

# Arbeidshefte

## Logaritmer

### Løsningsforslag

#### Oppgave 1

Skriv så enkelt som mulig

- 1)  $\lg 100 = \lg 10^2 = 2$
- 2)  $\lg 10000 = \lg 10^4 = 4$
- 3)  $\lg 0,01 = \lg 10^{-2} = -2$
- 4)  $\lg 0,0001 = \lg 10^{-4} = -4$
- 5)  $\lg \frac{1}{10} = \lg 10^{-1} = -1$
- 6)  $\lg \frac{1}{1000} = \lg 10^{-3} = -3$
- 7)  $\lg \sqrt{10} = \lg 10^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$
- 8)  $\lg \sqrt[3]{1000} = \lg 10^{\frac{3}{3}} = \lg 10 = 1$
- 9)  $\lg \sqrt[4]{10} = \lg 10^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$
- 10)  $\lg 10^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$

#### Oppgave 2

Skriv så enkelt som mulig

- 1)  $\lg(1000 \cdot \sqrt[4]{100}) = \lg 10^{3+\frac{2}{4}} = \lg 10^{\frac{7}{2}} = \frac{7}{2}$
- 2)  $10^{\lg 10} = 10$
- 3)  $10^{\lg 0.5} = 0,5 = \frac{1}{2}$
- 4)  $10^{2 \lg 5} = 10^{\lg 5^2} = 5^2 = 25$
- 5)  $10^{3 \lg 2} = 10^{\lg 2^3} = 2^3 = 8$
- 6)  $10^{(\lg 2 + \lg 3)} = 10^{\lg(2 \cdot 3)} = 10^{\lg 6} = 6$
- 7)  $10^{\frac{\lg 9}{2}} = 10^{\frac{1}{2} \lg 9} = 10^{\lg \sqrt{9}} = 10^{\lg 3} = 3$
- 8)  $10^{\frac{\lg 64}{3}} = 10^{\lg \frac{1}{3} \lg 4^3} = 10^{\lg 4} = 4$

### Oppgave 3

Skriv så enkelt som mulig

$$1) \lg(xy) + \lg x = \lg x + \lg y + \lg x = 2 \lg x + \lg y$$

$$2) \lg x^2 + \lg xy - \lg y = 2 \lg x + \lg x + \lg y - \lg y = 3 \lg x$$

$$3) \lg \sqrt[3]{x} + \lg \sqrt[3]{x^2} = \lg x^{\frac{1}{3}} + \lg x^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \lg x + \frac{2}{3} \lg x = \lg x$$

$$4) \lg x^2 y - \lg y = \lg x^2 + \lg y - \lg y = 2 \lg x$$

$$5) \lg \sqrt{x^3} = \lg x^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \lg x$$

$$6) \lg(x^2)^3 = \lg x^6 = 6 \lg x$$

$$7) \lg 2x^3 = \lg 2 + \lg x^3 = \lg 2 + 3 \lg x$$

$$8) \lg \frac{x^2}{y^2} + \lg \frac{y}{x} = \lg x^2 - \lg y^2 + \lg y - \lg x = 2 \lg x - 2 \lg y + \lg y - \lg x = \lg x - \lg y$$

### Oppgave 4

Skriv så enkelt som mulig

$$1) \lg x^2 + \lg x = 2 \lg x + \lg x = 3 \lg x$$

$$2) \lg a^2 b = \lg a^2 + \lg b = 2 \lg a + \lg b$$

$$3) \lg(ab) + \lg\left(\frac{a}{b}\right) = \lg a + \lg b + \lg a - \lg b = 2 \lg a$$

$$4) \lg\left(\frac{a}{b}\right) + \lg(ab) = \lg a - \lg b + \lg a + \lg b = 2 \lg a$$

$$5) \lg a^2 + \lg b^3 + \lg \frac{b}{a} = 2 \lg a + 3 \lg b + \lg b - \lg a = \lg a + 4 \lg b$$

$$6) \lg(xy) + \lg(x^2 y) - \lg(xy^2) = \lg x + \lg y + 2 \lg x + \lg y - (\lg x + 2 \lg y) = 2 \lg x$$

7)

$$\begin{aligned} \lg(4xy) - \lg \frac{16}{y^2} + \lg \frac{8}{x} &= \lg 4 + \lg x + \lg y - (\lg 16 - \lg y^2) + \lg 8 - \lg x \\ &= \lg 2^2 + \lg x + \lg y - \lg 2^4 + 2 \lg y + \lg 2^3 - \lg x \\ &= 2 \lg 2 + \lg x + \lg y - 4 \lg 2 + 2 \lg y + 3 \lg 2 - \lg x \\ &= \lg 2 + 3 \lg y \end{aligned}$$

8)

$$\begin{aligned} \lg(8b) - \lg(4b) - \lg 2 + \lg b &= \lg 2^3 + \lg b - (\lg 2^2 + \lg b) - \lg 2 + \lg b \\ &= 3 \lg 2 + \lg b - 2 \lg 2 - \lg b - \lg 2 + \lg b \\ &= \lg b \end{aligned}$$

**Oppgave 5**

Skriv så enkelt som mulig

1)

$$\begin{aligned}\lg(a^2b^3) + \lg\left(\frac{1}{b^2}\right) - \lg\left(\frac{b}{a}\right) &= \lg a^2 + \lg b^3 + \lg 1 - \lg b^2 - (\lg b - \lg a) \\ &= 2 \lg a + 3 \lg b - 2 \lg b - \lg b + \lg a \\ &= 3 \lg a\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}\lg(a^2b) + \lg(ab^2) + \lg\left(\frac{a}{b^3}\right) &= \lg a^2 + \lg b + \lg a + \lg b^2 + \lg a - \lg b^3 \\ &= 2 \lg a + \lg b + \lg a + 2 \lg b + \lg a - 3 \lg b \\ &= 4 \lg a\end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned}\lg\left(\frac{1}{a^2}\right) + 3 \lg a &= \lg 1 - 2 \lg a + 3 \lg a \\ &= \lg a\end{aligned}$$

4)

$$\begin{aligned}\lg(a^2b) - \lg\left(\frac{1}{ab}\right) &= \lg a^2 + \lg b - (\lg 1 - (\lg a + \lg b)) \\ &= 2 \lg a + \lg b + \lg a + \lg b \\ &= 3 \lg a + 2 \lg b\end{aligned}$$

5)

$$\begin{aligned}\lg(3a) + \lg \frac{a}{3} - 3 \lg \sqrt[3]{a} &= \lg 3 + \lg a + \lg a - \lg 3 - 3 \lg a^{\frac{1}{3}} \\ &= 2 \lg a - 3 \cdot \frac{1}{3} \lg a \\ &= \lg a\end{aligned}$$

6)

$$\begin{aligned}\lg(8b) - \lg(4b) - \lg 2 + \lg a &= \lg 2^3 + \lg b - (\lg 2^2 + \lg b) - \lg 2 + \lg a \\ &= 3 \lg 2 + \lg b - 2 \lg 2 - \lg b - \lg 2 + \lg a \\ &= \lg a\end{aligned}$$

7)

$$\begin{aligned}\lg(a^3b^4) + \lg\left(\frac{a^2}{b^3}\right) - \lg b &= 3 \lg a + 4 \lg b + 2 \lg a - 3 \lg b - \lg b \\ &= 5 \lg a\end{aligned}$$

8)

$$\begin{aligned}\lg \sqrt{x} + \lg \sqrt[3]{x} + \lg \sqrt[6]{x} &= \lg x^{\frac{1}{2}} + \lg x^{\frac{1}{3}} + \lg x^{\frac{1}{6}} \\ &= \lg x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} \\ &= \lg x\end{aligned}$$

9)

$$\begin{aligned}\lg \frac{x^3}{y^2} + \lg \frac{y}{x} + \lg \frac{y}{x^2} &= 3 \lg x - 2 \lg y + \lg y - \lg x + \lg y - 2 \lg x \\ &= 0\end{aligned}$$

## Oppgave 6

Skriv så enkelt som mulig

- 1)  $\lg 20 = \lg(2 \cdot 10) = \lg 2 + \lg 10 = \lg 2 + 1$
- 2)  $\lg 16 = \lg 2^4 = 4 \lg 2$
- 3)  $\lg 6 + \lg 4 = \lg 2 + \lg 3 + 2 \lg 2 = 3 \lg 2 + \lg 3$
- 4)  $\lg 4 + \lg 2 = 2 \lg 2 + \lg 2 = 3 \lg 2$
- 5)  $\lg 27 + \lg 9 = \lg 3^3 + \lg 3^2 = 3 \lg 3 + 2 \lg 3 = 5 \lg 3$
- 6)  $\lg 81 - \lg 27 = \lg 3^4 - \lg 3^3 = 4 \lg 3 - 3 \lg 3 = \lg 3$
- 7)  $\lg(9 \cdot \sqrt{3}) = \lg(3^2 \cdot 3^{\frac{1}{2}}) = \lg 3^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2} \lg 3$
- 8)  $\lg 2 + \lg(2\sqrt{2}) = \lg 2 + \lg 2^{\frac{3}{2}} = \lg 2 + \frac{3}{2} \lg 2 = \frac{5}{2} \lg 2$

## Oppgave 7

Løs likningene

1)

$$\begin{aligned}\lg x &= 0 \\ 10^{\lg x} &= 10^0 \\ x &= 1\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}\lg x - 2 &= 0 \\ \lg x &= 2 \\ x &= 10^2 \\ x &= 100\end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned}\lg x + 2 &= 0 \\ \lg x &= -2 \\ x &= 10^{-2} \\ x &= 0,01\end{aligned}$$

4)

$$\begin{aligned}3 \lg x &= 9 \\ \lg x &= 3 \\ x &= 10^3 \\ x &= 1000\end{aligned}$$

5)

$$\begin{aligned}2 \lg x + 8 &= 2 - \lg x \\ 2 \lg x + \lg x &= 2 - 8 \\ 3 \lg x &= -6 \\ \lg x &= -2 \\ x &= 10^{-2} \\ x &= 0,01\end{aligned}$$

6)

$$\begin{aligned}\lg x &= -1 \\ x &= 10^{-1} \\ x &= 0,1\end{aligned}$$

7)

$$\begin{aligned}3 \lg x - \lg x - 1 &= 1 \\2 \lg x &= 2 \\ \lg x &= 1 \\ x &= 10\end{aligned}$$

8)

$$\begin{aligned}4 \lg x &= -12 \\ \lg x &= -3 \\ x &= 10^{-3} \\ x &= 0,001\end{aligned}$$

## Oppgave 8

Løs likningene

1)

$$\begin{aligned}\lg x^{-4} &= 0 \\ -4 \lg x &= 0 \\ x &= 10^0 \\ x &= 1\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}\lg x^4 - \lg x^3 + 2 &= 0 \\ 4 \lg x - 3 \lg x &= -2 \\ \lg x &= -2 \\ x &= 10^{-2} \\ x &= 0,01\end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned}2 \lg x^5 - 5 \lg x &= 15 \\ 10 \lg x - 5 \lg x &= 15 \\ 5 \lg x &= 15 \\ \lg x &= 3 \\ x &= 10^3 \\ x &= 1000\end{aligned}$$

4)

$$\begin{aligned}(\lg x)^2 - 2 \lg x - 15 &= 0 \\ (\lg x - 5)(\lg x + 3) &= 0 \\ \lg x = 5 \vee \lg x = -3 & \\ x = 10^5 \vee x = 10^{-3} & \\ x = 100000 \vee x = 0,001 &\end{aligned}$$

5)

$$\begin{aligned}2(\lg x)^2 - \lg x &= 0 \\ \lg x(2 \lg x - 1) &= 0 \\ \lg x = 0 \vee \lg x &= \frac{1}{2} \\ x = 1 \vee x &= \sqrt{10}\end{aligned}$$

6)

$$\begin{aligned}\lg x^2 - \lg x &= 4 \\ 2 \lg x - \lg x &= 4 \\ \lg x &= 4 \\ x &= 10000\end{aligned}$$

7)

$$\begin{aligned}3 \lg x - 6 &= 0 \\ \lg x &= 2 \\ x &= 100\end{aligned}$$

## Oppgave 9

Løs likningene

1)

$$\begin{aligned}\lg(x + 2) &= 4 \\ x + 2 &= 10^4 \\ x &= 10000 - 2 \\ x &= 9998\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}\lg 2^{x-1} &= \lg 8 \\ (x - 1) \lg 2 &= 3 \lg 2 \\ x - 1 &= 3 \\ x &= 4\end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned}(\lg x)^2 - 4 \lg x + 3 &= 0 \\ (\lg x - 1)(\lg x - 3) &= 0 \\ \lg x = 1 \vee \lg x = 3 \\ x = 10 \vee x = 1000\end{aligned}$$

4)

$$\begin{aligned}\lg 2x - 3 &= 0 \\ \lg 2 + \lg x &= 3 \\ \lg x &= 3 - \lg 2 \\ x &= 10^{3 - \lg 2} \\ x &= 10^3 \cdot 10^{\lg 2^{-1}} \\ x &= 1000 \cdot \frac{1}{2} \\ x &= 500\end{aligned}$$

5)

$$\begin{aligned}\lg(x^2 - 0,9) &= -1 \\ x^2 - 0,9 &= 0,1 \\ x^2 &= 1 \\ x &= \pm 1\end{aligned}$$



6)

$$\begin{aligned}\lg 2x + 3 &= 1 \\ \lg 2 + \lg x &= 1 - 3 \\ \lg x &= -2 - \lg 2 \\ x &= 10^{-2-\lg 2} \\ x &= 10^{-2} \cdot 10^{\lg 2^{-1}} \\ x &= 0,01 \cdot \frac{1}{2} \\ x &= 0,005\end{aligned}$$

7)

$$\begin{aligned}\lg(2x - 3) &= 0 \\ 2x - 3 &= 10^0 \\ 2x &= 1 + 3 \\ x &= 2\end{aligned}$$

8)

$$\begin{aligned}\lg(x - 3) &= 3 + \lg 2 \\ x - 3 &= 10^{3+\lg 2} \\ x - 3 &= 10^3 \cdot 10^{\lg 2} \\ x - 3 &= 1000 \cdot 2 \\ x &= 2000 + 3 \\ x &= 2003\end{aligned}$$

## Oppgave 10

1)

$$\begin{aligned}2^{2x} &= 2^4 \\ \lg 2^{2x} &= \lg 2^4 \\ 2x \cdot \lg 2 &= 4 \lg 2 \\ 2x &= 4 \\ x &= 2\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}3^{3x} &= 3^3 \\ 3x &= 3 \\ x &= 1\end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned}2^{x+1} &= 2^2 \\ x + 1 &= 2 \\ x &= 1\end{aligned}$$

4)

$$\begin{aligned}3^{2x-2} &= 2^2 \\ \lg 3^{2x-2} &= \lg 2^2 \\ (2x - 2) \lg 3 &= 2 \lg 2 \\ 2(x - 1) &= \frac{2 \lg 2}{\lg 3} \\ x - 1 &= \frac{\lg 2}{\lg 3} \\ x &= 1 + \frac{\lg 2}{\lg 3} \\ x &= \frac{\lg 3 + \lg 2}{\lg 3}\end{aligned}$$

5)

$$\begin{aligned}3^{2x-1} &= 3^0 \\ 2x - 1 &= 0 \\ 2x &= 1 \\ x &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

6)

$$\begin{aligned} 2(3^{3x} - 4) &= 8 \\ 3^{3x} - 4 &= 4 \\ 3^{3x} &= 8 \\ \ln 3^{3x} &= \ln 2^3 \\ 3x &= \frac{3 \ln 2}{\ln 3} \\ x &= \frac{3 \ln 2}{3 \ln 3} \\ x &= \frac{\ln 2}{\ln 3} \end{aligned}$$

7)

$$\begin{aligned} 10^x &= 55 \\ \lg 10^x &= \lg(5 \cdot 11) \\ x &= \lg 5 + \lg 11 \end{aligned}$$

8)

$$\begin{aligned} 10^{-2x} &= 10^2 \\ -2x &= 2 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

## Oppgave 11

1)

$$\begin{aligned} \lg(x+2)^2 &= \lg x^4 \\ 2 \lg(x+2) &= 4 \lg x \\ \lg(x+2) &= \lg x^2 \\ x+2 &= x^2 \\ x^2 - x - 2 &= 0 \\ (x-2)(x+1) &= 0 \\ x = 2 \vee x &= -1 \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} (\lg x)^2 + \lg x - 2 &= 0 \\ (\lg x + 2)(\lg x - 1) &= 0 \\ \lg x = -2 \vee \lg x &= 1 \\ x = 10^{-2} \vee x &= 10^1 \\ x = 0,01 \vee x &= 10 \end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned}\lg(x - 3) &= -2 \\ x - 3 &= 10^{-2} \\ x &= 0,01 + 3 \\ x &= 3,01\end{aligned}$$

4)

$$\begin{aligned}2^{3x-2} - 13 &= 3 \\ 2^{3x-2} &= 16 \\ \lg 2^{3x-2} &= \lg 2^4 \\ 3x - 2 &= 4 \\ 3x &= 6 \\ x &= 2\end{aligned}$$

5)

$$\begin{aligned}9 \cdot 2^x &= 144 \\ 2^x &= 16 \\ \lg 2^x &= \lg 2^4 \\ x &= 4\end{aligned}$$

6)

$$\begin{aligned}5 \cdot 3^x &= 25 \\ 3^x &= 5 \\ \lg 3^x &= \lg 5 \\ x &= \frac{\lg 5}{\lg 3}\end{aligned}$$

7)

$$\begin{aligned}3 \cdot 5^x &= 18 \\ 5^x &= 6 \\ \lg 5^x &= \lg 6 \\ x \cdot \lg 5 &= \lg 2 + \lg 3 \\ x &= \frac{\lg 2 + \lg 3}{\lg 5}\end{aligned}$$