

ALGEBRA - Eksamensoppgaver (H11-V16)

Oppgave 1 (4 poeng)

Løs likningene

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$\underline{x = 1} \vee \underline{x = 2}$$

b) $\lg(4x + 3) = \lg 7$

$$10^{\lg(4x+3)} = 10^{\lg 7}$$

$$4x + 3 = 7$$

$$4x = 7 - 3$$

$$4x = 4$$

$$\underline{x = 1}$$

Oppgave 2 (4 poeng)

Skriv uttrykkene så enkelt som mulig

a) $(2x - 3)^2 - 3(x - 2)^2 + (x - 1)(x + 1)$
 $= 4x^2 - 12x + 9 - 3(x^2 - 4x + 4) + x^2 - 1$
 $= 4x^2 - 12x + 9 - 3x^2 + 12x - 12 + x^2 - 1$
 $= \underline{2x^2 - 4}$

b) $\frac{a^2 b^3}{(a^3 b)^{-2}}$
 $\frac{a^2 b^3}{(a^3 b)^{-2}} = a^{2 - (-6)} b^{3 - (-2)} = \underline{a^8 b^5}$

Oppgave 3 (3 poeng)

Et rektangel med sider x og y har areal 6 og omkrets 11.

a) Sett opp et likningssystem som svarer til opplysningene ovenfor.

$$\text{Areal: } x \cdot y = 6$$

$$\text{Omkrets: } 2x + 2y = 11$$

b) Bestem lengden av sidene i rektangelet ved å løse likningssystemet.

$$x \cdot y = 6$$

$$x = \frac{6}{y}$$

$$2\left(\frac{6}{y}\right) + 2y = 11$$

$$\frac{12}{y} + 2y = 11 \quad | \cdot y$$

$$12 + 2y^2 = 11y$$

$$2y^2 - 11y + 12 = 0$$

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 4 \cdot 2 \cdot 12}}{2 \cdot 2}$$

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$y = \frac{3}{2} \vee y = 4$$

$$x = \frac{6}{y} = \frac{6}{\frac{3}{2}} = 4 \vee x = \frac{6}{y} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Den ene siden i rektangelet må være 4 og den andre siden må være $\frac{3}{2}$.

Oppgave 4 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$-5x + x^2 \leq 0$$

Vi finner først nullpunktene.

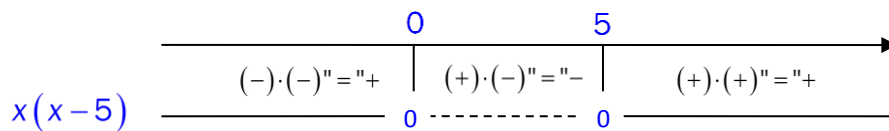
$$x(-5+x) = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad -5 + x = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = 5$$

Faktoreringsformelen gir $-5x + x^2 = x(x-5)$

Vi bruker fortegnsskjema og finner når $x(x-5) \leq 0$



Vi finner at $-5x + x^2 \leq 0$ for $x \in [0, 5]$

Oppgave 5 (5 poeng)

Løs likningene nedenfor

a) $2x^2 - 3x = 0$

$$x(2x - 3) = 0$$

$$x = 0 \vee 2x - 3 = 0$$

$$x = \underline{0} \vee x = \underline{\frac{3}{2}}$$

b) $2^{3x+1} = 4^{17}$

$$2^{3x+1} = 2^{34}$$

$$\lg 2^{3x+1} = \lg 2^{34}$$

$$(3x+1)\lg 2 = 34\lg 2$$

$$\frac{(3x+1)\cancel{\lg 2}}{\cancel{\lg 2}} = \frac{34\cancel{\lg 2}}{\cancel{\lg 2}}$$

$$3x+1 = 34$$

$$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{33}{3}$$

$$x = \underline{\underline{11}}$$

Alternativ løsning. Siden grunntallene i potensene er like, må eksponentene være like.

$$2^{3x+1} = 2^{34}$$

$$\lg 2^{3x+1} = \lg 2^{34}$$

$$3x+1 = 34$$

$$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{33}{3}$$

$$x = \underline{\underline{11}}$$

c) $\lg(2x+2) = 3 + \lg 2$

$$x > 0$$

$$\lg(2x+2) - \lg 2 = 3$$

$$10^{\lg\left(\frac{2x+2}{2}\right)} = 10^3$$

$$\frac{\cancel{2}(x+1)}{\cancel{2}} = 1000$$

$$x+1 = 1000$$

$$x = \underline{\underline{999}}$$

Oppgave 6 (3 poeng)

Skriv uttrykkene så enkelt som mulig

a) $\frac{8a^3(a^{-1}b)^2}{(2ab)^2}$

$$\frac{8a^3(a^{-1}b)^2}{(2ab)^2} = \frac{2^3 a^{3-2} b^2}{2^2 a^2 b^2} = 2a^{-1} = \underline{\underline{\frac{2}{a}}}$$

b) $(x+y)(x-y) + (y+x)(y-x) - (x+y)(x-y)$

$$(x+y)(x-y) + (y+x)(y-x) - (x+y)(x-y) = \underline{\underline{y^2 - x^2}}$$

Oppgave 7 (3 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{cases} 2x^2 + x + y = 7 \\ 3x + y = -5 \end{cases}$$

$$3x + y = -5$$

$$y = -3x - 5$$

$$2x^2 + x + (-3x - 5) = 7$$

$$2x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-12)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 2 \cdot (-12)}}{4}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{4} = \frac{2 \pm 10}{4}$$

$$x = 3 \vee x = -2$$

$$y = -3(3) - 5 = -14$$

$$y = -3(-2) - 5 = 1$$

$$\underline{\underline{\text{Løsningene er } (-2, 1) \vee (3, -14)}}$$

Oppgave 8 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$-3(x-2)(x+1) < 0$$

Setter uttrykket lik null

$$-3(x-2)(x+1) = 0$$

$$x-2=0 \vee x+1=0$$

$$x=2 \vee x=-1$$

Vi vet nå at uttrykket $-3(x-2)(x+1)$ er lik null når $x=-1$ og når $x=2$. Det er bare for disse verdiene av x at ulikheten skifter fortegn. Vi tar stikkprøve for x -verdier mindre enn -1 , x -verdier mellom -1 og 2 og for x -verdier større enn 2 .

$$-3(x-2)(x+1)$$

Vi setter inn $x=-2$ og finner:

$$-3((-2)-2)((-2)+1) = "(-)(-)\cdot(-)" \text{ negativt}$$

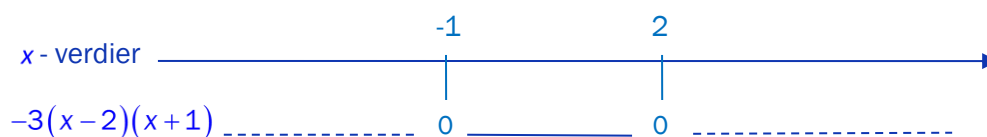
Vi setter inn $x=0$ og finner:

$$-3(0-2)(0+1) = "(-)(-)\cdot(+)" \text{ positivt}$$

Vi setter inn $x=3$ og finner:

$$-3(3-2)(3+1) = "(-)(+)\cdot(+)" \text{ negativt}$$

Vi kan da sette opp fortegnslinjen



Oppgaven var å finne ut når $-3(x-2)(x+1)$ var mindre enn null.

Løsning $x \in \langle \leftarrow, -1 \rangle \cup \langle 2, \rightarrow \rangle$

Oppgave 9 (2 poeng)

Løs likningen

$$4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$$

$$(2^x)^2 - 6 \cdot 2^x + 8 = 0, \text{ setter } 2^x = u$$

$$u^2 - 6u + 8 = 0$$

$$u = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1}$$

$$u = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2 \cdot 1}$$

$$u = \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$u = 2 \vee u = 4$$

$$2^x = 2 \vee 2^x = 4$$

$$x = 1 \vee 2^x = 2^2$$

$$\underline{\underline{x = 1}} \vee \underline{\underline{x = 2}}$$

Oppgave 10 (3 poeng)

Løs likningene

a) $2x^2 - 6x + 4 = 0$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{4}$$

$$x = \frac{6 \pm 2}{4}$$

$$\underline{\underline{x = 2}} \vee \underline{\underline{x = 1}}$$

b) $2\lg x - \lg 2 = \lg(4 - x)$

$$\lg \frac{x^2}{2} = \lg(4 - x)$$

$$10^{\lg \frac{x^2}{2}} = 10^{\lg(4-x)}$$

$$\frac{x^2}{2} = 4 - x$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot (-8)}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 6}{2}$$

$$x = -4 \vee x = 2$$

x må være større enn null fordi den opprinnelige likningen inneholder logaritmen av x
Løsningen er $x=2$

Oppgave 11 (3 poeng)

□ ABC er rettvinklet.

Et punkt P på AC er plassert slik at

$$PA + AB = PC + CB.$$

Vi setter $PC = x$ og $CB = y$.

- a) Forklar at likningssystemet nedenfor kan brukes til å regne sidene i trekanten.

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ (10 + x)^2 + 400 = y^2 \end{cases}$$

$$PA + AB = PC + CB$$

$$10 + 20 = x + y$$

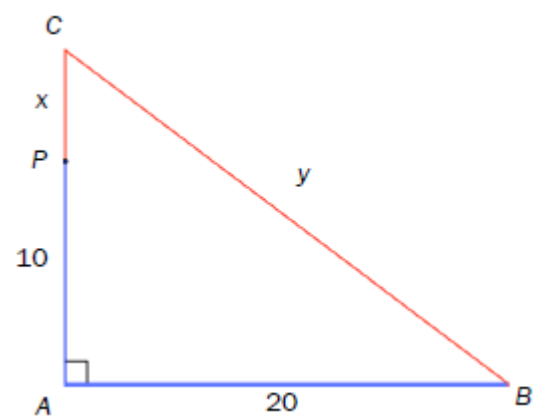
$$x + y = 30$$

Bruker Pytagoras' setning:

$$AC^2 + AB^2 = CB^2$$

$$(10 + x)^2 + 20^2 = y^2$$

$$(10 + x)^2 + 400 = y^2$$



b) Bestem x og y ved å løse likningssystemet.

$$\begin{cases} x+y=30 \\ (10+x)^2+400=y^2 \end{cases}$$

$$y=30-x$$

$$(10+x)^2+400=(30-x)^2$$

$$100+20x+x^2+400=900-60x+x^2$$

$$80x=400$$

$$\underline{\underline{x=5}}$$

$$y=30-5$$

$$\underline{\underline{y=25}}$$

Oppgave 12 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\begin{aligned} \text{a) } & (a+1)^2 - 2(a-1)(a+1) + (a-1)^2 \\ & = a^2 + 2a + 1 - 2(a^2 - 1) + a^2 - 2a + 1 \\ & = a^2 + 2a + 1 - 2a^2 + 2 + a^2 - 2a + 1 \\ & = \underline{\underline{4}} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{(2a^2)^{-1}(3b)^2}{(3a^2b^{-1})^2} = \frac{\cancel{3^2}b^2}{2a^2 \cdot \cancel{3^2}a^4b^{-2}} = \underline{\underline{\frac{b^4}{2a^6}}}$$

Oppgave 13 (3 poeng)

Løs likningene

$$\begin{aligned} \text{a) } & 2x - 10 = x(x - 5) \\ & 2x - 10 = x^2 - 5x \\ & x^2 - 7x + 10 = 0 \\ & x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} \\ & x = \frac{7 \pm 3}{2} \\ & x = \underline{\underline{5}} \quad \vee \quad x = \underline{\underline{2}} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \lg\left(\frac{x}{2}\right) + 3 = 5$$

$$\lg\left(\frac{x}{2}\right) = 2$$

$$\frac{x}{2} = 10^2$$

$$x = \underline{\underline{200}}$$

Oppgave 14 (1 poeng)

Bruk en kvadratsetning til å bestemme verdien av produktet $995 \cdot 995$

$$\begin{aligned} 995 \cdot 995 &= (1000 - 5)^2 = 1000^2 - 2 \cdot 5 \cdot 1000 + 5^2 \\ &= 1000000 - 10000 + 25 = 990025 \end{aligned}$$

Oppgave 15 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{cases} 2x = y - 4 \\ 4x^2 + 3y = 12 \end{cases}$$

$$y = 2x + 4$$

$$4x^2 + 3(2x + 4) = 12$$

$$4x^2 + 6x + 12 = 12$$

$$2x^2 + 3x = 0$$

$$x(2x + 3) = 0$$

$$x = 0 \quad \wedge \quad y = 2 \cdot 0 + 4 = 4$$

$$x = -\frac{3}{2} \quad \wedge \quad y = 2\left(-\frac{3}{2}\right) + 4 = 1$$

$$\underline{\underline{\text{Løsningene er } (0,4) \vee \left(-\frac{3}{2}, 1\right)}}$$

Oppgave 16 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\lg\left(\frac{a^2}{b}\right) + \lg(a^2b^2) - \lg\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\lg\left(\frac{a^2}{b}\right) + \lg(a^2b^2) - \lg\left(\frac{b}{a}\right) = 2\lg a - \lg b + 2\lg a + 2\lg b - (\lg b - \lg a) = \underline{\underline{5\lg a}}$$

Oppgave 17 (3 poeng)

Løs likningene

a) $-x^2 + 3x - 3 = 3 - 2x$
 $-x^2 + 3x + 2x - 3 - 3 = 0$
 $-x^2 + 5x - 6 = 0$
 $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$x = \underline{3} \quad \vee \quad x = \underline{2}$

b) $\lg(x+2) = 2\lg x$

$\lg(x+2) = 2\lg x$ Må ha $x > 0$

$\lg(x+2) = \lg x^2$

$x+2 = x^2$

$x^2 - x - 2 = 0$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$x = \underline{2} \quad \vee \quad \cancel{x = -1}$

Oppgave 18 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\begin{aligned} & 2 \cdot \lg\left(\frac{a^2}{b^2}\right) + 3 \cdot \lg\left(\frac{b^2}{a}\right) + \lg\left(\frac{b}{a}\right) \\ &= 2 \cdot \lg a^2 - 2 \cdot \lg b^2 + 3 \cdot \lg b^2 - 3 \cdot \lg a + \lg b - \lg a \\ &= 4 \lg a - 4 \lg b + 6 \lg b - 3 \lg a + \lg b - \lg a \\ &= \underline{\underline{3 \lg b}} \end{aligned}$$

Oppgave 19 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\begin{aligned} \text{a) } & 2(a+b)^2 - 2(a-b)^2 \\ &= 2(a^2 + 2ab + b^2) - 2(a^2 - 2ab + b^2) \\ &= 2a^2 + 4ab + 2b^2 - 2a^2 + 4ab - 2b^2 \\ &= \underline{\underline{8ab}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \frac{a^{-4} \cdot b^2 \cdot a^3}{(a^2 \cdot b)^{-3} \cdot a^0} \\ &= \frac{a^{-4} \cdot b^2 \cdot a^3}{a^{-6} \cdot b^{-3} \cdot 1} = a^{-4+3-(-6)} \cdot b^{2-(-3)} = a^{-4+3+6} \cdot b^{2+3} = \underline{\underline{a^5 b^5}} \end{aligned}$$

Oppgave 20 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 3x^2 - 3x + 1 \quad , \quad D_f = \square$$

Bestem $f'(2)$.

$$f(x) = 3x^2 - 3x + 1$$

$$f'(x) = 6x - 3$$

$$f'(2) = 6 \cdot 2 - 3 = \underline{\underline{9}}$$

Oppgave 21 (3 poeng)

Løs likningene

a) $x(x+5) - 10 = 4$

$$x(x+5) - 10 = 4$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{2} = \frac{-5 \pm 9}{2}$$

$$x = \frac{-5 + 9}{2} = \frac{4}{2} = \underline{\underline{2}} \quad \checkmark$$

$$x = \frac{-5 - 9}{2} = \frac{-14}{2} = \underline{\underline{-7}}$$

b) $10^{3x} - 100000 = 0$

$$10^{3x} - 100000 = 0$$

$$10^{3x} = 10^5$$

$$3x = 5$$

$$x = \frac{5}{3}$$

Oppgave 22 (2 poeng)

Løs likningssettet ved regning

$$\begin{cases} y = x^2 + 2 \\ y + x^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2 + 2 \\ y + x^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 2 + x^2 = 4 \Rightarrow 2x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \quad \checkmark \quad x = -1$$

$$x = \underline{\underline{1}} \Rightarrow y = 1^2 + 2 = \underline{\underline{3}}$$

$$x = \underline{\underline{-1}} \Rightarrow y = (-1)^2 + 2 = \underline{\underline{3}}$$

Oppgave 23 (2 poeng)

En bevegelse foregår langs en rett linje. Startfarten var v_0 , og akselerasjonen er konstant lik a . Etter tida t er farten v blitt $v = v_0 + at$.

- a) Bestem en formel for t uttrykt ved v , v_0 og a .

$$v = v_0 + at \Rightarrow at = v - v_0 \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

- b) Hvor lang tid tar det før farten v er blitt 25 når akselerasjonen $a = 3$ og startfarten $v_0 = 1$?

Jeg setter de oppgitte verdier inn i formelen jeg fant i a)

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{25 - 1}{3} = 8$$

Etter tiden 8 er farten blitt 25.

Oppgave 24 (4 poeng)

- a) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{9^2 \cdot a^2 \cdot b^3}{(3ab^2)^2} = \frac{3^4 \cdot a^2 \cdot b^3}{3^2 a^2 b^4} = 3^{4-2} a^{2-2} b^{3-4} = 3^2 a^0 b^{-1} = \frac{9}{b}$$

- b) Vis at

$$\lg\left(\frac{a^2}{b^2}\right) + \lg\left(\frac{b^2}{a}\right) + \lg(a+b) = \lg(a^2 + ab)$$

$$\begin{aligned} \lg\left(\frac{a^2}{b^2}\right) + \lg\left(\frac{b^2}{a}\right) + \lg(a+b) &= \lg a^2 - \lg b^2 + \lg b^2 - \lg a + \lg(a+b) \\ &= 2\lg a - \lg a + \lg(a+b) = \lg a + \lg(a+b) = \lg(a(a+b)) = \lg(a^2 + ab) \end{aligned}$$

$$\text{Vi har da vist at } \lg\left(\frac{a^2}{b^2}\right) + \lg\left(\frac{b^2}{a}\right) + \lg(a+b) = \lg(a^2 + ab)$$

Oppgave 25 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2 + 2x \geq x + 6$$

$$x^2 + 2x \geq x + 6$$

$$x^2 + 2x - x - 6 \geq 0$$

$$x^2 + x - 6 \geq 0$$

Jeg setter $x^2 + x - 6 = 0$. Da er $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = 2 \vee -3$

Da er $x^2 + x - 6 = (x-2)(x+3)$

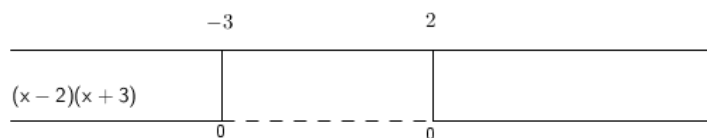
Jeg tar stikkprøver og sjekker fortegnet til uttrykket for x -verdier mindre enn -3 , mellom -3 og 2 og større enn 2 .

$$(-4-2)(-4+3) = (-6)(-1) > 0$$

$$(0-2)(0+3) = (-2)(3) < 0$$

$$(3-2)(3+3) = (1)(6) > 0$$

Løsningen på ulikheten blir: $x \leq -3 \vee x \geq 2$



Oppgave 26 (2 poeng)

Vi har gitt likningen

$$900 \cdot 1,10^x = 1500 \cdot k^x$$

Bestem k slik at $x=10$ er en løsning av likningen.

Jeg setter inn 10 i stedet for x i likningen og løser likningen med hensyn på k ved å bruke CAS i GeoGebra.

1	$900 \cdot 1,10^{10} = 1500 \cdot k^{10}$ $\checkmark \quad 900 \cdot 1,1^{10} = 1500 k^{10}$
2	$900 (1,1^{10}) = 1500 k^{10}$
<input type="radio"/>	NLøs: $\{k = -1,05, k = 1,05\}$

Jeg får $k = -1,05$ \vee $k = 1,05$

Oppgave 27 (2 poeng)

a) Avgjør om implikasjonen nedenfor er riktig.

$$x^2 < 4 \Rightarrow x > -2$$

$$x^2 < 4 \Rightarrow -2 < x < 2 \Rightarrow x > -2$$

Implikasjonen er riktig.

b) Avgjør om den motsatte implikasjonen er riktig.

$x > -2$ betyr at x for eksempel kan være lik 5. Men $5^2 = 25$ og er ikke mindre enn 4.

Implikasjonen er ikke riktig.

Oppgave 28 (2 poeng)

Løs likningene

a) $2\lg x + 3 = 5$

$$2\lg x + 3 = 5$$

$$2\lg x = 2$$

$$\lg x = 1$$

$$10^{\lg x} = 10^1$$

$$x = \underline{\underline{10}}$$

b) $2x^2 + 2x = 12$

$$2x^2 + 2x = 12$$

$$2x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-12)}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 96}}{4} = \frac{-2 \pm 10}{4}$$

$$x = \underline{\underline{2}} \quad \vee \quad x = \underline{\underline{-3}}$$

Oppgave 29 (2 poeng)

Løs likningssystemet ved regning

$$\begin{cases} y = 6 - x^2 \\ y + 4 = -3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6 - x^2 \\ y + 4 = -3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 - x^2 \\ y = -3x - 4 \end{cases} \Rightarrow -3x - 4 = 6 - x^2 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} \Rightarrow x = 5 \quad \vee \quad x = -2$$

$$x = \underline{\underline{5}} \Rightarrow y = -3 \cdot 5 - 4 = \underline{\underline{-19}}$$

$$x = \underline{\underline{-2}} \Rightarrow y = -3 \cdot (-2) - 4 = \underline{\underline{2}}$$

Oppgave 30 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$a) \frac{2^{-3} \cdot a^0 \cdot (a \cdot b)^2}{2^{-4} \cdot a^{-1} \cdot b^2} = \frac{2^{-3} \cdot a^0 \cdot a^2 \cdot b^2}{2^{-4} \cdot a^{-1} \cdot b^2} = 2^{-3-(-4)} \cdot a^{0+2-(-1)} \cdot b^{2-2} = 2^{-3+4} \cdot a^{0+2+1} \cdot b^{2-2} = 2^1 \cdot a^3 \cdot b^0 = \underline{\underline{2a^3}}$$

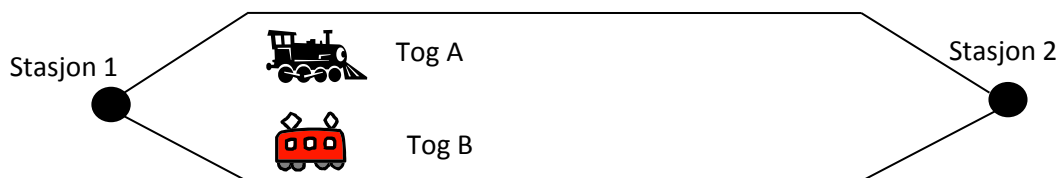
$$b) \lg(a \cdot b)^2 - \lg\left(\frac{a^3}{b^2}\right) + \lg(a \cdot b^2) \\ = 2\lg(a \cdot b) - (\lg a^3 - \lg b^2) + (\lg a + \lg b^2) \\ = 2(\lg a + \lg b) - \lg a^3 + \lg b^2 + \lg a + \lg b^2 \\ = 2\lg a + 2\lg b - 3\lg a + 2\lg b + \lg a + 2\lg b \\ = \underline{\underline{6\lg b}}$$

Oppgave 31 (2 poeng)

Tog A og tog B starter samtidig fra stasjon 1. De kjører på hvert sitt spor til stasjon 2. Kjørelengden er 120 km for begge togene.

Gjennomsnittsfarten til tog A er v km/h, og dette toget bruker t timer på strekningen mellom stasjonene.

Gjennomsnittsfarten til tog B er 20 km/h større enn til tog A, og tog B bruker én time kortere tid enn tog A.



Forklar at vi kan sette opp likningssystemet

$$\begin{cases} v \cdot t = 120 \\ (v + 20) \cdot (t - 1) = 120 \end{cases}$$

Bestem gjennomsnittsfarten til hvert av togene.

For begge togene gjelder at kjørt strekning er lik fart multiplisert med tiden de bruker på strekningen. Ut fra opplysningene som er gitt i oppgaven, får vi da

$$\begin{cases} v_A \cdot t_A = S_A \\ v_B \cdot t_B = S_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v \cdot t = 120 \\ (v + 20) \cdot (t - 1) = 120 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} v \cdot t = 120 \\ (v+20) \cdot (t-1) = 120 \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{120}{v} \\ (v+20) \cdot \left(\frac{120}{v} - 1 \right) = 120 \end{array} \right]$$
$$(v+20) \cdot \left(\frac{120}{v} - 1 \right) = 120 \Rightarrow (v+20) \cdot \left(\frac{120-v}{v} \right) = 120 \Rightarrow (v+20) \cdot (120-v) = 120 \cdot v$$
$$\Rightarrow 120v - v^2 + 2400 - 20v = 120 \cdot v \Rightarrow -v^2 - 20v + 2400 = 0$$
$$\Rightarrow v = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 2400}}{2 \cdot (-1)} = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 9600}}{-2} = \frac{20 \pm \sqrt{10000}}{-2} = \frac{20 \pm 100}{-2}$$
$$\Rightarrow \cancel{v=60} \quad v = \underline{40} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{120}{40} = \underline{3}$$

Tog A har en gjennomsnittsfart på 40 km/h.

Tog B har en gjennomsnittsfart på 60 km/h.

Oppgave 32 (5 poeng)

Løs likningene

a) $x^2 + 2x = 8$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 6}{2}$$

$$x = -1 \pm 3$$

$$x_1 = \underline{\underline{-4}}$$

$$x_2 = \underline{\underline{2}}$$

b) $3 \cdot 3^x = 27$

$$3^x = 9$$

$$\lg 3^x = \lg 3^2$$

$$x \lg 3 = 2 \lg 3$$

$$x = \frac{2 \cancel{\lg 3}}{\cancel{\lg 3}}$$

$$x = \underline{\underline{2}}$$

Alternativt:

$$3^x = 9$$

$$3^x = 3^2$$

$$x = \underline{\underline{2}}$$

c) $2 \lg(x+1) = 4$

$$\lg(x+1) = 2$$

$$10^{\lg(x+1)} = 10^2$$

$$x+1 = 100$$

$$x = \underline{\underline{99}}$$

Oppgave 33 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{cases} y - 10x = x^2 + 28 \\ y - 2x = 12 \end{cases}$$

$$y - 2x = 12 \Rightarrow y = 2x + 12$$

$$y - 10x = x^2 + 28$$

$$2x + 12 - 10x = x^2 + 28$$

$$x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$(x+4)^2 = 0$$

$$x = \underline{\underline{-4}}$$

$$y = 2(-4) + 12 = \underline{\underline{4}}$$

Oppgave 34 (1 poeng)

Lag en formel for x uttrykt med y når $3y = \frac{4x^2}{3}$

$$3y \cdot 3 = \frac{4x^2}{3} \cdot 3$$

$$9y = 4x^2$$

$$x^2 = \frac{9}{4}y$$

$$x = \sqrt{\frac{9}{4}y} \quad \vee \quad x = -\sqrt{\frac{9}{4}y}$$

$$x = \frac{3}{2}\sqrt{y} \quad \vee \quad x = -\frac{3}{2}\sqrt{y}$$

Oppgave 35 (2 poeng)

Harald kjøpte i alt 20 sekker med bjørkeved og granved. En sekk med bjørkeved kostet 83 kroner, og en sekk med granved kostet 65 kroner. Til sammen betalte han 1570 kroner for sekkene.

Bestem hvor mange sekker med bjørkeved og hvor mange sekker med granved Harald kjøpte.

Jeg lar x stå for antall sekker med bjørkeved, og y for antall sekker med granved Harald kjøpte.

Opplysningene i oppgaven gir da likningssettet

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 83x + 65y = 1570 \end{cases}$$

$$x + y = 20 \Rightarrow y = 20 - x$$

$$83x + 65 \cdot (20 - x) = 1570$$

$$83x + 1300 - 65x = 1570$$

$$18x = 270$$

$$x = \underline{15}$$

$$y = 20 - 15 = \underline{5}$$

Harald kjøpte 15 sekker med bjørkeved og 5 sekker med granved.

Oppgave 36 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\begin{aligned} \text{a) } \lg(ab)^2 + 3\lg b - \lg\left(\frac{a}{b^5}\right) \\ \lg(ab)^2 + 3\lg b - \lg\left(\frac{a}{b^5}\right) &= 2\lg(ab) + 3\lg b - (\lg a - \lg b^5) \\ &= 2\lg a + 2\lg b + 3\lg b - \lg a + 5\lg b \\ &= \underline{\underline{\lg a + 10\lg b}} \\ &= \underline{\underline{\lg(ab^{10})}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (2x+3)^2 - (2x-1)(2x+1) + (x-3)(x-1) \\ 4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 - 1) + (x^2 - x - 3x + 3) &= 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 + 1 + x^2 - 4x + 3 \\ &= \underline{\underline{x^2 + 8x + 13}} \end{aligned}$$

Oppgave 37 (10 poeng)

a) Skriv så enkelt som mulig

$$\begin{aligned} \frac{2}{a-b} + \frac{a-2b}{a^2-b^2} \\ = \frac{2 \cdot (a+b)}{(a-b) \cdot (a+b)} + \frac{(a-2b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{2 \cdot (a+b) + (a-2b)}{(a-b) \cdot (a+b)} = \frac{2a+2b+a-2b}{(a-b) \cdot (a+b)} = \underline{\underline{\frac{3a}{a^2-b^2}}} \end{aligned}$$

b) Bruk konjugatsetningen til å bestemme $99 \cdot 101$

$$99 \cdot 101 = (100-1) \cdot (100+1) = 100^2 - 1^2 = 10000 - 1 = \underline{\underline{9999}}$$

c) Hvis $(x+y)^2 = 100$ og $x^2 + y^2 = 60$, hva er da produktet $x \cdot y$?

$$\begin{aligned} (x+y)^2 &= x^2 + 2x \cdot y + y^2 \\ \Downarrow \\ 2x \cdot y &= (x+y)^2 - x^2 - y^2 \\ \Downarrow \\ x \cdot y &= \frac{(x+y)^2 - (x^2 + y^2)}{2} \\ \Downarrow \\ x \cdot y &= \frac{100 - 60}{2} = \frac{40}{2} = \underline{\underline{20}} \end{aligned}$$

d) Løs likningen

$$\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x^2-1} = 1 + \frac{6}{x+1}$$
$$\frac{2 \cdot \cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}} + \frac{3 \cdot \cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}(x+1)} = 1 \cdot \cancel{(x-1)}(x+1) + \frac{6 \cdot \cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x+1}}$$

Må ha $x \neq \pm 1$

$$2x+2+3 = x^2-1+6x-6$$
$$-x^2+2x-6x+2+3+6+1=0$$
$$-x^2-4x+12=0$$
$$x^2+4x-12=0$$
$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+48}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{-4 \pm 8}{2}$$
$$x = \underline{\underline{2}} \quad \vee \quad x = \underline{\underline{-6}}$$

e) Løs likningen

$$2\lg(x+1) = 4$$

$$2\lg(x+1) = 4$$

$$\lg(x+1) = 2$$

$$x+1 = 10^2$$

$$x = \underline{\underline{99}}$$

f) Bruk potensregneregler til å avgjøre hvilket tall som er størst av 2^{75} og 3^{50}

$$2^{75} = 2^{3 \cdot 25} = (2^3)^{25} = 8^{25}$$

$$3^{50} = 3^{2 \cdot 25} = (3^2)^{25} = 9^{25}$$

Siden $9^{25} > 8^{25}$ må $\underline{\underline{3^{50} > 2^{75}}}$

Oppgave 38 (4 poeng)

En kinosal har 80 seter. En voksenbillett koster 100 kroner og en barnebillett koster 60 kroner. Ved en forestilling var salen fullsatt. De samlede billettinntektene var 6 000 kroner.

Hvor mange voksne og hvor mange barn var til stede på forestillingen?

Jeg kaller antall voksne for V og antall barn for B .

Oppgaven gir da at

$$100V + 60B = 6000$$

$$V + B = 80$$

Jeg løser $V + B = 80$ med hensyn på V

$$V = 80 - B$$

Jeg setter inn i den første likningen og finner antall barn

$$100(80 - B) + 60B = 6000$$

$$8000 - 100B + 60B = 6000$$

$$-40B = -2000$$

$$B = 50$$

Antall voksne blir

$$V = 80 - 50 = 30$$

Det var 30 voksne og 50 barn på forestillingen.

Oppgave 39 (4 poeng)

a) Bestem b slik at likningen $x^2 + bx + 25 = 0$ får nøyaktig én løsning

$$x^2 + bx + 25 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2 \cdot 1} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 100}}{2 \cdot 1}$$

Vi får én løsning når $b^2 - 100 = 0 \Rightarrow b^2 = 100 \Rightarrow \underline{\underline{b = 10 \vee b = -10}}$

b) Løs likningssystemet

$$\begin{cases} 2x + y = 22 \\ x \cdot y = 60 \end{cases}$$

Jeg løser likningssystemet i wxMaxima:

```
solve([2x+y=22, x*y=60], [x,y]);
```

```
[[x=5, y=12], [x=6, y=10]]
```

Oppgave 40 (6 poeng)

a) Skriv uttrykket så enkelt som mulig

$$\begin{aligned} & \lg(ab) + \lg\left(\frac{a^3}{b^4}\right) - 3\lg b \\ &= \lg a + \lg b + \lg a^3 - \lg b^4 - 3\lg b = \lg a + \lg b + 3\lg a - 4\lg b - 3\lg b \\ &= \underline{\underline{4\lg a - 6\lg b}} = \underline{\underline{\lg\left(\frac{a^4}{b^6}\right)}} \end{aligned}$$

b) Løs likningen

$$2 \cdot 7^x = 4 \cdot 5^x$$

$$2 \cdot 7^x = 4 \cdot 5^x$$

$$7^x = 2 \cdot 5^x$$

$$x \lg 7 = \lg 2 + x \lg 5$$

$$x \lg 7 - x \lg 5 = \lg 2$$

$$x(\lg 7 - \lg 5) = \lg 2$$

$$x = \frac{\lg 2}{\lg 7 - \lg 5} = \frac{\lg 2}{\lg\left(\frac{7}{5}\right)} = \underline{\underline{2,06004}}$$

I WxMaxima

```
wx_compute_wrt(2*7^x=4*5^x, x);
```

$$\left[x = \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{7}{5}\right)} \right]$$

```
wx_float(%);
```

```
[ x = 2.06004 ]
```

Avgjør om implikasjonene nedenfor er riktige. Begrunn svarene dine

$$x = 3 \wedge y = 7 \Rightarrow x + y = 10$$

$$(x-2) \cdot x \cdot (x+3) = 0 \Rightarrow x = -3$$

Den første implikasjonen er riktig. Hvis $x = 3$ og $y = 7$, så må jo $x + y$ være lik 10.

Den andre implikasjonen er ikke riktig fordi $(x-2) \cdot x \cdot (x+3)$ er også lik 0 når $x = 2$ og når $x = 0$.

Oppgave 41 (8 poeng)

Løs likningene

$$\begin{aligned} 1) \quad \frac{6x}{5} - 2 &= \frac{4}{5} + \frac{x}{2} \\ \frac{6x \cdot 10}{5} - 2 \cdot 10 &= \frac{4 \cdot 10}{5} + \frac{x \cdot 10}{2} \\ \frac{6x \cdot \cancel{10}^2}{\cancel{5}} - 2 \cdot 10 &= \frac{4 \cdot \cancel{10}^2}{\cancel{5}} + \frac{x \cdot \cancel{10}^5}{\cancel{2}} \\ 12x - 20 &= 8 + 5x \\ 12x - 5x &= 8 + 20 \\ 7x &= 28 \\ x &= \underline{\underline{4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad 3x^2 &= 18 - 3x \\ 3x^2 + 3x - 18 &= 0 \\ x^2 + x - 6 &= 0 \\ x &= \frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \\ x &= \underline{\underline{2}} \quad \vee \quad x = \underline{\underline{-3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad 2 \lg x + 3 &= 5 \\ 2 \lg x &= 5 - 3 \\ 2 \lg x &= 2 \\ \lg x &= 1 \\ x &= 10^1 \\ x &= \underline{\underline{10}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad 2 \cdot 3^x &= 54 \\ \frac{\cancel{2} \cdot 3^x}{\cancel{2}} &= \frac{54}{2} \\ 3^x &= 27 \\ x &= \underline{\underline{3}} \quad \text{fordi } 3^3 = 27 \end{aligned}$$

Alternativt

$$\begin{aligned} \lg 3^x &= \lg 27 \\ x \lg 3 &= \lg 3^3 \\ x &= \frac{3 \lg 3}{\cancel{\lg 3}} = \underline{\underline{3}} \end{aligned}$$

Oppgave 42 (4 poeng)

a) Skriv så enkelt som mulig

$$1) \frac{2^2 \cdot 2 \cdot 2^3}{2^5 \cdot 2^{-2}} = 2^{2+1+3-5-(-2)} = 2^{2+1+3-5+2} = \underline{\underline{2^3}} = \underline{\underline{8}}$$

$$2) \frac{(a^2 \cdot b)^2 \cdot a \cdot b^3}{a^3 \cdot b^{-2}} = \frac{(a^2 \cdot b)^2 \cdot a \cdot b^3}{a^3 \cdot b^{-2}} = \frac{a^{2 \cdot 2} \cdot b^{1 \cdot 2} \cdot a \cdot b^3}{a^3 \cdot b^{-2}} = a^{4+1-3} \cdot b^{2+3-(-2)} = \underline{\underline{a^2 b^7}}$$

Oppgave 43 (2 poeng)

Forkort brøken

$$\frac{3a^2 - 75}{6a + 30} = \frac{3(a^2 - 25)}{2 \cdot 3(a+5)} = \frac{\cancel{3} (a+5) \cdot (a-5)}{2 \cdot \cancel{3} (a+5)} = \frac{a-5}{2} = \underline{\underline{\frac{1}{2}(a-5)}}$$

Oppgave 44 (2 poeng)

En gruppe på to voksne og to barn går på fotballkamp. Billettene koster til sammen 500 kroner. En annen gruppe på én voksen og fire barn betaler til sammen 550 kroner.

Sett opp et likningssystem, og finn prisen for én barnebillett og én voksenbillett.

Jeg lar prisen for en barnebillett være x kroner, og prisen for en voksenbillett y kroner.

Ut fra opplysningene i oppgaven får jeg da et likningssystem som jeg kan løse.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 500 \\ 4x + y = 550 \end{cases}$$

$$y = 550 - 4x$$

$$2x + 2(550 - 4x) = 500$$

$$2x + 1100 - 8x = 500$$

$$-6x = -600$$

$$x = 100$$

$$y = 550 - 4 \cdot 100 = 150$$

Prisen for én barnebillett er kroner 100, og prisen for én voksen billett er kroner 150.

Oppgave 45 (2 poeng)

Sett inn korrekt symbol (\Rightarrow eller \Leftarrow eller \Leftrightarrow) i boksen slik at påstanden blir riktig:

$$x^2 - 9 = 0 \quad \boxed{} \quad x = 3$$

Skriv av oppgaven på besvarelsen din og forklar hvordan du tenker.

Hvis $x = 3$, så er $3^2 - 9 = 9 - 9 = 0$ og altså $x^2 - 9 = 0$. Det betyr at $x^2 - 9 = 0 \Leftarrow x = 3$

Hvis $x^2 - 9 = 0$, så kan x være lik -3 og da er ikke $x = 3$. Implikasjon mot høyre gjelder ikke.

Oppgave 46 (2 poeng)

Løs likningen

$$9^x - 3^x - 12 = 0$$

$$3^{2x} - 3^x - 12 = 0$$

$$(3^x)^2 - (3^x) - 12 = 0 \text{ Setter } 3^x = u$$

$$u^2 - u - 12 = 0$$

$$u = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (-12)}}{2}$$

$$u = \frac{1 \pm 7}{2}$$

$$u = 4 \vee u = -3$$

$$u = 3^x$$

$$3^x = 4 \vee 3^x = -3$$

Logaritmen til et tall er alltid positivt, vi forkaster den negative løsningen

$$x = \frac{\lg 4}{\lg 3}$$

DEL 2

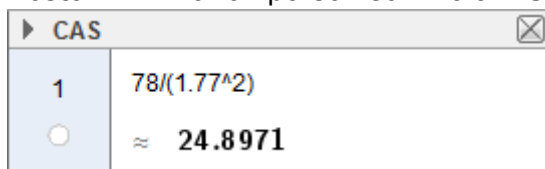
Oppgave 47 (6 poeng)

Kroppsmasseindeksen BMI er en internasjonal standard som brukes for å si noe om vekt i forhold til høyde hos voksne mennesker. Formelen som brukes, er

$$BMI = \frac{m}{h^2}$$

Her er m vekten i kilogram, mens h er høyden i meter.

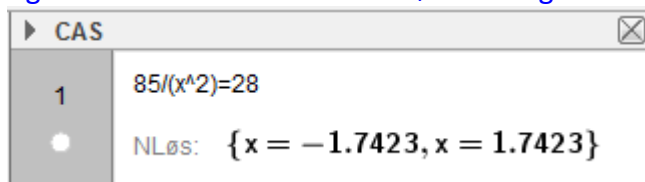
- a) Bestem BMI for en person som veier 78 kg og er 177 cm høy.



[BMI for en person som veier 78 kg og er 1,77 m høy er ca. 24,9 kg/m².](#)

- b) Bestem høyden til en person som veier 85 kg og har BMI lik 28.

[Jeg bruker CAS i GeoGebra til å løse likningen](#)



[Den negative løsningen er ikke relevant.](#)

[Høyden til personen er 174 cm.](#)

Svein er 4 kg tyngre og 4 cm høyere enn Terje. Begge har *BMI* lik 28.

c) Sett opp et likningssystem og bruk CAS til å bestemme høyde og vekt for Svein og Terje.

CAS	
1	$xy^2=28$ $\rightarrow \frac{x}{y^2} = 28$
2	$(x+4)/(y+0.04)^2=28$ $\sqrt{\frac{x+4}{(y+0.04)^2}} = 28$
3	$\{S1, S2\}$ Løs: $\left\{ \left\{ x = \frac{381924}{4375}, y = \frac{309}{175} \right\} \right\}$
4	$\{\{x = 381924 / 4375, y = 309 / 175\}\}$ $\approx \{\{x = 87.3, y = 1.77\}\}$

Terje er 177 cm høy og veier 87,3 kg, mens Svein er 181 cm høy og veier 91,3 kg.

Oppgave 48 (5 poeng)

Avstanden mellom byene A og B er 200 km.

- En bil starter i A og kjører mot B med farten 60 km/h.
- Vi setter i gang en klokke idet bilen i A starter.
- En annen bil starter i B 20 min senere og kjører mot A med farten 40 km/h.
- La t være tiden klokken viser, målt i timer.

a) Forklar at likningssystemet nedenfor kan brukes til å bestemme hvor langt det er fra A til stedet der bilene møtes.

$$\begin{bmatrix} s = 60 \cdot t \\ s = 200 - 40 \left(t - \frac{1}{3} \right) \end{bmatrix}$$

Strekningen som bil A kjører med farten 60 km/timer er gitt ved $s = v \cdot t = 60 \cdot t$.

Bil B starter 200 kilometer fra bil A, og kjører med farten $v = 40$ km/t i motsatt retning.

Tiden til bil B er 20 minutter ($\frac{1}{3}$ time) mindre enn bil A.

$$s = 200 - (v \cdot t) = 200 - 40 \left(t - \frac{1}{3} \right)$$

b) Løs likningssystemet og bestem hvor langt fra A de møtes.

CAS	
1	$s = 60 \cdot t$ $\rightarrow s = 60 t$
2	$s = 200 - 40 \cdot (t - \frac{1}{3})$ $\rightarrow s = -40 t + \frac{640}{3}$
3	{s1, s2} NLøs: $\left\{ s = 128, t = \frac{32}{15} \right\}$

Bilene møtes 128 meter fra A.

Anta at føreren av bilen som starter i B, ønsker at de skal møtes midt mellom de to byene.

c) Bestem hvilken fart bilen hans må ha for at dette skal skje.

Midt mellom byene gir $s = 100$, Vi beregner tiden ut fra bil A. Vi setter farten lik x og løser likningen

CAS	
1	$100 = 60 \cdot t$ Løs: $\left\{ t = \frac{5}{3} \right\}$
2	$100 = 200 - (x \cdot (\frac{5}{3} - \frac{1}{3}))$ NLøs: $\{ x = 75 \}$

Bilen som starter i B må ha farten 75 km/t for at de to bilene skal treffes midt mellom byene.

Oppgave 49 (4 poeng)

En arkitekt skal tegne et hus med total yttervegg på 120 m^2 . Ytterveggen består av isolert veggflate og vindu. Tabellen nedenfor viser varmetapet per time gjennom isolert veggflate og gjennom vindu under visse betingelser.

	Areal (m^2)	Varmetap (kWh/m^2)
Isolert veggflate	x	$0,009 \cdot x$
Vindu	y	$0,048 \cdot y$

- a) Bestem det totale varmetapet per time gjennom ytterveggen dersom 20 m^2 er vindu.

Jeg bruker CAS i GeoGebra

1	$0.048 \cdot 20 + 0.009 \cdot 100$
<input checked="" type="radio"/>	$\mathbf{0.048 \cdot 20 + 0.009 \cdot 100}$
2	$0.048 \cdot 20 + 0.009 \cdot 100$
<input type="radio"/>	$\approx \mathbf{1.86}$

[Det totale varmetapet per time blir 1,86 kWh](#)

Det totale varmetapet gjennom ytterveggen per time skal være $2,0 \text{ kWh}$

- b) Sett opp et likningssystem som kan brukes til å bestemme hvor mange kvadratmeter veggflate og hvor mange kvadratmeter vindu ytterveggen må ha.

$$\begin{cases} 0,009 \cdot x + 0,048 \cdot y = 2,0 \\ x + y = 120 \end{cases}$$

Løs likningssystemet.

Jeg bruker CAS i GeoGebra

3	$0.009x + 0.048y = 2.0$ <input type="radio"/> $\approx 0.00900 x + 0.0480 y = 2.00$
4	$x + y = 120$ <input type="radio"/> $\approx x + y = 120$
5	$\{ \$3, \$4 \}$ <input type="radio"/> NLøs: $\left\{ x = \frac{3760}{39.0}, y = \frac{920}{39.0} \right\}$
6	$\{ x = 3760 / 39, y = 920 / 39 \}$ <input type="radio"/> $\approx \{ x = 96.4, y = 23.6 \}$

[Ytterveggen har 96,4 m² veggflate og 23,6 m² vindu.](#)

Oppgave 50 (5 poeng)

Vi skal løse likningen nedenfor med hensyn på x

$$n^n \cdot \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = x^n, \quad x > 0, \quad n > 0$$

a) Vis at denne likningen kan omformes til

$$\begin{aligned} \lg \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} &= \lg \left(\frac{x}{n}\right)^n \\ n^n \cdot \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} &= x^n \\ \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} &= \frac{x^n}{n^n} = \left(\frac{x}{n}\right)^n \\ \lg \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} &= \lg \left(\frac{x}{n}\right)^n \end{aligned}$$

b) Vis at likningen videre kan skrives

$$(\lg x - n) \cdot (\lg x - \lg n) = 0$$

$$\lg\left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = \lg\left(\frac{x}{n}\right)^n$$

$$\lg x \cdot \lg\left(\frac{x}{n}\right) - n \cdot \lg\left(\frac{x}{n}\right) = 0$$

$$\lg x \cdot (\lg x - \lg n) - n \cdot (\lg x - \lg n) = 0$$

$$\lg x \cdot \lg x - \lg x \cdot \lg n - n \lg x + n \lg n = 0$$

$$(\lg x - n) \cdot (\lg x - \lg n) = 0$$

$$\lg x \cdot \lg x - \lg x \cdot \lg n - n \cdot \lg x + n \cdot \lg n = 0$$

c) Bruk likningen i oppgave b) til å bestemme x uttrykt ved n .

Et produkt er lik null når en av faktorene er lik null.

$$(\lg x - n) \cdot (\lg x - \lg n) = 0$$

$$\lg x - n = 0 \quad \vee \quad \lg x - \lg n = 0$$

$$\lg x = n \quad \vee \quad \lg x = \lg n$$

$$x = \underline{\underline{10^n}} \quad \vee \quad x = \underline{\underline{n}}$$