ALGEBRA - Eksamensoppgaver

Oppgave 1 (4 poeng)

Løs likningene

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

b) $\lg(4x+3) = \lg 7$

Oppgave 2 (4 poeng)

Skriv uttrykkene så enkelt som mulig

a) $(2x-3)^2 - 3(x-2)^2 + (x-1)(x+1)$

b) $\dfrac{a^2b^3}{\left(a^3b\right)^{-2}}$

Oppgave 3 (3 poeng)

Et rektangel med sider x og y har areal 6 og omkrets 11.

a) Sett opp et likningssystem som svarer til opplysningene ovenfor.

b) Bestem lengden av sidene i rektangelet ved å løse likningssystemet.

Oppgave 4 (2 poeng)
Løs ulikheten

$$-5x + x^2 \le 0$$

Oppgave 5 (5 poeng)

Løs likningene nedenfor

a) $2x^2 - 3x = 0$

b) $2^{3x+1} = 4^{17}$

c) $\lg(2x+2) = 3 + \lg 2$

Oppgave 6 (3 poeng)

Skriv uttrykkene så enkelt som mulig

a) $\dfrac{8a^3\left(a^{-1}b\right)^2}{(2ab)^2}$

b) $(x+y)(x-y)+(y+x)(y-x)-(x+y)(x-y)$

Oppgave 7 (3 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} 2x^2 + x + y = 7 \\ 3x + y = -5 \end{bmatrix}$$

Oppgave 8 (2 poeng)

Løs ulikheten

$-3(x-2)(x+1)<0$

Oppgave 9 (2 poeng)

Løs likningen

$4^x - 6\cdot 2^x + 8 = 0$

Oppgave 10 (3 poeng)

Løs likningene

a) $2x^2 - 6x + 4 = 0$

b) $2\lg x - \lg 2 = \lg(4-x)$

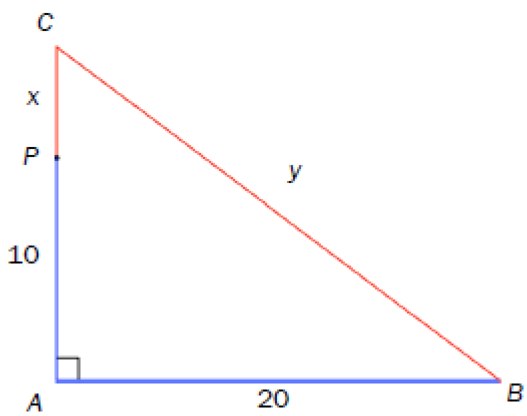
Oppgave 11 (3 poeng)

$\triangle ABC$ er rettvinklet.

Et punkt P på AC er plassert slik at

$PA + AB = PC + CB$.

Vi setter $PC = x$ og $CB = y$.



a) Forklar at likningssystemet nedenfor kan brukes til å regne sidene i trekanten.

$$\begin{bmatrix} x+y=30 \\ (10+x)^2+400=y^2 \end{bmatrix}$$

b) Bestem x og y ved å løse likningssystemet.

Oppgave 12 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $(a+1)^2 - 2(a-1)(a+1) + (a-1)^2$

b) $\dfrac{(2a^2)^{-1}(3b)^2}{(3a^2b^{-1})^2}$

Oppgave 13 (3 poeng)

Løs likningene

a) $2x - 10 = x(x-5)$

b) $\lg\left(\dfrac{x}{2}\right) + 3 = 5$

Oppgave 14 (1 poeng)

Bruk en kvadratsetning til å bestemme verdien av produktet $995 \cdot 995$

Oppgave 15 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} 2x = y - 4 \\ 4x^2 + 3y = 12 \end{bmatrix}$$

Oppgave 16 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\lg\left(\frac{a^2}{b}\right)+\lg\left(a^2b^2\right)-\lg\left(\frac{b}{a}\right)$$

Oppgave 17 (3 poeng)

Løs likningene

a) $-x^2+3x-3=3-2x$

b) $\lg\left(x+2\right)=2\lg x$

Oppgave 18 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$2\cdot\lg\left(\frac{a^2}{b^2}\right)+3\cdot\lg\left(\frac{b^2}{a}\right)+\lg\left(\frac{b}{a}\right)$$

Oppgave 19 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $2\left(a+b\right)^2-2\left(a-b\right)^2$

b) $\dfrac{a^{-4}\cdot b^2\cdot a^3}{\left(a^2\cdot b\right)^{-3}\cdot a^0}$

Oppgave 20 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 3x^2 - 3x + 1 \qquad , \qquad D_f = \mathbb{R}$$

Bestem $f'(2)$.

Oppgave 21 (3 poeng)

Løs likningene

a) $x(x+5) - 10 = 4$

b) $10^{3x} - 100\,000 = 0$

Oppgave 22 (2 poeng)

Løs likningssettet ved regning

$$\begin{bmatrix} y = x^2 + 2 \\ y + x^2 = 4 \end{bmatrix}$$

Oppgave 23 (2 poeng)

En bevegelse foregår langs en rett linje. Startfarten var v_0, og akselerasjonen er konstant lik a.
Etter tida t er farten v blitt $v = v_0 + at$.

a) Bestem en formel for t uttrykt ved v, v_0 og a.

b) Hvor lang tid tar det før farten v er blitt 25 når akselerasjonen $a=3$ og startfarten $v_0=1$?

Oppgave 24 (4 poeng)

a) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{9^2\cdot a^2\cdot b^3}{\left(3ab^2\right)^2}$$

b) Vis at

$$\lg\left(\frac{a^2}{b^2}\right)+\lg\left(\frac{b^2}{a}\right)+\lg\left(a+b\right)=\lg\left(a^2+ab\right)$$

Oppgave 25 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2+2x\geq x+6$$

Oppgave 26 (2 poeng)

Vi har gitt likningen

$$900\cdot 1{,}10^x=1500\cdot k^x$$

Bestem k slik at $x=10$ er en løsning av likningen.

Oppgave 27 (2 poeng)

a) Avgjør om implikasjonen nedenfor er riktig.

$$x^2 < 4 \quad \Rightarrow \quad x > -2$$

b) Avgjør om den motsatte implikasjonen er riktig.

Oppgave 28 **(2 poeng)**

Løs likningene

a) $2\lg x + 3 = 5$

b) $2x^2 + 2x = 12$

Oppgave 29 **(2 poeng)**

Løs likningssystemet ved regning

$$\begin{bmatrix} y = 6 - x^2 \\ y + 4 = -3x \end{bmatrix}$$

Oppgave 30 **(4 poeng)**

Skriv så enkelt som mulig

a) $\dfrac{2^{-3} \cdot a^0 \cdot (a \cdot b)^2}{2^{-4} \cdot a^{-1} \cdot b^2}$

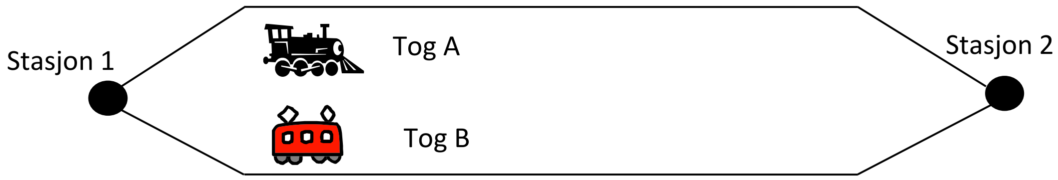
b) $\lg(a \cdot b)^2 - \lg\left(\dfrac{a^3}{b^2}\right) + \lg\left(a \cdot b^2\right)$

Oppgave 31 (2 poeng)

Tog A og tog B starter samtidig fra stasjon 1. De kjører på hvert sitt spor til stasjon 2.
Kjørelengden er 120 km for begge togene.

Gjennomsnittsfarten til tog A er v km/h, og dette toget bruker t timer på strekningen mellom stasjonene.

Gjennomsnittsfarten til tog B er 20 km/h større enn til tog A, og tog B bruker én time kortere tid enn tog A.



Forklar at vi kan sette opp likningssystemet

$$\begin{bmatrix} v \cdot t = 120 \\ (v+20)\cdot(t-1) = 120 \end{bmatrix}$$

Bestem gjennomsnittsfarten til hvert av togene.

Oppgave 32 (5 poeng)

Løs likningene

a) $x^2 + 2x = 8$

b) $3 \cdot 3^x = 27$

c) $2\lg(x+1) = 4$

Oppgave 33 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} y-10x=x^2+28 \\ y-2x=12 \end{bmatrix}$$

Oppgave 34 (1 poeng)

Lag en formel for x uttrykt med y når $3y=\dfrac{4x^2}{3}$

Oppgave 35 (2 poeng)

Harald kjøpte i alt 20 sekker med bjørkeved og granved. En sekk med bjørkeved kostet 83 kroner, og en sekk med granved kostet 65 kroner. Til sammen betalte han 1570 kroner for sekkene.

Bestem hvor mange sekker med bjørkeved og hvor mange sekker med granved Harald kjøpte.

Oppgave 36 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $\lg(ab)^2+3\lg b-\lg\left(\dfrac{a}{b^5}\right)$

b) $(2x+3)^2-(2x-1)(2x+1)+(x-3)(x-1)$

Oppgave 37 (10 poeng)

a) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{2}{a-b}+\frac{a-2b}{a^2-b^2}$$

b) Bruk konjugatsetningen til å bestemme $99 \cdot 101$

c) Hvis $(x+y)^2 = 100$ og $x^2+y^2 = 60$, hva er da produktet $x \cdot y$?

d) Løs likningen

$$\frac{2}{x-1}+\frac{3}{x^2-1} = 1+\frac{6}{x+1}$$

e) Løs likningen

$$2\lg(x+1) = 4$$

f) Bruk potensregneregler til å avgjøre hvilket tall som er størst av 2^{75} og 3^{50}

Oppgave 38 (4 poeng)

En kinosal har 80 seter. En voksenbillett koster 100 kroner og en barnebillett koster 60 kroner. Ved en forestilling var salen fullsatt. De samlede billettinntektene var 6 000 kroner.

Hvor mange voksne og hvor mange barn var til stede på forestillingen?

Oppgave 39 (4 poeng)

a) Bestem b slik at likningen $x^2+bx+25=0$ får nøyaktig én løsning

b) Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} 2x+y=22 \\ x \cdot y = 60 \end{bmatrix}$$

Oppgave 40 (6 poeng)

a) Skriv uttrykket så enkelt som mulig

$$\lg(ab)+\lg\left(\frac{a^3}{b^4}\right)-3\lg b$$

b) Løs likningen

$$2\cdot 7^x = 4\cdot 5^x$$

c) Avgjør om implikasjonene nedenfor er riktige. Begrunn svarene dine

$$x=3 \wedge y=7 \quad \Rightarrow \quad x+y=10$$
$$(x-2)\cdot x\cdot(x+3)=0 \quad \Rightarrow \quad x=-3$$

Oppgave 41 (8 poeng)

Løs likningene

1) $\dfrac{6x}{5}-2=\dfrac{4}{5}+\dfrac{x}{2}$

2) $3x^2 = 18-3x$

3) $2\lg x+3=5$

4) $2\cdot 3^x = 54$

Oppgave 42 (4 poeng)

a) Skriv så enkelt som mulig

1) $\dfrac{2^2 \cdot 2 \cdot 2^3}{2^5 \cdot 2^{-2}}$

2) $\dfrac{\left(a^2 \cdot b\right)^2 \cdot a \cdot b^3}{a^3 \cdot b^{-2}}$

Oppgave 43 (2 poeng)

Forkort brøken

$\dfrac{3a^2 - 75}{6a + 30}$

Oppgave 44 (2 poeng)

En gruppe på to voksne og to barn går på fotballkamp. Billettene koster til sammen 500 kroner. En annen gruppe på én voksen og fire barn betaler til sammen 550 kroner.

Sett opp et likningssystem, og finn prisen for én barnebillett og én voksenbillett.

Oppgave 45 (2 poeng)

Sett inn korrekt symbol $(\Rightarrow$ eller $\Leftarrow$ eller $\Leftrightarrow)$) i boksen slik at påstanden blir riktig:

$x^2 - 9 = 0 \quad \boxed{} \quad x = 3$

Skriv av oppgaven på besvarelsen din og forklar hvordan du tenker.

Oppgave 46 (2 poeng)

Løs likningen

$$9^x - 3^x - 12 = 0$$

DEL 2

Oppgave 47 (6 poeng)

Kroppsmasseindeksen *BMI* er en internasjonal standard som brukes for å si noe om vekt i
forhold til høyde hos voksne mennesker. Formelen som brukes, er

$$BMI = \frac{m}{h^2}$$

Her er m vekten i kilogram, mens h er høyden i meter.

a) Bestem *BMI* for en person som veier 78 kg og er 177 cm høy.

b) Bestem høyden til en person som veier 85 kg og har *BMI* lik 28.

Svein er 4 kg tyngre og 4 cm høyere enn Terje. Begge har *BMI* lik 28.

c) Sett opp et likningssystem og bruk CAS til å bestemme høyde og vekt for Svein og Terje.

Oppgave 48 (5 poeng)

Avstanden mellom byene A og B er 200 km.

- En bil starter i A og kjører mot B med farten 60 km/h.
- Vi setter i gang en klokke idet bilen i A starter.
- En annen bil starter i B 20 min senere og kjører mot A med farten 40 km/h.
- La t være tiden klokken viser, målt i timer.

a) Forklar at likningssystemet nedenfor kan brukes til å bestemme hvor langt det er fra A til stedet der bilene møtes.

$$\begin{bmatrix} s = 60 \cdot t \\ s = 200 - 40\left(t - \frac{1}{3}\right) \end{bmatrix}$$

b) Løs likningssystemet og bestem hvor langt fra A de møtes.

Anta at føreren av bilen som starter i B, ønsker at de skal møtes midt mellom de to byene.

c) Bestem hvilken fart bilen hans må ha for at dette skal skje.

Oppgave 49 (4 poeng)

En arkitekt skal tegne et hus med total yttervegg på 120 m^2. Ytterveggen består av isolert veggflate og vindu. Tabellen nedenfor viser varmetapet per time gjennom isolert veggflate og gjennom vindu under visse betingelser.

	Areal (m^2)	Varmetap (kWh/m^2)
Isolert veggflate	x	$0{,}009 \cdot x$
Vindu	y	$0{,}048 \cdot y$

a) Bestem det totale varmetapet per time gjennom ytterveggen dersom 20 m^2 er vindu.

Det totale varmetapet gjennom ytterveggen per time skal være 2,0 kWh

b) Sett opp et likningssystem som kan brukes til å bestemme hvor mange kvadratmeter veggflate og hvor mange kvadratmeter vindu ytterveggen må ha.

Oppgave 50 (5 poeng)

Vi skal løse likningen nedenfor med hensyn på x

$$n^n \cdot \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = x^n \quad , \qquad x>0, \quad n>0$$

a) Vis at denne likningen kan omformes til

$$\lg\left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = \lg\left(\frac{x}{n}\right)^n$$

b) Vis at likningen videre kan skrives

$$(\lg x - n)\cdot(\lg x - \lg n) = 0$$

c) Bruk likningen i oppgave b) til å bestemme x uttrykt ved n.