Arbeidshefte

Romgeometri - Eksamensoppgaver

DEL 1 - oppgaver

Oppgave 1

(Eksamen V2016 R2 Del 1 Oppgave 7)

Punktene $A(1,-4,1)$ og $B(3,0,5)$ ligger i planet α.

Vektoren $\overrightarrow{n_\alpha} = [k, 1, -k]$ står normalt på α for en bestemt verdi av konstanten k.

a) Vis at planet α er gitt ved $2x + y - 2z + 4 = 0$

b) Planet α skjærer z-aksen i punktet C. Bestem koordinatene til C.

c) Bestem volumet av pyramiden ABCO, der O er origo.

d) En kule har sentrum i origo og tangerer planet α i et punkt P .Bestem koordinatene til punktet P .

Oppgave 2

(Eksamen H2015 R2 Del 1, Oppg.5)

En kuleflate er gitt ved likningen

$$x^2 - 2x + y^2 + 6y + z^2 - 4z - 11 = 0$$

a) Vis at punktet $P(4, 1, 2)$ ligger på kuleflaten.

b) Bestem sentrum og radius til kulen.

c) Bestem en likning for tangentplanet til kulen i punktet P.

Oppgave 3

(Eksamen H2015 R2 Del 1 , Oppg.7)

Punktene $A(1, 2, -2)$, $B(2, -3, 4)$ og $C(-2, 3, 1)$ er gitt.

a) Bestem ved regning vektorproduktet $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$.

b) Forklar at C ikke ligger på linjen gjennom A og B.

c) Bestem en likning for planet α gjennom A, B og C.

d) Avgjør om punktet $D(2, 2, 3)$ ligger i α .

Oppgave 4

(Eksamen V2015 R2 Del 1)

Punktene $A(3,0,0)$, $B(0,4,0)$ og $C(0,0,1)$ er gitt.

a) Bestem $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$. Bestem arealet av $\triangle ABC$.

b) Punktene A, B og C ligger i et plan α. Bestem likningen for planet α.

c) En partikkel starter i origo $O(0,0,0)$. Etter tiden t er partikkelen i et punkt P gitt ved

$$\overrightarrow{OP} = \left[t, \frac{t^2}{3}, -\frac{t}{4}\right] \ , \ t \geq 0$$

Hvor lang tid tar det før partikkelen treffer planet ? Bestem koordinatene til punktet der partikkelen treffer .

Oppgave 5

(Eksempeloppgave 2015 R2 Del 1)

Likningen for en kuleflate er gitt ved

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 8z - 4 = 0$$

Bestem ved regning sentrum og radius i kulen.

Oppgave 6

(Eksempeloppgave 2015 R2 Del 1)

Vektorene $\vec{u} = [1, 2, -1]$ og $\vec{v} = [-1, 1, -2]$ er gitt.

a) Bestem $\angle(\vec{u}, \vec{v})$.

b) Et plan β går gjennom punktet $P(2, 0, 1)$. Videre er $\beta || \vec{u}$ og $\beta || \vec{v}$.

c) Vis at $\vec{n} = [-1, 1, 1]$ er en normalvektor til planet β.

d) Bestem likningen til planet β.

Oppgave 7

(Eksamen H2014 R2 Del 1)

Punktene $A(0, 6, 6)$, $B(0, 0, 7)$ og $C(6, 0, 5)$ ligger i planet α .

a) Bestem likningen til α .

b) Et punkt P ligger på linjen gjennom punktene $O(0, 0, 0)$ og $A(0, 6, 6)$. Bestem mulige koordinater til P slik at volumet av tetraederet $ABCP$ blir 42.

Oppgave 8

(Eksamen H2014 R2 Del 1)

Et plan α er gitt ved likningen

$$2x + y - 2z + 3 = 0$$

a) Bestem likningen for den kuleflaten som har sentrum i punktet $S(11, 2, -6)$ og som har α som tangentplan.

b) Bestem koordinatene til tangeringspunktet mellom kuleflaten og planet α .

c) Et plan β er gitt ved

$$2x + y - 2z = 0$$

Dette planet skjærer kuleflaten langs en sirkel. Bestem radien i denne sirkelen.

DEL 2 -oppgaver

Oppgave 9

(Eksamen H2015 R2 Del 2)

En kule K har sentrum i $S(-1, 0, 1)$ og radius $\sqrt{21}$. En linje l går gjennom punktene $A(7, -2, 5)$ og $B(15, -4, 9)$. Bestem skjæringspunktene mellom linjen l og kulen K .

Oppgave 10

(Eksamen V2015 R2 Del 2)

Hjørnene i en pyramide $ABCP$ er $A(0,0,0)$, $B(1,0,-1)$, $C(1,1,0)$ og $P(t,2t+1,t^2+2)$, $t \in R$

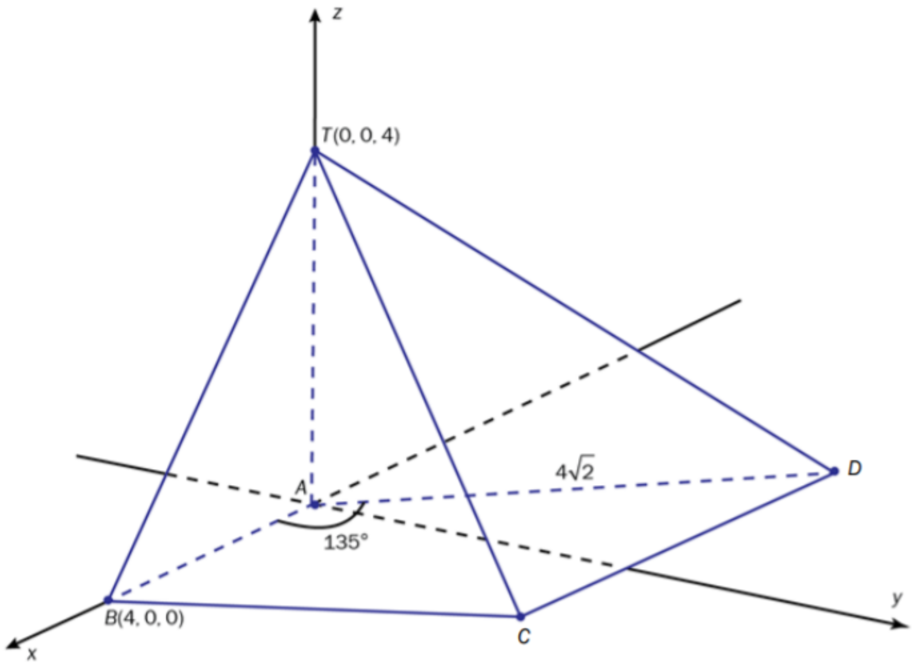
a) Bestem et uttrykk for volumet $V(t)$ av pyramiden.

b) Bestem koordinatene til P slik at $V(t) = \frac{7}{2}$

c) Bestem koordinatene til P slik at volumet $V(t)$ blir minst mulig.

Oppgave 11

(Eksamen H2014 R2 Del 2)



En pyramide $ABCDT$ er gitt på figuren ovenfor. Pyramiden settes inn i et tredimensjonalt koordinatsystem slik at koordinatene til A, B og T er gitt ved $A(0,0,0)$, $B(4,0,0)$ og $T(0,0,4)$. Punktene C og D ligger i xy-planet.

a) Vi setter $\angle BAD = 135^o$ og $AD = 4\sqrt{2}$. Vis at D har koordinatene $(-4,4,0)$.

b) Punktet C er slik at $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. Vis at C har koordinatene $(2,4,0)$.

c) Punktene B, D og T ligger i et plan α. Vis at likningen for α er $x + 2y + z - 4 = 0$.

d) Volumet av pyramiden $ABDT$ kalles V_1 og volumet av pyramiden $CBDT$ kalles V_2 . Bestem forholdet $\frac{V_1}{V_2}$.

Oppgave 12

(Eksamen H2014 R2 Del 2)

Punktene $A(4,3,1)$, $B(2,2,0)$ og $C(1,2,2)$ er gitt. En setning i geometrien sier:

> Et plan er entydig bestemt av tre punkter dersom disse punktene ikke ligger på en rett linje.

a) Bruk denne setningen til å vise at punktene A , B og C bestemmer et plan α entydig.

b) Bestem en likning til planet α .

c) Et punkt T har koordinatene $(2,5,41)$. Bestem t slik at volumet av pyramiden $ABCT$ blir 3.

Oppgave 13 - Eksamen H2014 R2 Del 2

En kuleflate er gitt ved likningen

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 6z + 2 = 0$$

a) Vis at punktet$P(2,3,5)$ ligger på kuleflaten.

b) Bestem sentrum og radius til kulen.

c) Bestem likningen til planet som tangerer kuleflaten i punktet P.

Oppgave 14

(Eksamen V2012 R2 Del 2)

I et koordinatsystem er det gitt et punkt $P(5, -1, 4)$ og et plan

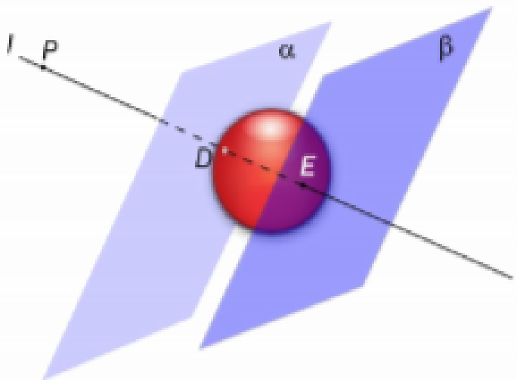
$$\alpha: \ 2x - 2y + z + 2 = 0$$

Punktene $A(0, 0, 4)$, $B(2, 0, 0)$ og $C(1, 1, 4)$ ligger i et annet plan β.

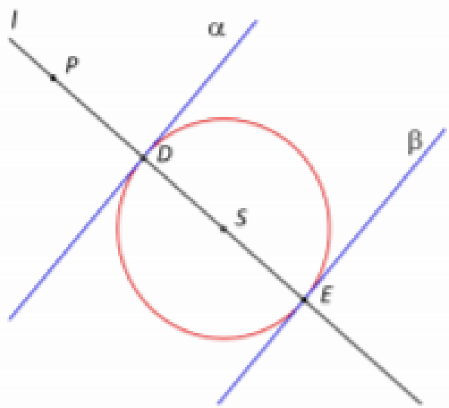
a) Bestem likningen til β, og forklar at $\alpha \parallel \beta$

b) Regn ut avstanden mellom planene α og β.

Planene α og β er begge tangentplan til en kule. Sentrum S i kula og de to tangeringspunktene D og E ligger på en rett linje l gjennom punktet P. Se figurene nedenfor.



Figur 1: Kule og plan i rommet



Figur 2: Tverrsnitt av kule og plan

c) Sett opp en parameterframstilling for l.

d) Bestem koordinatene til D og E.

e) Bestem likningen til kula.

Dette arbeidshefte :

Løsningsforslag :

18/04/24