Eksamen R2- Høst 2020

DEL 2

Oppgave 1 (6 poeng)

I dag : 5000 kg gass

Om 10 år : Halverer utslippet i løpet av 10 år = 2500 kg gass

a)

Modell 1 – Fast reduksjon:

År 1 slipper de ut 5000 kg, og i år 10 slipper de ut 2500 kg)

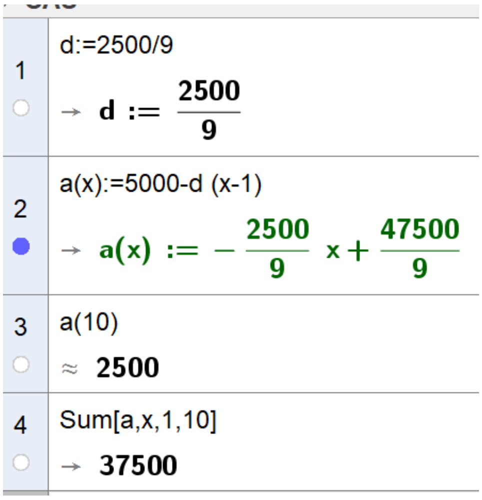
Endringen blir da fordelt på 9 år, fordi vi år 1 fortsatt slipper ut 5000 kg - se linje 1

Det n-te leddet – se linje 2

I linje 3 sjekker vi at ledd 10 blir 2500.

Da er det totale utslippet i løpet av de 10 årene:

<u>37 500 kg</u> - se linje 4



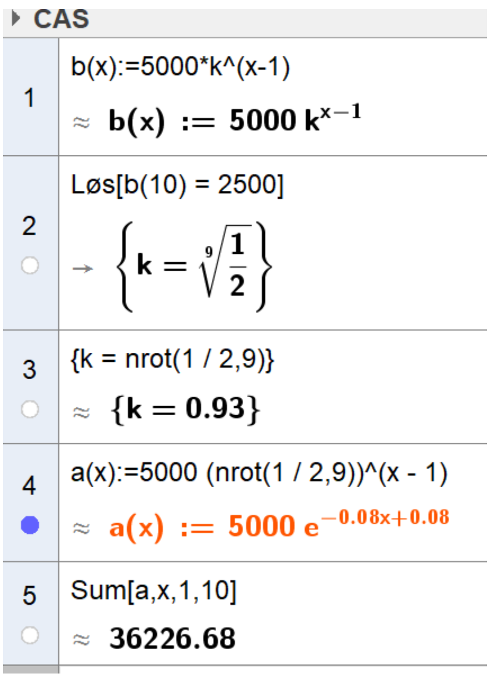
b)

Modell 2 – prosentvis endring:

Geometrisk rekke der vi finner k i linje 1-3.

b(x) er det n-te leddet (x-te)

vi vet at b(10)=2500, da kan vi finne k



Summen av utslipp etter 10 år er: <u>36 227 kg</u>

c)

5000 kg pr. år

Totalt 50 000kg i løpet av levetiden

Da må vi se på en uendelig geometrisk konvergent rekke.

$$a(n) = 5000 \cdot k^{n-1}$$

Summen av en slik rekke blir:

$$S = \frac{a_1}{1-k} = \frac{5000}{1-k} = 50\,000$$

8 Løs(5000/(1-x)=50000)

$\rightarrow \left\{x = \frac{9}{10}\right\}$

Vekstfaktoren blir 0,9, altså må de redusere med minimum 10% hvert år.

Oppgave 2 (7 poeng)

$g = 9.81$ m/s^2, tyngdekraften

L = 0,20 m, Lengden av pendelen

v = vinkel ift. Likevektsstilling

$$v'' = -\frac{g}{L} \cdot v$$

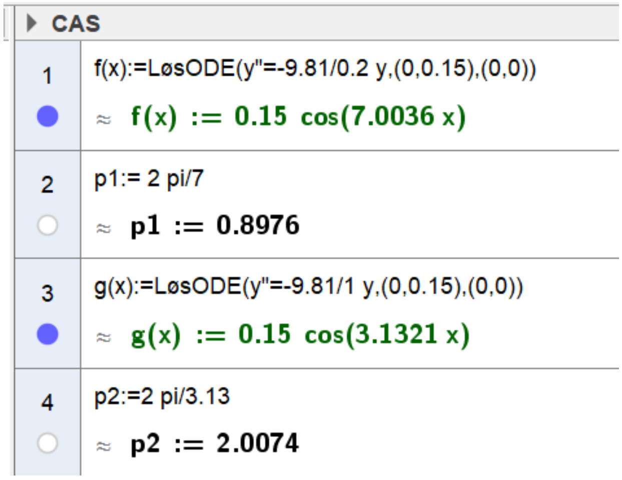
NB! Her er altså v ikke farten, men vinkelen

a)

Når vi starter er vinkelen $v(0) = 0{,}15$, oppgitt i oppgaven

Vinkelendringen er 0 i det øyeblikket vi slipper kula, altså er $v'(0) = 0$

b)



$f(x) = 0.15\cos(7\,x)$

c)

Svingetiden tilsvarer perioden, altså tiden fra pendelen starter til den er tilbake på samme sted.

$p = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{7} = 0{,}9$, k finner vi i uttrykket i b)

(linje 2)

d)

Dersom svingetiden skal være 2 sekunder, $p = 2$ sekunder, kan vi teste med ulike lengder på pendelen.

Linje 3 – setter inn pendellengde på 1m

Linje 4 – da blir perioden p=2 sekunder

Altså må pendelen være 1 m lang.

Oppgave 3 (4 poeng)

$\alpha : 2x - 3y + 7z = 5$, og senter i kula er $S(8,5,0)$.

Kula tangerer planet.

Kaller tangeringspunktet T, da vet vi at $ST || n_\alpha$

$$n_\alpha = [2, -3, 7]$$

a)

Definerer planet og punktet, Linje 1-2.

Finner avstanden fra S til α , dette er radien i kula, linje 4 -5

$$r = 0.51$$

For eksakt verdi se linje 4.

CAS

1	α:= 2x-3y+7z=5 → $\alpha : 2x - 3y + 7z = 5$
2	S:=(8,5,0) → $S := (8, 5, 0)$
3	n_α:=(2,-3,7) → $n_\alpha := \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}$
4	Avstand[S, α] → $2 \cdot \frac{\sqrt{62}}{31}$
5	2sqrt(62) / 31 ≈ 0.51

b)

Vi finner planet uttrykt ved t, og løser likningen der vi setter avstanden lik 2 , som er radien til kula

CAS

1	A:=(1,2,-5) → $A := (1, 2, -5)$
2	B:=(5,-2,1) → $B := (5, -2, 1)$
3	C:=(t,1,4) → $C := (t, 1, 4)$
4	AB:=Vektor(A,B) → $AB := \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$
5	AC:=Vektor(A,C) → $AC := \begin{pmatrix} t-1 \\ -1 \\ 9 \end{pmatrix}$
6	n:=Vektorprodukt(AB, AC) → $n := \begin{pmatrix} -30 \\ 6(t-1) - 36 \\ -4 + 4(t-1) \end{pmatrix}$
7	m:=1/2 n → $m := \begin{pmatrix} -15 \\ 3t - 21 \\ 2t - 4 \end{pmatrix}$
8	β:=(-15)(x-1)+(3t-21)(y-2)+(2t-4)(z+5)=0 → $\beta : (y-2)(3t-21) + (z+5)(2t-4) - 15(x-1) = 0$
9	T:=(7,6,-3) → $T := (7, 6, -3)$
10	NLøs(Avstand(T, β)=2) → $\{t = 8.76, t = 17\}$

Oppgave 4 (7 poeng)

a)

CAS

1 f(x):=-0.3 sin(1.9 x-4.1)+0.25

$\rightarrow \ f(x) := \frac{-3}{10} \sin\left(\frac{19}{10} x - \frac{41}{10}\right) + \frac{1}{4}$

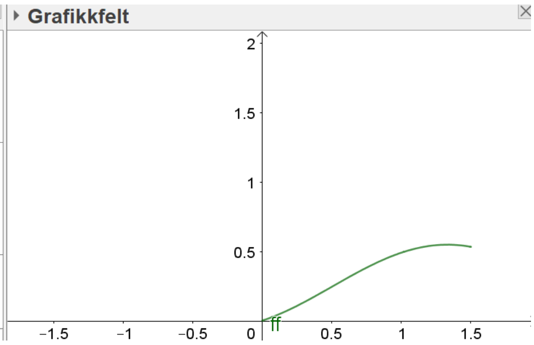
2 ff(x):=Funksjon(f,0,1.5)

$\approx \ ff(x) := \text{Dersom}\left(0 \le x \le \frac{3}{2}, \frac{-3}{10} \sin\left(\frac{19}{10} x - \frac{41}{10}\right) + \frac{1}{4}\right)$

3 V:=pi Integral(f^2,0,1.5)

$\approx \ V := 0.71$

Grafikkfelt



Volumet er $V = 0{,}71 \ dm^3$, altså rommer glasset 0,71 liter.

b)

4 g(x):=f+0.03

$\approx \ g(x) := -0.3 \sin(1.9 x - 4.1) + 0.28$

5 gg(x):=Funksjon(g, 0, 1.5)

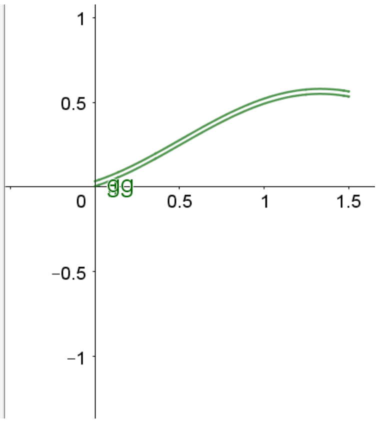
$\approx \ gg(x) := \text{Dersom}\left(0 \le x \le \frac{3}{2}, \frac{-3}{10} \sin\left(\frac{19}{10} x - \frac{41}{10}\right) + \frac{7}{25}\right)$

6 V2:=pi Integral(g^2,0,1.5)

$\approx \ V2 := 0.82$

7 V3:=V2-V

$\approx \ V3 := 0.1$



Volum av glasset er $V = 0{,}1 \ dm^3$

c)

Vi vet at volumet er 0,10142 (=G*h).

Tykkelsen på glasset er 0,03

Da kan vi finne en tilnærmet verdi på overflaten på utsiden av glasset fordi den vil være omtrent som grunnflaten.

Overflaten er ca. $3{,}4 \ dm^2$

11 V:=pi (v2-v1)

$\approx \ V := 0.10142$

12 Løs(0.03*x=V)

$\approx \ \{x = 3.38066\}$

d)

OBS!

Denne utregningen er veldig stor, og man kan fort få feilmld., eller GG henger seg opp……

3 g(x):=f+0.03

$\rightarrow \ g(x) := \frac{-3}{10} \sin\left(\frac{1}{10} (19 x - 41)\right) + \frac{7}{25}$

4 gg(x):=Funksjon(f+0.03, 0, 1.5)

$\rightarrow \ gg(x) := \text{Dersom}\left(0 \le x \le \frac{3}{2}, \frac{-3}{10} \sin\left(\frac{19}{10} x -\right.\right.$

5 O:=2 pi Integral(gg(x) sqrt(1+(gg'(x))^2),0,1.5)

$\rightarrow \ O := 3.75$