Utdanningsdirektoratet

Eksempelsett

Våren 2023

REA3058 Matematikk R2

Sjå eksamenstips på baksida!
Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 7 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1

Regn ut integralene

a) $\int_0^1 (4x^2+3)\,dx$

b) $\int 4x\sqrt{x^2+2}\,dx$

Oppgave 2

Vektorene $\vec{u}=\left[1,2,-1\right]$ og $\vec{v}=\left[-1,1,-2\right]$ er gitt.

Om et plan α får du vite at $\alpha \parallel \vec{u}$, $\alpha \parallel \vec{v}$ og punktet $P(2,0,1)$ ligger i α.

a) Vis at $\vec{n}=\left[-1,1,1\right]$ er en normalvektor til planet α.

b) Bestem en likning til planet α.

Oppgave 3

Løs likningen

$$\cos^2 x - 3\sin^2 x = -2 \quad , \quad x \in \left[0, 2\pi\right\rangle$$

Oppgave 4

En aritmetisk rekke $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ har sum $s_n = 3n^2 + 4n$ for $n \in \mathbb{N}$.

Bestem a_4.

Oppgave 5

En uendelig geometrisk rekke $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + \cdots$ konvergerer mot 6.

Summen av de tre første leddene er $\dfrac{38}{9}$.

Bestem summen av de fire første leddene.

Oppgave 6

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

En elev har skrevet følgende kode:

```
from math import sin, pi      # Importerer sin og pi

a = 0
b = pi
n = 10000

def f(x):
    return 2*sin(x + pi/6)    # Definerer funksjonen f

I = 0
h = (b - a)/n

for i in range(n):            # Lar i gjennomløpe tallene 0, 1, ... , n-1
    I = I + f(a + i*h)*h

print(round(I,2))
```

a) Forklar hva eleven ønsker å regne ut.

b) Hva blir det eksakte svaret på oppgaven eleven ønsker å regne ut?

Oppgave 7

a) Bruk derivasjon til å vise at

$$\int \frac{1}{(1-x)^2}\,\mathrm{d}x = \frac{x}{1-x} + C_1$$

b) Bruk variabelskiftet $u = 1 - x$ til å vise at

$$\int \frac{1}{(1-x)^2}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{1-x} + C_2$$

c) Forklar hvordan de to formlene kan begge være sanne samtidig.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1

Tabellen nedenfor viser hvor stor del av månen som var synlig ved midnatt for noen utvalgte døgn på et bestemt sted i et bestemt år.

Døgn nr.	1	2	3	4	5	10	15	20
Synlig del	0,25	0,18	0,11	0,06	0,02	0,11	0,57	0,99

Døgn nr.	25	30	35	40	45	55	60	65
Synlig del	0,80	0,32	0,02	0,14	0,64	0,77	0,31	0,01

Her er x antall døgn etter nyttår.

a) Lag en periodisk funksjon f som er en god modell for dataene ovenfor.

Vi sier det er *fullmåne* når den synlige delen av månen er størst mulig.

b) Hvor lang tid går det mellom hver gang det er fullmåne ifølge modellen f ?

c) Hvilke døgn var minst halve månen synlig ved midnatt i januar dette året?

Oppgave 2

En uendelig geometrisk rekke er gitt ved

$$S(x) = \cos x + 2\sin x \cos x + 4\sin^2 x \cos x + \cdots$$

a) Bestem området i intervallet $\left[-2\pi, 2\pi\right]$ hvor rekken konvergerer.

b) Avgjør for hvilke verdier av b likningen

$$S(x) = b$$

har en eller flere løsninger i intervallet $[-\pi, \pi]$.

Oppgave 3

En kuleflate K har sentrum i origo og radius 3.

Punktet $(-1, 2, 2)$ er et eksempel på et punkt på K som har heltallige koordinater.

Lag et program som finner antall punkt på K som har heltallige koordinater.

Oppgave 4

Posisjonen til en partikkel er gitt ved

$$\vec{r}(t) = \left[\cos t, 3\sin t, 2 - \cos 2t\right], \quad t \in \left[0, 2\pi\right\rangle$$

a) Bestem banefarten til partikkelen når $t = \pi$.

Et plan α er gitt ved

$$3x + y + 5z = d, \quad d \in \mathbb{R}$$

Det finnes fire verdier for d som gjør at posisjonskurven til partikkelen tangerer α.
Hver av disse fire verdiene gir oss et punkt på kurven.

b) Forklar hvorfor $\vec{r}\,'(t) \perp [3, 1, 5]$ når t svarer til et av de fire punktene.

c) Bestem koordinatene til disse fire punktene.

Oppgave 5

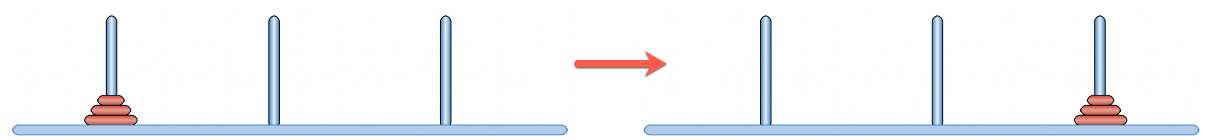
Spillet «Hanois tårn» består av tre pinner og en mengde disker med ulik radius som skal tres på pinnene.

Når spillet starter, skal alle diskene være plassert på samme pinne. Ingen av diskene skal ha en større disk liggende oppå seg.

Målet er å flytte alle diskene over på én av de to ledige pinnene. Det er bare lov å flytte én disk av gangen. Diskene som ikke flyttes, må ligge på en pinne. Det er aldri lov å plassere en større disk oppå en mindre disk.

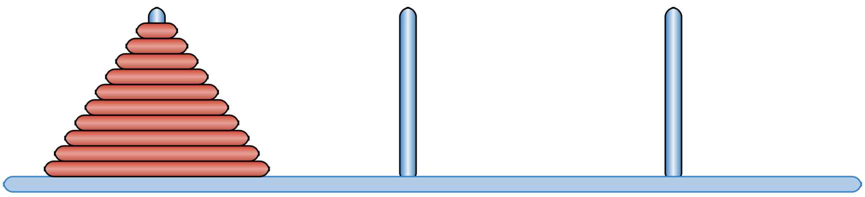
Det minste antallet forflytninger du må gjøre for å flytte n disker kaller vi $F(n)$.

a) Bestem $F(3)$.



Det er en rekursiv sammenheng mellom $F(n)$ og $F(n-1)$.

b) Bestem den rekursive sammenhengen. Bruk denne til å bestemme $F(10)$.



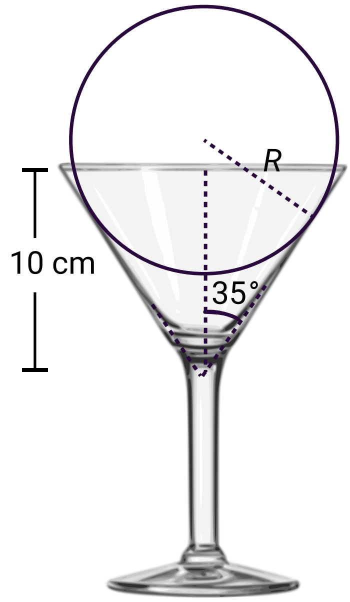
Det finnes også en eksplisitt formel for F.

c) Undersøk og finn denne formelen.

d) Bevis formelen ved å bruke induksjon på antall disker n.

Oppgave 6

Et glass er formet som en kjegle med høyde 10 cm. Høyden i kjeglen danner en vinkel på 35° med sideflaten i kjeglen. Glasset er fullt med vann. En kule med radius R blir senket sakte ned i glasset. Se figuren til høyre.



a) Bestem hvor mye vann som vil renne over dersom $R = 7 \text{ cm}$.

b) Bestem R slik at mest mulig vann renner ut av glasset.

Takk for at du gjennomgikk eksempeloppgavene!

Her kan du gi oss dine tilbakemeldinger (questback):

https://response.questback.com/utdanningsdirektoratet/noewdfipoq

Utdannings-
direktoratet

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!