Utdanningsdirektoratet

Eksamen

26.05.2021

REA3024 Matematikk R2

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler	Del 1: Skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler. (På del 1 er det ikke tillatt å bruke datamaskin.) Del 2: Etter tre timer er alle hjelpemidler tillatt, bortsett fra åpent Internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemidler under eksamen, har du ikke lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måter å utveksle informasjon med andre på er ikke tillatt.
Informasjon om oppgaven	Del 1 har 9 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Kilder	Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderingen	Se eksamensveiledningen med kjennetegn på måloppnåelse til sentralt gitt skriftlig eksamen. Eksamensveiledningen finner du på Utdanningsdirektoratets nettsider.

Del 1

Oppgave 1 (4 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = \cos(2x+1)$

b) $g(x) = \cos(2x) \cdot \sin x$

Oppgave 2 (6 poeng)

Bestem integralene

a) $\int \left(x^2 + 2x + \frac{1}{3x} \right) \mathrm{d}x$

b) $\int x \cdot \ln x \, \mathrm{d}x$

c) $\int_0^{\pi/2} (\sin x + 1)^2 \cdot \cos x \, \mathrm{d}x$

Oppgave 3 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - x$$

Et flatestykke F er avgrenset av grafen til f og x-aksen.

a) Bestem arealet av flatestykket F.

Vi dreier flatestykket 360° om x-aksen og får et omdreiningslegeme med volum V.

b) Bestem V.

Oppgave 4 (4 poeng)

Løs likningene

a) $2\sin(2x-\pi)=\sqrt{3}$, $x\in[0, 2\pi]$

b) $2\cos^2 x+\cos x-1=0$, $x\in[0, 2\pi]$

Oppgave 5 (2 poeng)

En aritmetisk rekke $a_1+a_2+\cdots+a_n$ har sum $s_n=3n^2+4n$ for $n\in\mathbb{N}$.

Bruk dette til å bestemme a_3.

Oppgave 6 (2 poeng)

En uendelig geometrisk rekke $b_1+b_2+b_3+b_4+\cdots$ konvergerer mot 6.

Summen av de tre første leddene er $\dfrac{38}{9}$.

Bruk dette til å bestemme b_4.

Oppgave 7 (4 poeng)

Gitt differensiallikningen

$$y'=2x\cdot y^2$$

a) Bestem den generelle løsningen av differensiallikningen.

En av integralkurvene går gjennom punktet $(2,1)$.

b) Bestem likningen for tangenten til løsningskurven i dette punktet.

Oppgave 8 (4 poeng)

Gitt differensiallikningen

$$y'' + b \cdot y' + c \cdot y = 0$$

Her er b og c to reelle tall.

a) Bestem b og c når du får vite at den generelle løsningen til differensiallikningen er

$$y(x) = \mathrm{e}^{-x}\left(A\cos(2x) + B\sin(2x)\right)$$

b) Bestem A og B når du får vite at $y(0) = 2$ og $y'(0) = 6$.

Oppgave 9 (6 poeng)

Et plan α inneholder punktene $A(1, 1, 3)$, $B(1, 2, 1)$ og $C(-1, 3, 2)$.

a) Bestem en likning for planet α.

b) Bestem skjæringspunktene mellom planet α og hver av de tre koordinataksene.

c) Avgjør hvilken av de tre koordinataksene som danner minst vinkel med planet α.

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

For fem år siden opprettet Rannveig en spareavtale. Hun satte hver måned inn 1000 kroner på en konto med en fast månedlig rentefot på 0,25 prosent.

a) Hvor mye penger var det på kontoen like etter at innskudd nummer 40 ble satt inn?

b) Hvor lang tid gikk det fra Rannveig satte inn første innskudd, til det var mer enn 50 000 kroner på kontoen?

For fem år siden begynte også Ivar å spare. Han satte hver måned inn 1000 kroner i et aksjefond. Like etter at han hadde satt inn innskudd nummer 40, var verdien av hans andel i aksjefondet 47 900 kroner.

c) Hva måtte den månedlige rentefoten ha vært om han skulle ha fått tilsvarende sum på en sparekonto med fast rente?

Oppgave 2 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \cos(2x) - 2\cos x + 2$$

a) Tegn grafen i et koordinatsystem. Bestem perioden til f.

Vi kan skrive $f(x)$ på formen $f(x) = a\cos^2 x + b\cos x + c$.

b) Bestem a, b og c.

Oppgave 3 (6 poeng)

Et plan α er gitt ved likningen

$$\alpha: \quad x + y + t \cdot z = 4 \quad , \; t \neq 0$$

La A være skjæringspunktet mellom α og x-aksen, B skjæringspunktet mellom α og y-aksen og C skjæringspunktet mellom α og z-aksen.

a) Bestem koordinatene til A, B og C uttrykt ved t.

En pyramide er avgrenset av planet α, xy-planet, xz-planet og yz-planet.

b) Bestem t slik at volumet av pyramiden blir 10.

En kuleflate K har sentrum i $S(-1, 2, 1)$ og radius $r = 2$.

c) Bruk CAS til å bestemme t slik at planet α tangerer kuleflaten K.

Oppgave 4 (8 poeng)

Sverre har en gammel bil. Når han kjører med jevn fart, bruker motoren $0{,}70$ liter bensin per mil. Bilen har dessverre en liten lekkasje i bensintanken. Dette gjør at når han kjører med jevn fart, vil antall liter bensin som lekker ut av tanken per mil, være proporsjonal med antall liter bensin på tanken. Proporsjonalitetskonstanten er $0{,}01$.

Sverre skal på langtur og fyller opp tanken. Den rommer 60 liter. La $V(x)$ være antall liter bensin han har igjen på tanken etter at han har kjørt x mil med jevn fart.

a) Begrunn at differensiallikningen

$$V' = -0{,}70 - 0{,}01 \cdot V \quad , \quad V(0) = 60$$

kan brukes til å bestemme et uttrykk for $V(x)$.

b) Løs differensiallikningen.

c) Hvor mye bensin er det på tanken etter at han har kjørt 40 mil?

d) Hvor langt kan han maksimalt kjøre før tanken er tom? Hvor mye bensin har da forsvunnet på grunn av lekkasjen?

Neste gang Sverre skal på langtur, tenker han at det kan være lurt å fylle tanken opp til bare 30 liter og så på nytt fylle opp til 30 liter etter 20 mil.

e) Hvor mye bensin vil han bruke dersom han kjører 40 mil?