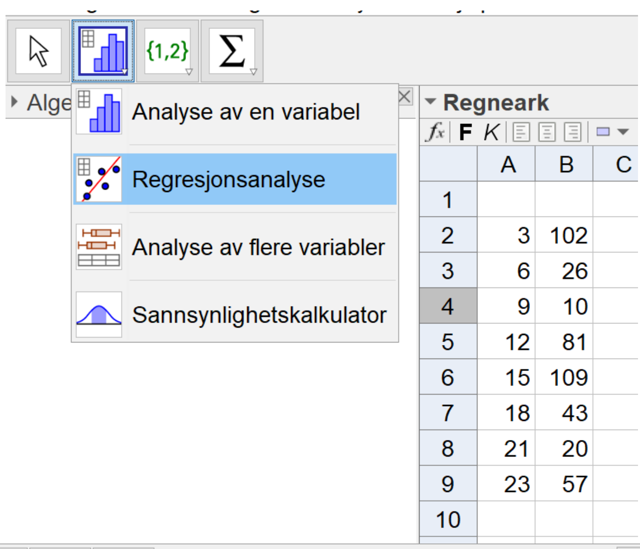
R2 Eksamen V19 del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

a)

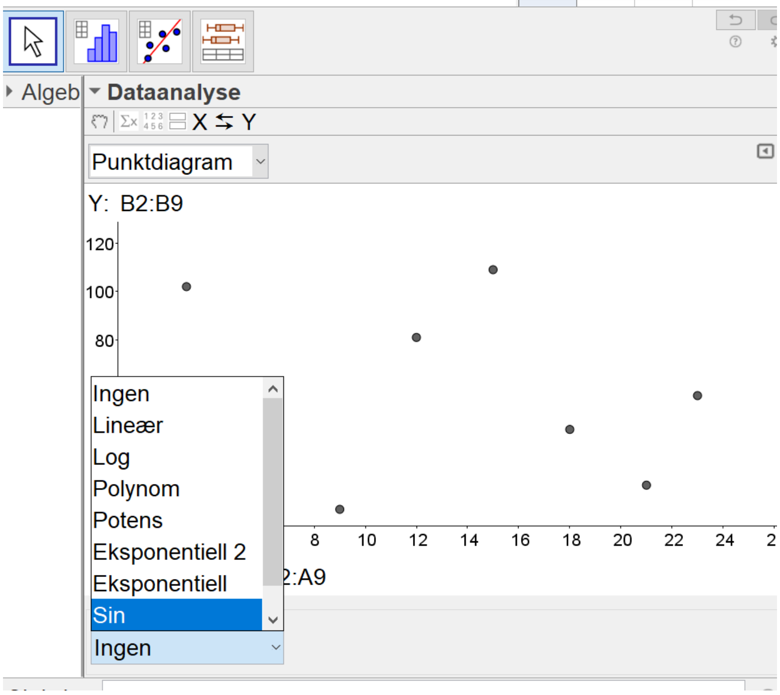
Bruker regresjon i Geogebra til å finne uttrykket.

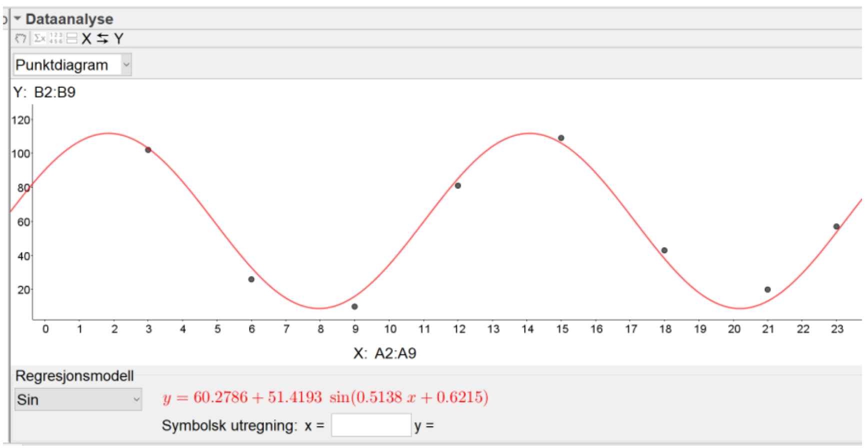


Fyller inn verdiene fra oppgaven i regnearket,

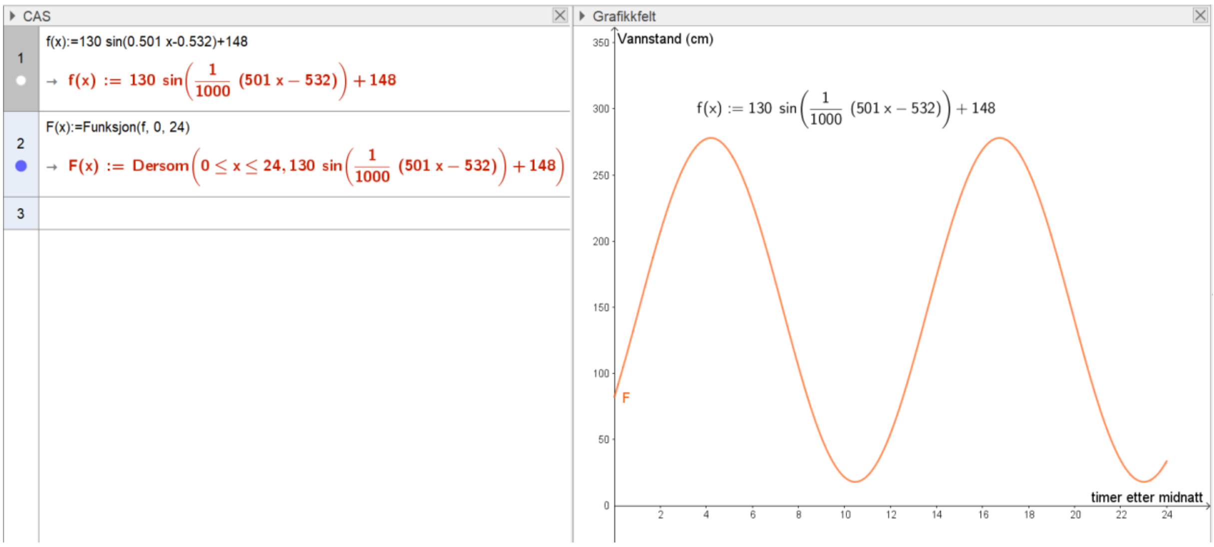
Merker dataene og velger regresjonsanalyse

Under regresjonsmodell velger vi «sin», oppgaven sa vi skulle lage en sinusfunksjon.





b)



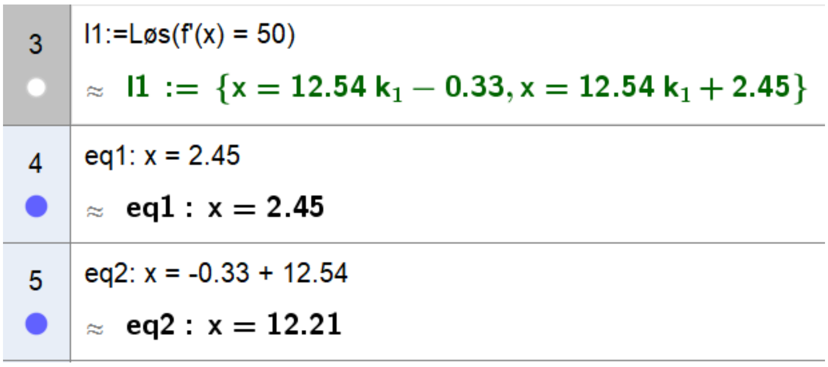
c)

140 = grafens likevektslinje = middeltemperaturen (gjennomsnittstemperaturen)

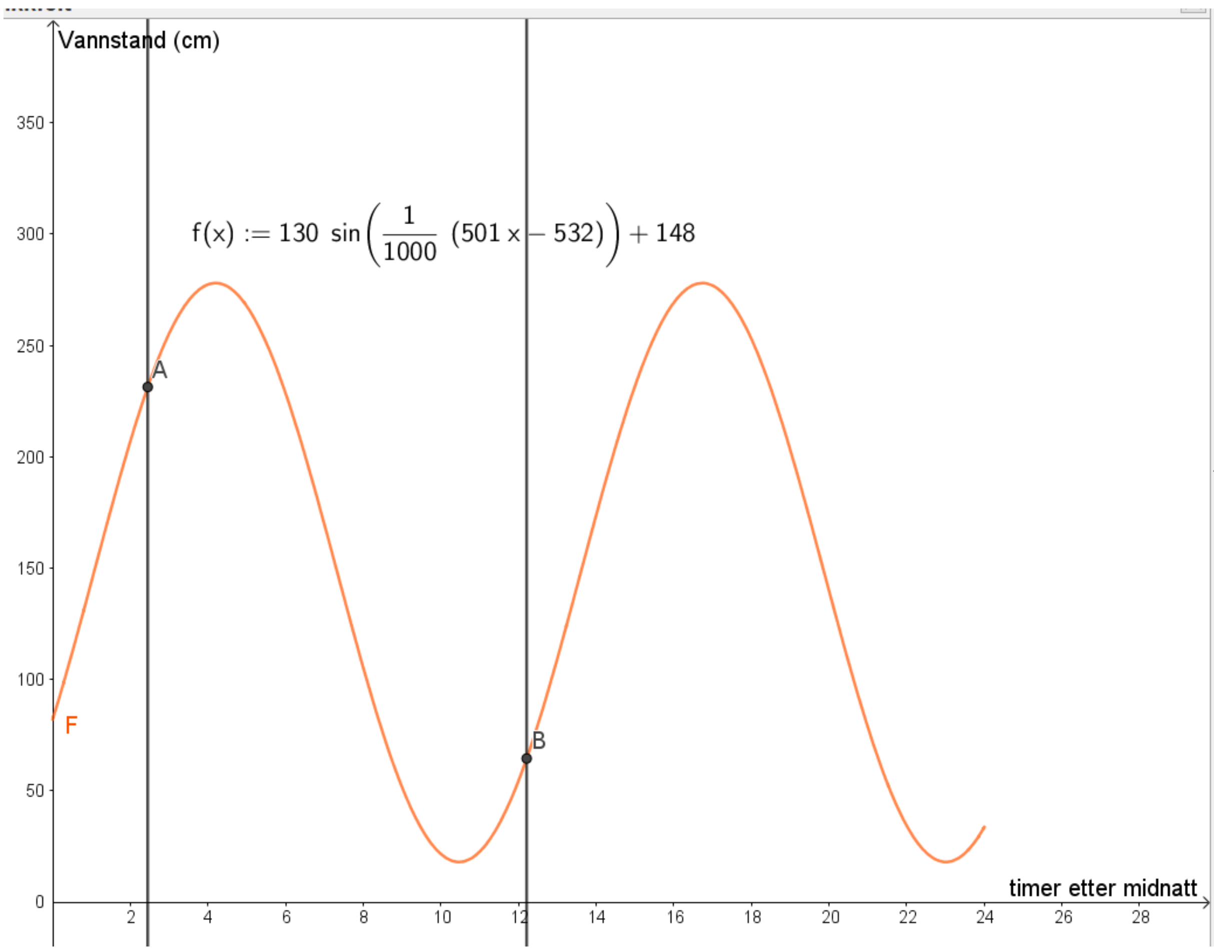
130 = er amplituden = hvor høyt over og under gjennomsnittet vannstanden er på sitt høyeste og sitt laveste.

d)

Når vannstanden øker med 50 cm pr.time har vi : f’(x)=50. Løser likningen for å finne tidspunktene:



Det vil si 2,45 timer etter midnatt og 12,21 timer etter midnatt.



Oppgave 2 (7 poeng)

Definerer punktene P og Q i CAS

Finner vektoren PQ, som er diameter i kulen.

Vektoren PS= ½ PQ , der S er senter i kula.

1	P:=(2,4,-3) → $P := (2, 4, -3)$
2	Q:=(0,0,1) → $Q := (0, 0, 1)$
3	PQ:=Vektor(P,Q) → $PQ := \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$
4	PS:=1/2*PQ → $PS := \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

For å finne koordinatene til S finner vi vektor OS

OS=OP+PS («veien om origo»)

Definerer S som senter i kula

Kule defineres ved Senter og ett punkt på kuleflaten.

5	OP:=Vektor(P) $\rightarrow \mathrm{OP} := \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$
6	OS:=OP+PS $\rightarrow \mathrm{OS} := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
7	S:=(1,2,-1) $\rightarrow S := (1, 2, -1)$
8	K:=Kule(S,P) $\rightarrow K := (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$

b)

Definerer planet α

og finner avstanden fra S til α

9	α:=x-y+z=7 $\rightarrow \alpha : x - y + z = 7$
10	Avstand(S, α) $\rightarrow 3\sqrt{3}$

Definerer planet β

og finner avstanden fra S til β

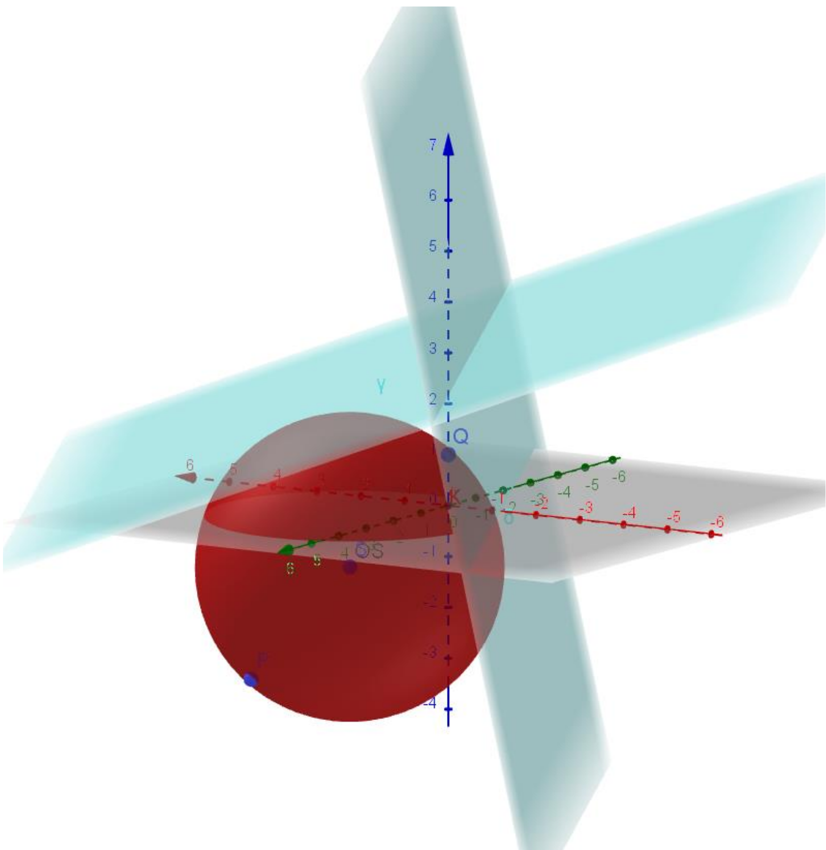
dette er uttrykket vi skulle vise

setter vårt uttrykk opp mot det i oppgaven, og ser at de er like.

11	β:= 2x+y+t (z-3)=-1 $\rightarrow \beta : t\,(z-3) + 2\,x + y = -1$
12	q1:=Avstand(S, β) $\rightarrow \mathrm{q1} := \sqrt{\frac{\left(t\left(\frac{3t-1}{t}+1\right)-4\right)^2}{t^2+5}}$
13	q2:=|5-4t|/sqrt(5+t^2)(x - 1)² + (y - 2)² + (z + 1)² = 9 $\rightarrow \mathrm{q2} : (y-2)^2 + (z+1)^2 + (x-1)^2 \cdot \frac{\lvert -4\,t+5 \rvert}{\sqrt{t^2+5}} = 9$
14	q1==q2 $\rightarrow$ false

	Dersom planet β tangerer kuleflaten er avstanden fra S til β lik radien i kula, r=3. Finner hva t er når q=r	15	Løs(abs(-4t + 5) / sqrt(t² + 5)=3) $\rightarrow \left\{ t = \frac{-6\sqrt{15}+20}{7}, t = \frac{6\sqrt{15}+20}{7} \right\}$
	Definerer en a som er lik den positive løsningen	16	a:= (6sqrt(15) + 20) / 7 $\rightarrow a := \frac{1}{7}\left(6\sqrt{15}+20\right)$
	Setter inn denne verdien og sjekker at planet tangerer kula.	17	γ:=a (z - 3) + 2x + y = -1 $\rightarrow \gamma : \frac{1}{7}(z-3)\left(6\sqrt{15}+20\right)+2x+y=-1$
	Definerer b som den andre løsningen,	18	b:=(-6sqrt(15) + 20) / 7 $\approx b := -0.46$
	Og sjekker også denne.	19	δ:=-.46 (z - 3) + 2x + y = -1 $\approx \delta : 2x+y-0.46z+1.38=-1$

Ser at begge planene er tangentplan til kula.



Oppgave 3 (5poeng)

a)

Arealet under grafen til f(x) fra x>1 vil alltid være større enn summen av rektanglene under grafen, vi ser av figuren at det finnes områder under grafen som rektanglene ikke dekker. Arealet av det første rektangelet er 1. Derfor vet vi at :

$$\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{k^n}\leq 1+\int_1^k \frac{1}{x^2}\,dx$$

b)

$$S=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots$$

Altså den uendelige rekka, som er konvergent.

$$1+\int_1^k \frac{1}{x^2}\,dx = 1+\frac{2k-1}{k}=2-\frac{1}{k}$$

k er et Naturlig tall, altså positiv. $2-\frac{1}{k}<2$, for alle gyldige verdier av k.

c)

Den eksakte summen av rekka er : $S=\frac{1}{6}\pi^2 \;\approx 1.64$

1	1+Integral(1/x^2,1,k) Faktoriser: $\frac{2\,k-1}{k}$
2	S:=Sum(1/n^2,n,1,∞) → $S := \frac{1}{6}\pi^2$
3	1 / 6 π² ≈ 1.64

Oppgave 4 (6 poeng)

Sirkel med senter i (0,5) og radius r=2 , kan beskrives ved sirkellikningen :

$$(x-0)^2+(y-5)^2=2^2$$

$$x^2+(y-5)^2=2^2$$

For å lage funksjon av denne må vi løse likningen med hensyn på y :

Da får vi :

$$f(x)=5+\sqrt{4-x^2}$$

$$g(x)=5-\sqrt{4-x^2}$$

Som skulle vises,

CAS

1	Sirkel((0,5), 2) $\rightarrow\ x^2+(y-5)^2=4$
2	Løs(x² + (y - 5)² = 4,y) $\rightarrow\ \left\{y=\sqrt{-x^2+4}+5,\ y=-\sqrt{-x^2+4}+5\right\}$
3	f(x):=sqrt(-x² + 4) + 5 $\rightarrow\ f(x)\ :=\ \sqrt{-x^2+4}+5$
4	g(x):= -sqrt(-x² + 4) + 5 $\rightarrow\ g(x)\ :=\ -\sqrt{-x^2+4}+5$

b) Den eksakte verdien til Volumet av smultringen er :

$$V=40\,\pi^2$$

5	V:=pi*Integral(f^2,-2,2)-pi*Integral(g^2,-2,2) $\rightarrow\ V\ :=\ 40\,\pi^2$

c)

Definerer sirkelen

Finner funksjonene som definerer sirkelen

Finner volumet av omdreiningslegemet.

6	Sirkel((2,7), 3) $\rightarrow\ (x-2)^2+(y-7)^2=9$
7	Løs((x - 2)² + (y - 7)² = 9,y) $\rightarrow\ \left\{y=\sqrt{-x^2+4\,x+5}+7,\ y=-\sqrt{-x^2+4\,x+5}+7\right\}$
8	f1(x):=sqrt(-x² + 4x + 5) + 7 $\rightarrow\ f1(x)\ :=\ \sqrt{-x^2+4\,x+5}+7$
9	g1(x):=-sqrt(-x² + 4x + 5) + 7 $\rightarrow\ g1(x)\ :=\ -\sqrt{-x^2+4\,x+5}+7$
10	pi*Integral(f1^2-g1^2,-1,5) $\rightarrow\ 126\,\pi^2$