

Arbeidshefte

Logaritmer - Naturlige

Naturlige logarimer

$$\ln e = 1$$

$$e^{\ln a} = a$$

$$\ln e^a = a$$

$$\ln a^b = b \cdot \ln a$$

$$\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

Oppgave 1

Skriv så enkelt som mulig

1) $\ln e^x =$

2) $2 \ln e^2 =$

3) $\ln e^{-3} =$

4) $\ln(e^4 \cdot e^2) =$

5) $\ln(\sqrt[3]{e^2}) =$

6) $\ln x^5 - \ln \frac{1}{x^3} - 2 \cdot \ln x^4 =$

7) $\ln(x^2y) - \ln \frac{x}{y^2} - \ln \frac{x^2}{y} =$

8) $\ln \frac{3}{y} + \ln(9y^3) - \ln 27 =$

9) $\ln(16) + \ln(4x^2) - 2 \ln 2 =$

10) $2 \ln b - \ln\left(\frac{1}{b}\right) - \ln(ab^2) + \ln\left(\frac{a}{b^2}\right) =$

Oppgave 2

Løs likningene

1) $e^x = 5$

2) $e^{-x} = 4$

3) $2e^x = 6$

4) $e^x = 81$

5) $e^{2x} + 2e^x = 3$

6) $e^x - 7 + 10e^{-x} = 0$

7) $3e^x = 6$

8) $(\frac{1}{10})^x = 1000$

9) $9^x - 3^x - 12 = 0$

10) $4(1 + \frac{x}{100})^4 = 64$

Oppgave 3

Løs likningene

1) $2^x = 8$

2) $2^x = 64$

3) $3^x = 27$

4) $5^x = 25$

5) $4^x = 8$

6) $3^x = 81$

7) $3 \cdot 2^x = 24$

8) $2 \cdot 7^x = 98$

9) $3 \cdot 2^x = 48$

10) $2 \cdot 3^x = 54$

Oppgave 4

Hans kjøpte scooter for kr.10000 i begynnelsen av 2016. Vi regner med at verdien synker med 15% pr.år.

Sett opp hvordan du vil regne ut :

1. hva scooterens verdi er når den er 3 år gammel
2. når scooterens verdi har sunket til kr.3000

Oppgave 5

Temperaturen i kjøleskapet vil stige dersom strømmen går. Temperaturendringen vil skje etter formelen :

$$T(x) = 3 + 1,15^x$$

der $T(x)$ er temperaturen og x er tid i timer.

1. Hva var temperaturen i kjøleskapet når strømmen gikk?
2. Hvor lang tid tar det før temperaturen er over 8 grader?
3. Hva er begrensningen for denne formelen?

Oppgave 6

Bestanden av rev i et område øker med 2,5% pr.år. Hvor lang tid tar det før bestanden er doblet?

FASIT

Oppgave 1

- | | | |
|---------|-----------------------|------------------------|
| 1) x | 5) $\frac{2}{3}$ | 9) $2 \ln x + 4 \ln 2$ |
| 2) 4 | 6) 0 | 10) $-\ln b$ |
| 3) -3 | 7) $-\ln x + 4 \ln y$ | |
| 4) 6 | 8) $2 \ln y$ | |

Oppgave 2

- | | | |
|-------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 1) $x = \ln 5$ | 5) $x = 0$ | 9) $x = \frac{2 \ln 2}{\ln 3}$ |
| 2) $x = -2 \ln 2$ | 6) $x = \ln 2 \vee x = \ln 5$ | 10) $x = 100 \vee x = -300$ |
| 3) $x = \ln 3$ | 7) $x = \ln 2$ | |
| 4) $x = 4 \ln 3$ | 8) $x = -3$ | |

Oppgave 3

- | | | |
|------------|----------------------|-------------|
| 1) $x = 3$ | 5) $x = \frac{3}{2}$ | 9) $x = 4$ |
| 2) $x = 6$ | 6) $x = 4$ | 10) $x = 3$ |
| 3) $x = 3$ | 7) $x = 3$ | |
| 4) $x = 2$ | 8) $x = 2$ | |

Oppgave 4

- Etter 3 år : $10000 \cdot 0,85^3$
- $10000 \cdot 0,85^x = 3000 \Rightarrow x = \frac{\ln 0,3}{\ln 0,85}$

Oppgave 5

- $x = 0 \Rightarrow T(0) = 4$
- $T(x) > 8 \Rightarrow 1,15^x > 5 \Rightarrow x > \frac{\ln 5}{\ln 1,15}$
- Romtemperaturen

Oppgave 6

$$B \cdot 1,025^x = 2B \Rightarrow 1,025^x = 2 \Rightarrow x = \frac{\lg 2}{\lg 1,025}$$

Løsningsforslag

Oppgave 1

6)

$$\begin{aligned}\ln x^5 - \ln \frac{1}{x^3} - 2 \ln x^4 &= 5 \ln x - (\ln 1 - 3 \ln x) - 8 \ln x \\ &= 5 \ln x + 3 \ln x - 8 \ln x \\ &= 0\end{aligned}$$

7)

$$\begin{aligned}\ln(x^2 y) - \ln \frac{x}{y^2} - \ln \frac{x^2}{y} &= 2 \ln x + \ln y - (\ln x - 2 \ln y) - (2 \ln x - \ln y) \\ &= 2 \ln x + \ln y - \ln x + 2 \ln y - 2 \ln x + \ln y \\ &= -\ln x + 4 \ln y\end{aligned}$$

9)

$$\begin{aligned}\ln 16 + \ln 4x^2 - 2 \ln 2 &= \ln 2^4 + \ln 2^2 + \ln x^2 - 2 \ln 2 \\ &= 4 \ln 2 + 2 \ln 2 + 2 \ln x - 2 \ln 2 \\ &= 2 \ln x + 4 \ln 2\end{aligned}$$

Oppgave 2

5)

$$\begin{aligned}e^2 x + 2e^x - 3 &= 0 \\ (e^x)^2 + 2e^x - 3 &= 0 \\ (e^x + 3)(e^x - 1) &= 0 \\ e^x \neq -3 \vee e^x &= 1 \\ x &= 0\end{aligned}$$

6)

$$\begin{aligned}e^x - 7 + 10e^{-x} &= 0 \\ (e^x)^2 - 7e^x + 10 &= 0 \\ (e^x - 5)(e^x - 2) &= 0 \\ e^x = 5 \vee e^x &= 2 \\ x = \ln 5 \vee x &= \ln 2\end{aligned}$$

8)

$$\begin{aligned}\lg(10^{-1})^x &= \lg 10^3 \\ -x &= 3 \\ x &= -3\end{aligned}$$