Utdannings-
direktoratet

Eksamen

24.05.2023

REA3024 Matematikk R2

Eksamen etter Kunnskapsløftet LK06

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Del 1

Oppgave 1 (4 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = x \cdot \sin x$

b) $g(x) = \dfrac{\cos 2x}{\sin x}$

Oppgave 2 (4 poeng)

Regn ut integralene

a) $\displaystyle\int_{-1}^{1} (4x^3 - x)\,\mathrm{d}x$

b) $\displaystyle\int_{0}^{\ln 2} \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$

Oppgave 3 (4 poeng)

a) Vis at dersom $f(x) = \tan x$, så er $f'(x) = 1 + \tan^2 x$.

b) Regn ut $\displaystyle\int \frac{1 + \tan^2 x}{\tan x}\,\mathrm{d}x$.

Oppgave 4 (4 poeng)

a) Regn ut summen av den aritmetiske rekken

$$2+8+14+\cdots+296$$

b) Regn ut summen av den geometriske rekken

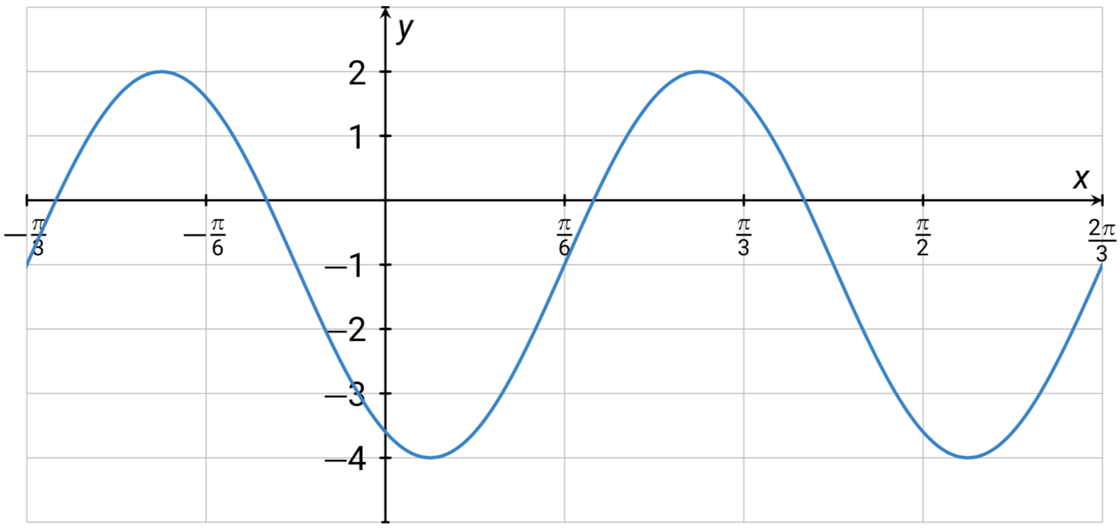
$$5+\frac{5}{3}+\frac{5}{9}+\frac{5}{27}+\cdots$$

Oppgave 5 (3 poeng)

Løs differensiallikningen

$$y'+3y=3\ ,\quad y(0)=5$$

Oppgave 6 (3 poeng)

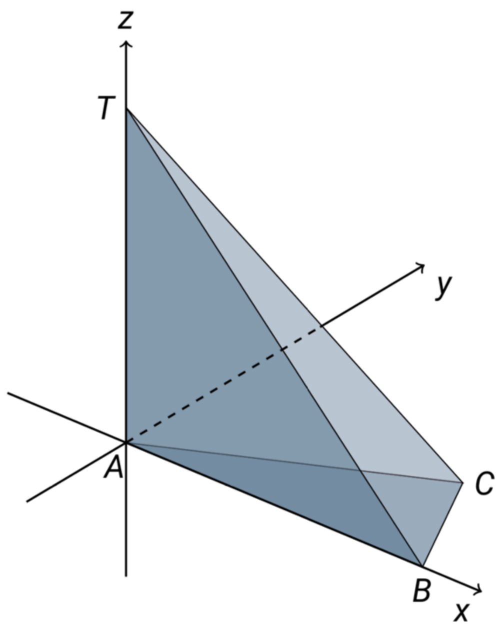


Ovenfor ser du grafen til en funksjon f. Funksjonsuttrykket til f kan skrives på formen

$$f(x)=A\cdot\sin(cx+\varphi)+d$$

Bestem $f'(0)$.

Oppgave 7 (6 poeng)



Punktene $A(0,0,0)$, $B(5,0,0)$, $C(4,2,0)$ og $T(0,0,5)$ danner en pyramide, slik figuren viser.

a) Regn ut volumet av pyramiden.

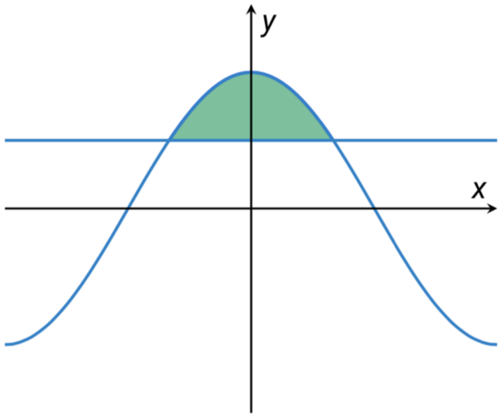
b) Regn ut arealet av $\triangle BCT$.

c) Bestem avstanden fra A til planet som går gjennom B, C og T.

Oppgave 8 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \cos 2x \ , \ D_f = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$



På figuren til høyre har vi tegnet grafen til f sammen med linjen gitt ved $y = \frac{1}{2}$. Disse to avgrenser det fargelagte området, som vist på figuren.

a) Bestem arealet av det fargelagte området.

b) Bruk formelen $\cos(u+v) = \cos u \cdot \cos v - \sin u \cdot \sin v$ til å vise at

$$\left(f(x)\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\cos 4x + 1\right)$$

Vi roterer det fargelagte området på figuren om x-aksen og får et omdreiingslegeme.

c) Bestem volumet av dette omdreiingslegemet.

Oppgave 9 (2 poeng)

Bruk induksjon til å vise at $1 \cdot 6 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 8 + \cdots + n \cdot (n+5) = \dfrac{n(n+1)(n+8)}{3}$

for alle $n \in \mathbb{N}$.

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

Tabellen nedenfor viser hvor mange millioner kroner som ble brukt på strømming av musikk i Norge noen år i perioden 2008–2018.

År	2008	2010	2012	2014	2016	2018
Strømming	2	70	246	456	582	655

a) Lag en modell F som du kan bruke til å bestemme hvor mange millioner kroner som ble brukt på strømming i Norge per år i perioden 2008–2018 og årene etterpå. Velg x-verdier slik at $F(0)$ gir hvor mange millioner kroner som ble brukt i 2008. Begrunn valget av modell.

Nedenfor ser du fire formler.

$$I = \int_{-0,5}^{10,5} F(x)\,\mathrm{d}x \;, \qquad G = \frac{1}{5}\int_{2,5}^{7,5} F(x)\,\mathrm{d}x \;, \qquad S = \sum_{i=0}^{10} F(i) \;, \qquad D = \frac{F(5{,}001) - F(5)}{0{,}001}$$

b) Bestem I, G, S og D.

c) Gi en praktisk tolkning av svarene i oppgave b.

Oppgave 2 (4 poeng)

Planet α er bestemt av punktene $A(1,0,3)$, $B(0,1,2)$ og $C(2,3,2)$.

a) Bestem en likning for planet β som er parallelt med α og går gjennom punktet $P(2,-5,5)$.

En kule tangerer α i punktet A og β i et punkt Q.

b) Bestem eksakte verdier for koordinatene til Q.

Oppgave 3 (6 poeng)

En mopedbil blir drevet av en motor som gir en konstant kraft $F = 250\ N$ (newton).

Bilens fart v (i m/s) kan beskrives med differensiallikningen

$$350v' = F - 10v$$

a) Finn et uttrykk $v(t)$ for farten t sekunder etter at mopedbilen begynner å bevege seg.

b) Hva er den største farten mopedbilen kan oppnå?

Bilprodusenten ønsker at mopedbilen skal ha en toppfart på 60 km/h.

c) Hva må motorkraften F være dersom mopedbilen skal ha denne toppfarten?

Oppgave 4 (4 poeng)

a) Bestem konvergensområdet til den uendelige geometriske rekken

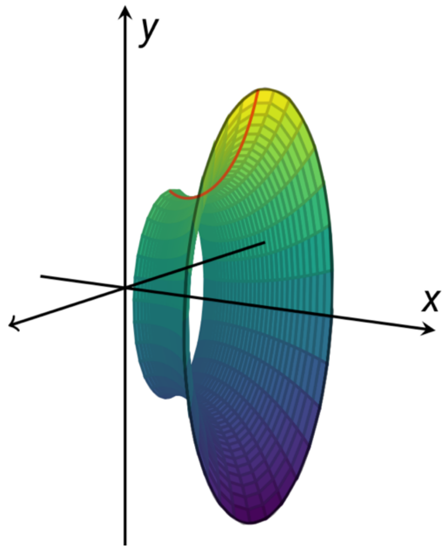
$$1 + \left(\frac{x}{2} - 3\right) + \left(\frac{x}{2} - 3\right)^2 + \left(\frac{x}{2} - 3\right)^3 + \cdots$$

b) Lag en uendelig geometrisk rekke med variabel kvotient som har konvergensområde $\langle -3, 5 \rangle$, og som konvergerer mot 3 når $x = 4$.

Oppgave 5 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=\frac{2-\cos x}{\sin x} \quad , \qquad D_f=\left\langle \frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4} \right\rangle$$



Vi roterer grafen til f om x-aksen.

a) Bestem volumet av omdreiingslegemet vi da får.

Omdreiingslegemet skal plasseres i en rett kjegle med radius 4 og volum 45.

b) Avgjør om omdreiingslegemet får plass i kjeglen.