

Arbeidshefte

Integral - Eksamensoppgaver

Oppgave 1

Eksamen V2018 R2 Del 1

Oppgave 5 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 1 - x^2$$

Et flatestykke er avgrenset av x -aksen og grafen til f .

a) Bestem arealet av flatestykket.

Vi får et omdreiningslegeme ved å dreie flatestykket 360° om x -aksen.

b) Bestem volumet av omdreiningslegemet.

Oppgave 2

Eksamen V2018 R2 Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

Funksjonene f og g er gitt ved

$$f(x) = -x^2 + 3x + 3$$

$$g(x) = x^2 + 1$$

- a) Bruk graftegner til å tegne grafene til f og g i samme koordinatsystem.

Grafene til f og g avgrenser et flatestykke med areal A .

- b) Bestem A ved hjelp av CAS.

Tyngdepunktet T til flatestykket er $\left(\frac{M}{A}, \frac{N}{A}\right)$, der M og N er gitt ved

$$M = \int_a^b x \cdot (f(x) - g(x)) \, dx$$

$$N = \frac{1}{2} \int_a^b (f(x)^2 - g(x)^2) \, dx$$

Tallene a og b er x -koordinatene til skjæringspunktene mellom grafene til f og g , der $a < b$.

- c) Bestem koordinatene til T ved hjelp av CAS.

Oppgave 3

Eksamen H2018 R2 Del 2

Oppgave 1 (5 poeng)

Funksjonene f og g er gitt ved

$$f(x) = x^4 - 4x - 1$$

$$g(x) = 4x^3 - 6x^2 - 1$$

a) Tegn grafene til f og g i et koordinatsystem.

De to grafene avgrensner et område M i planet.

b) Bestem arealet av M .

Funksjonene F og G er gitt ved

$$F(x) = x^4 - 4r^3 \cdot x - 1$$

$$G(x) = 4r \cdot x^3 - 6r^2 \cdot x^2 - r^4$$

Grafene til F og G avgrensner et område N i planet.

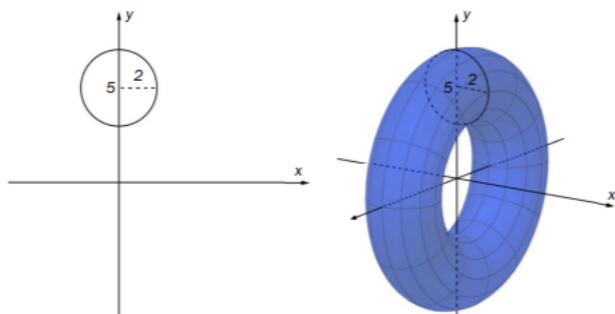
c) Bruk CAS til å vise at arealet av N er uavhengig av r .

Oppgave 4

Eksamen V2019 R2 Del 2

Oppgave 4 (6 poeng)

En sirkel har sentrum i $(0, 5)$ og radius 2. Vi roterer denne sirkelen 360° om x -aksen. Da får vi et omdreingslegeme som vist på figuren.



- a) Forklar at grafene til f og g sammen danner sirkelen når f og g er gjutt ved

$$f(x) = 5 + \sqrt{4 - x^2}$$

$$g(x) = 5 - \sqrt{4 - x^2}$$

- b) Bruk CAS til å bestemme den eksakte verdien for volumet av omdreingslegemet.

En annen sirkel har sentrum i $(2, 7)$ og radius 3. Vi roterer også denne sirkelen 360° om x -aksen.

- c) Bruk CAS til å bestemme den eksakte verdien for volumet av dette omdreingslegemet.

Dette arbeidshefte :



Løsningsforslag :



16. februar 2024