=k)=\frac{\binom{m}{k}\cdot\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$