

Eksamen R2

Vår 2022

Løsningsforslag

Feil og mangler kan forekomme - meld fra til Marianne :)

DEL 1

Oppgave 1 (4 poeng)

a)

$$\begin{aligned}f(x) &= 3x \cdot \sin x \\f'(x) &= 3 \cdot \sin x + 3x \cdot \cos x \\&= \underline{\underline{3(\sin x + x \cdot \cos x)}}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}g(x) &= \frac{\sin(2x)}{\cos x} \\g'(x) &= \frac{2 \cos(2x) \cdot \cos x - \sin(2x) \cdot (-\sin x)}{\cos^2 x} \\&= \frac{2(\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot \cos x + 2 \sin x \cos x \sin x}{\cos^2 x} \\&= \frac{2 \cos^3 x - 2 \sin^2 x \cos x + 2 \sin^2 x \cos x}{\cos^2 x} \\&= \frac{2 \cos^3 x}{\cos^2 x} \\&= \underline{\underline{2 \cos x}}\end{aligned}$$

eller :)

$$\begin{aligned}g(x) &= \frac{\sin(2x)}{\cos x} \\&= \frac{2 \sin x \cos x}{\cos x} \\&= 2 \sin x \\g'(x) &= \underline{\underline{2 \cos x}}\end{aligned}$$

Oppgave 2 (4 poeng)

a)

$$\int (e^x - \sin x) dx = e^x + \cos x + C$$

b)

$$\int \sin x \cdot \cos x dx = \sin^2 x - \int \sin x \cdot \cos x dx$$

$$MR : u = \sin x, u' = \cos x$$

$$v = \sin x, v' = \cos x$$

$$2 \cdot \int \sin x \cdot \cos x dx = \sin^2 x + C$$

$$\int \sin x \cdot \cos x dx = \frac{1}{2} \sin^2 x + C$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi/4} \sin x \cdot \cos x dx &= \left[\frac{1}{2} \sin^2 x \right]_0^{\pi/4} \\ &= \left(\frac{1}{2} \sin^2 \frac{\pi}{4} \right) - \left(\frac{1}{2} \sin^2 0 \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 - 0 \right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

eller

$$\int \sin x \cdot \cos x dx = \frac{1}{2} \int \sin(2x) dx$$

$$MR : u = 2x, u' = 2$$

$$= \frac{1}{4} \int \sin(u) du$$

$$= -\frac{1}{4} (\cos^2 x - \sin^2 x) + C$$

$$= -\frac{1}{4} (1 - 2 \sin^2 x) + C$$

$$= \frac{1}{2} \sin^2 x + C$$

Oppgave 3 (2 poeng)

$$\begin{aligned}2 \cdot \cos(3x) &= -\sqrt{3} \\ \cos(3x) &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 3x &= \frac{5\pi}{6} + n \cdot 2\pi \vee 3x = \frac{7\pi}{6} + n \cdot 2\pi \\ x &= \frac{5\pi}{18} + n \cdot \frac{2\pi}{3} \vee x = \frac{7\pi}{18} + n \cdot \frac{2\pi}{3} \\ x &= \left\{ \frac{5\pi}{18}, \frac{7\pi}{18}, \frac{17\pi}{18} \right\}\end{aligned}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

$$\begin{aligned}y' + 2y &= 4 \\ y' \cdot e^{2x} + y \cdot 2e^{2x} &= 4 \cdot e^{2x} \\ (y \cdot e^{2x})' &= 4 \cdot e^{2x} \\ \int (y \cdot e^{2x})' dy &= 4 \int e^{2x} dx \\ y \cdot e^{2x} &= 4 \cdot \frac{1}{2} e^{2x} + C \\ y &= 2 + C \cdot e^{-2x} \\ \text{Initialbetingelser : } y(0) &= 1 \\ 1 &= 2 + C \cdot e^0 \\ C &= -1 \\ y &= 2 - e^{-2x}\end{aligned}$$

Oppgave 5 (4 poeng)

a)

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{1}{x} \\ \int \frac{1}{x} dx &= \ln x + C \\ \int_1^k \frac{1}{x} dx &= \left[\ln x \right]_1^k \\ &= \ln k - \ln 1 \\ &= \ln k \\ \ln k &= 2 \\ k &= e^2\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}V &= \pi \int_1^4 f(x)^2 dx \\ &= \pi \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx \\ &= \pi \left[-\frac{1}{x} \right]_1^4 \\ &= \pi \left(\left(-\frac{1}{4} - (-1) \right) \right) \\ &= \frac{3\pi}{4}\end{aligned}$$

Oppgave 6 (6 poeng)

$A(2, 3, -7)$, $B(-2, 1, -3)$, $C(3, 5, -5)$

a) For å finne likningen til planet trenger vi en normalvektor:

$$\begin{aligned}\vec{AB} &= [-2 - 2, 1 - 3, -3 - (-7)] = [-4, -2, 4] \\ \vec{AC} &= [3 - 2, 5 - 3, -5 - (-7)] = [1, 2, 2] \\ \vec{AB} \times \vec{AC} &= [-4 - 8, -(-8 - 4), -8 - (-2)] \\ &= [-12, 12, -6] \\ &= -6[2, -2, 1]\end{aligned}$$

Likningen for planet kan da skrives som :

$$\begin{aligned}2(x - 2) - 2(y - 3) + (z + 7) &= 0 \\ 2x - 4 - 2y + 6 + z + 7 &= 0 \\ 2x - 2y + z + 9 &= 0\end{aligned}$$

, som skulle vises.

b) Retningsvektoren til linja er :

$$\begin{aligned}\vec{PQ} &= [6 - 3, 3 - 1, -4 - (-2)] \\ &= [3, 2, -2]\end{aligned}$$

Dersom linja er parallell med planet vil $r_l \perp n_\alpha = 0$

$$\begin{aligned}r_l \cdot n_\alpha &= [3, 2, -2] \cdot [2, -2, 1] \\ &= 6 - 4 - 2 \\ &= 0\end{aligned}$$

Altå er linja parallell med planet, som skulle vises.

Oppgave 7 (8 poeng)

a)

$$\begin{aligned}2 \cos^2 x + \sin(2x) &= 0 \\2 \cos x(\cos x + \sin x) &= 0 \\ \cos x = 0 \vee \cos x = -\sin x \\ x = \frac{\pi}{2} + n \cdot \pi \vee x = \frac{3\pi}{4} + n \cdot \pi\end{aligned}$$

Da er nullpunktene :

$$x = \left\{ \frac{-\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4} \right\}$$

b)

$$2 \cos^2 x + \sin(2x) = (1 + \cos(2x)) + \sin(2x)$$

Mellomregning :

$$\begin{aligned}\cos(2x) &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ &= \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) \\ &= 2 \cos^2 x - 1 \\ 2 \cos^2 x &= \cos(2x) + 1\end{aligned}$$

$$2 \cos^2 x + \sin(2x) = \cos(2x) + \sin(2x) + 1$$

$$\cos(2x) + \sin(2x) = \sqrt{2} \left(\cos(2x) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin(2x) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$A = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} \left(\cos(2x) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin(2x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \right)$$

$$= \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$2 \cos^2 x + \sin(2x) = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 1$$

som skulle vises.

c)
På toppen vil $\sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 1$

$$\begin{aligned}\sin(2x + \frac{\pi}{4}) &= 1 \\ 2x + \frac{\pi}{4} &= \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi \\ 2x &= \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + n \cdot 2\pi \\ 2x &= \frac{\pi}{4} + n \cdot 2\pi \\ x &= \frac{\pi}{8} + n \cdot \pi\end{aligned}$$

På bunnen vil $\sin(2x + \frac{\pi}{4}) = -1$

$$\begin{aligned}\sin(2x + \frac{\pi}{4}) &= -1 \\ 2x + \frac{\pi}{4} &= \frac{3\pi}{2} + n \cdot 2\pi \\ 2x &= \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + n \cdot 2\pi \\ 2x &= \frac{5\pi}{4} + n \cdot 2\pi \\ x &= \frac{5\pi}{8} + n \cdot \pi\end{aligned}$$

Oppgave 8 (4 poeng)

$$a_2 = 8 \text{ og } a_4 = 2$$

a)

$$\text{Aritmetisk rekke : } a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$d = \frac{a_4 - a_2}{4 - 2} = -3$$

$$11 + 8 + 5 + 2 - 1 - 4 - \dots$$

b)

$$\text{Geometrisk rekke : } a_n = a_1 \cdot k^{n-1}$$

$$a_2 = a_1 \cdot k = 8$$

$$a_1 = \frac{8}{k}$$

$$a_4 = a_1 \cdot k^3 = \frac{8}{k} \cdot k^3 = 8k^2 = 2$$

$$k = \sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2}$$

Setter inn $k = \frac{1}{2}$:

$$a_1 = \frac{8}{k} = 16$$

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 \cdot k^{n-1} = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \\ &= \frac{2^4}{2^{n-1}} = 2^{4+1-n} = 2^{5-n} \end{aligned}$$

$$16 + 8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^{-1} + \dots$$

$$s_n = a_1 \frac{k^n - 1}{k - 1}$$

$$\begin{aligned} s_n &= 16 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}{\frac{1}{2} - 1} = 16 \cdot \frac{\frac{1}{2^n} - 1}{-\frac{1}{2}} \\ &= -32 \left(\frac{1}{2^n} - 1\right) = 32 \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_6 &= 32 \left(1 - \frac{1}{2^6}\right) = 32 \left(1 - \frac{1}{64}\right) \\ &= 32 \cdot \frac{64 - 1}{64} \\ &= \frac{63}{2} \end{aligned}$$

Setter inn $k = -\frac{1}{2}$:

$$a_1 = \frac{8}{k} = 16$$

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 \cdot k^{n-1} = 16 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \\ &= \frac{2^4}{(-2)^{n-1}} \end{aligned}$$

$$16 - 8 + 4 - 2 + 1 - \frac{1}{2} + \dots = 2^4 - 2^3 + 2^2 - 2^1 + 2^{-1} + \dots$$

$$\begin{aligned} s_6 &= 16 - 8 + 4 - 2 + 1 - \frac{1}{2} \\ &= 8 + 2 + \frac{1}{2} \\ &= \frac{21}{2} \end{aligned}$$

Oppgave 9 (2 poeng)

P(1) :

$$a_1 = (-1)^2 \cdot 1^2 = 1$$

$$a_1 = (-1)^{1-1} \cdot \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = (-1)^0 \cdot \frac{2}{2} = 1$$

Sann for $n=1$.

P(n):

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^{n+1} \cdot n^2 = (-1)^{n-1} \cdot \frac{n(n+1)}{2}$$

Antas sann.

P(n+1):

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^{n+1} \cdot n^2 + (-1)^{(n+1)+1} \cdot (n+1)^2 \\ &= (-1)^{n-1} \cdot \frac{n(n+1)}{2} + (-1)^{(n+1)+1} \cdot (n+1)^2 \\ &= (-1)^n \cdot (-1)^{-1} \cdot \frac{n(n+1)}{2} + (-1)^n \cdot (-1)^2 \cdot \frac{2(n+1)^2}{2} \\ &= (-1)^n \cdot \frac{-n(n+1) + 2(n+1)^2}{2} \\ &= (-1)^n \cdot \frac{(n+1)(2(n+1) - n)}{2} \\ &= (-1)^n \cdot \frac{(n+1)(n+2)}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= (-1)^{(n+1)-1} \cdot \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2} \\ &= (-1)^n \cdot \frac{(n+1)(n+2)}{2} \end{aligned}$$

Da er påstanden sann for alle positive heltallige verdier av n .

DEI 2

Oppgave 1 (6 poeng)

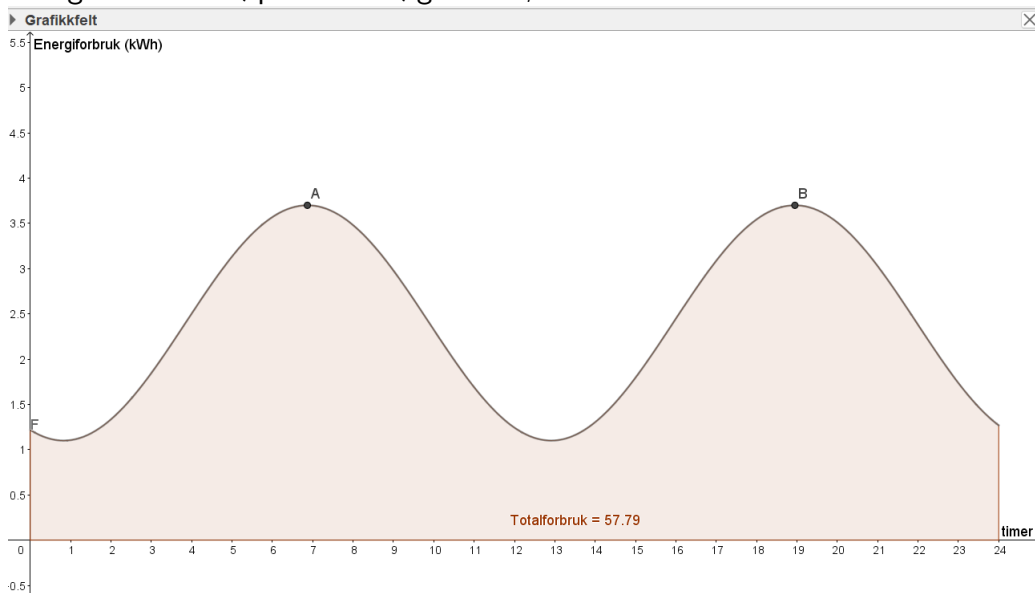
a)

Energiforbruket er størst litt før kl.07.00 (6.87 timer etter midnatt) og kl. 19.00 (18.95 timer etter midnatt).

CAS	
1	$f(x) := 1.3 \sin(0.52 x - 2) + 2.4$ $\approx f(x) := 1.3 \sin(0.52 x - 2) + 2.4$
2	$F(x) := \text{Funksjon}(f, 0, 24)$ $\approx F(x) := \text{Dersom} \left(0 \leq x \leq 24, \frac{13}{10} \sin\left(\frac{13}{25} x - 2\right) + \frac{12}{5} \right)$
3	$A := \text{Ekstremalpunkt}(f, 5, 9)$ $\rightarrow A := (6.87, 3.7)$
4	$B := (\text{Ekstremalpunkt}(f, 16, 21))$ $\rightarrow B := (18.95, 3.7)$

b)

Energiforbruket i løpet av et døgn er 57,8 kWh.



c)

Det er brukt 17 kWh når klokka er ca. kl. 07.20

6	$T(x) := \text{Integral}(f, 0, x)$ $\approx T(x) := -2.5 \cos(0.52 x - 2) - 1.04 + 2.4 x$
7	$NL\text{os}(T=17)$ $\rightarrow \{x = 7.29\}$

Oppgave 2 (6 poeng)

a)

Linje 1-4 Definerer punktene

Linje 5-6 definerer linjene

Linje 7-9 : Setter koordinatene lik hverandre for å finne skjæringspunkt : $x_l = x_m$, etc.

CAS	
1	A:=(0,7,5) ● → A := (0, 7, 5)
2	B:=(1,7,2) ● → B := (1, 7, 2)
3	C:=(-2,2,0) ● → C := (-2, 2, 0)
4	D:=(1,1,h) → D := (1, 1, h)
5	Linje(A, B) ○ → X = (0, 7, 5) + λ (1, 0, -3)
6	Linje(C, D) → X = (-2, 2, 0) + λ (3, -1, h)
7	t=-2+3 s → t = 3 s - 2
8	7=2-s → 7 = -s + 2
9	5-3t=s h → -3 t + 5 = h s
10	{\$7, \$8, \$9} ○ Løs: { { h = $-\frac{56}{5}$, s = -5, t = -17 } }

$$l : \begin{cases} x = t \\ y = 7 \\ z = 5 - 3t \end{cases}$$

$$m : \begin{cases} x = -2 + 3s \\ y = 2 - s \\ z = h \cdot s \end{cases}$$

Eksakt verdi av h slik at linjene skjærer hverandre er : $h = -\frac{56}{5}$

b)

Linjen l ligger i planet dersom både A og B ligger i planet.

14	$\alpha_A := h \cdot 7 + 3 \cdot 0 + 9 \cdot 7 + 5 = 7h + 68$ $\approx \alpha_A : 7h + 68 = 7h + 68$
15	$\alpha_B := h \cdot 7 + 3 \cdot 1 + 9 \cdot 7 + 2 = 7h + 68$ $\approx \alpha_B : 7h + 68 = 7h + 68$

Linjen m er parallell med planet dersom den står vinkelrett på normalvektoren til planet.

16	$n_\alpha := (3, h+9, 1)$ $\rightarrow n_\alpha := \begin{pmatrix} 3 \\ h+9 \\ 1 \end{pmatrix}$
17	$r_m := (3, -1, h)$ $\rightarrow r_m := \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ h \end{pmatrix}$
18	$n_\alpha \cdot r_m$ <input type="radio"/> $\rightarrow 0$

c)

Når avstanden mellom linjene l og m er 4, vil det si at avstand fra D til planet er 4 fordi m er parallell med planet,
h blir da $h = -8.7$ eller $h = -21.6$

11	$\alpha := 3x + (h+9)y + z = 68 + 7h$ $\rightarrow \alpha : h y + 3 x + 9 y + z = 7 h + 68$
12	Avstand(D, α) $\rightarrow \sqrt{\frac{(5h + 56)^2}{(h + 9)^2 + 10}}$
13	$\text{Løs}(\sqrt{((5h + 56)^2 / ((h + 9)^2 + 10))} = 4, h)$ <input type="radio"/> $\approx \{h = -21.57, h = -8.66\}$

Oppgave 3 (6 poeng)

a)

Endringen :

INN = 5 Konstant tilførsel på 5 mg / time.

UT = $k \cdot M(x)$ k =proporsjonalitetskonstant .

Dette gir en endring på $M'(x) = 5 - k \cdot M(x)$

$M(0) = 0$ - når vi starter ($t = 0$) er medisinmengden null.

b)

$$M(x) = .125e^{-0.04x} + 125$$

▶ CAS	
1	$f(x) := \text{LøsODE}(y' = -k y + 5, (0, 0))$ $\rightarrow f(x) := \frac{-5 e^{-kx} + 5}{k}$
2	NLøs($f(24) = 80$) $\rightarrow \{k = 0.04\}$
3	$M(x) := (-5 e^{-(0.04 x)} + 5) / 0.04$ $\approx M(x) := -125 e^{-0.04x} + 125$

c)

Etter 24 timer vil pasienten ha 77.14 mg medisin i kroppen.

For at mengden virkestoff i blodet skal være 150 mg etter 48 timer, må vi øke dosen etter 24 timer til 7.8 mg pr.time.

4	$M(24)$ ≈ 77.14
5	$N(x) := \text{LøsODE}(y' = a - 0.04 y, (0, 77.14))$ $\approx N(x) := 77.14 e^{-0.04x} - 25 a e^{-0.04x} + 25 a$
6	NLøs($N(24) = 150, a$) $\approx \{a = 7.81\}$

Oppgave 4 (6 poeng)

a)

$$\begin{aligned} \frac{1}{k(k+2)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{(k+2) - k}{k(k+2)} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{k(k+2)} \right) \\ &= \frac{1}{k(k+2)} \end{aligned}$$

Som skulle vises.

Vi kan også vise dette ved polynomdivisjon :

$$\begin{aligned} \frac{1}{k(k+2)} &= \frac{A}{k} + \frac{B}{k+2} \\ MR : 1 &= A(k+2) + Bk \\ k = 0 : 1 &= 2A \Rightarrow A = \frac{1}{2} \\ k = -2 : 1 &= -2B \Rightarrow B = -\frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{k} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{k+2} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right) \end{aligned}$$

Eller vi kan vise det i CAS:

▶ CAS	
1	$1 / ((k + 2) k)$ ✓ $\frac{1}{(k + 2) k}$
2	$1/2 (1/k - 1/(k+2))$ ✓ $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right)$
3	$1 / ((k + 2) k) == 1 / 2 (1 / k - 1 / (k + 2))$ → true

b)

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{1+2} \right) &&= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \right) \\
 a_2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2+2} \right) &&= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \\
 a_3 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3+2} \right) &&= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \\
 a_4 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4+2} \right) &&= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) \\
 a_5 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{5+2} \right) &&= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) \\
 a_6 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{6+2} \right) &&= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right) \\
 s_6 &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} + \frac{1}{3} - \frac{1}{8} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \right)
 \end{aligned}$$

Som skulle vises.

c)

$$\begin{aligned}
 s_n &= \frac{1}{2} \left(\left(1 - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right) + \right. \\
 &\quad \left. \dots + \left(\frac{1}{k-2} - \frac{1}{k} \right) + \left(\frac{1}{k-1} - \frac{1}{k+1} \right) + \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right) \right) \\
 s_n &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{k-2} + \frac{1}{k-1} + \frac{1}{k} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} - \frac{1}{8} - \dots - \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right) \\
 s_n &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right)
 \end{aligned}$$

Det vil si at den uendelige rekken har et endelig svar, altså er den konvergent.

d)

Dersom hver enkelt tilsvarende ledd i s_n er større, vil også summen av rekka være større.

$$s_n > \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)^2}$$
$$\frac{1}{k(k+2)} > \frac{1}{(k+1)^2}$$
$$k(k+2) < (k+1)^2$$
$$k^2 + 2k < k^2 + 2k + 1$$
$$0 < 1$$

Da har vi vist at : $s_n > \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)^2}$

Siden summen av denne rekka er mindre enn summen av rekka i c) må den være konvergent.