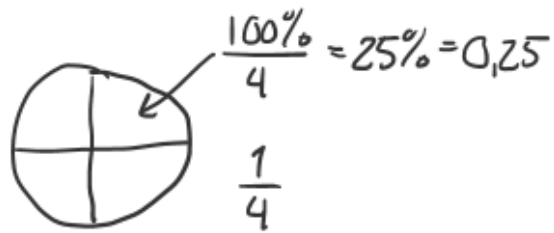
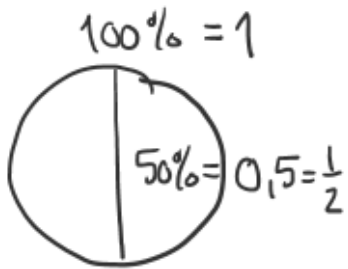


Prosentregning 2P/2PY



$$1\% = \frac{1}{100}$$

$$5\% = \frac{5}{100} = 0,05$$

$$20\% = \frac{20}{100} = 0,20$$

$$2,5\% = \frac{2,5}{100} = 0,025$$

Prosent faktor $\frac{1}{100}$

Oppgave 1

Skriv som prosent.

- a) $0,50 = \underline{50\%}$
- b) $1,60 = \underline{160\%}$
- c) $2,35 = \underline{235\%}$
- d) $0,12 = \underline{12\%}$
- e) $0,08 = \underline{8\%}$
- f) $0,512 = \underline{51,2\%}$
- g) $1,752 = \underline{175,2\%}$
- h) $0,0012 = \underline{0,12\%}$

Oppgave 2

Skriv som desimaltall.

- a) $23\% = \underline{\underline{0,23}}$
- b) $15\% = \underline{\underline{0,15}}$
- c) $2\% = \underline{\underline{0,02}}$
- d) $85\% = \underline{\underline{0,85}}$
- e) $9\% = \underline{\underline{0,09}}$
- f) $2,3\% = \underline{\underline{0,023}}$
- g) $22,5\% = \underline{\underline{0,225}}$
- h) $0,15\% = \underline{\underline{0,0015}}$

Oppgave 3

Kåre selger ved. Et år øker han prisen på et mål ved fra 1 500 kroner til 1 800 kroner.
Hvor stor er prisøkningen i prosent?

Prisøkning i kroner er $1\ 800\ \text{kr} - 1\ 500\ \text{kr} = \underline{\underline{300\ \text{kr}}}$

Prisøkning i prosent er da $\frac{300}{1\ 500} = 0,20 = \underline{\underline{20\ \%}}$

Oppgave 4

Kathinka har deltidsjobb og betaler 15 % av lønnen i skatt.
Hvor mye må Kathinka betale i skatt når hun tjener 50 000 kr?

Vi går «veien om 1». 1 % av lønnen blir $\frac{50\ 000\ \text{kr}}{100} = \underline{\underline{500\ \text{kr}}}$.

15 % blir da $500 \cdot 15 = \underline{\underline{7\ 500\ \text{kr}}}$.

Kathinka må betale 7 500 kr i skatt.

Eksamensoppgaver med prosentfaktor uten hjelpemidler:

Oppgave 1 (1 poeng)

Ved en skole er det 135 jenter og 115 gutter.
Hvor mange prosent av elevene er jenter?

Oppgave 2 (1 poeng)

Ved en skole er det 125 elever. En dag tok 25 av elevene buss til skolen.
Hvor mange prosent av elevene tok buss til skolen denne dagen?

Oppgave 3 (2 poeng)

Du får 40 % rabatt på en billett. Rabatten utgjør 120 kroner.
Hvor mye ville billetten ha kostet dersom du ikke hadde fått rabatt?

Oppgave 4 (2 poeng)

Prisen for en vare ble satt opp med 5 %. Dette tilsvarer en prisøkning på 40 kroner.
Hvor mye kostet varen før prisen ble satt opp?

Oppgave 5 (2 poeng)

I en eske ligger det hvite og røde terninger. Av disse er 15 hvite og 40 % røde.
Hvor mange terninger er det totalt i esken?

Løsning eksamensoppgaver:

① Totalt $135 + 115 = 250$ elever

$$250 \cdot x = 135 \quad \text{der } x \text{ er prosentfaktor}$$

$$x = \frac{135}{250} = 0,54 = 54\%$$

54% av elevene er jenter

KLAJDO:

$$\begin{array}{r} 1350 : 250 = 0,54 \\ -1250 \\ \hline 1000 \\ -1000 \\ \hline 0 \end{array}$$

② Totalt 125 elever

$$125 \cdot x = 25$$

$$x = \frac{25}{125} = \frac{25}{5 \cdot 25} = \frac{1}{5} = 0,20$$

20% av elevene tok bussen

③ 40% rabatt \Rightarrow 120 kroner

$$\text{Full pris} \cdot 0,40 = 120$$

$$x \cdot 0,40 = 120$$

$$x = \frac{120 \cdot 10}{0,40 \cdot 10} = \frac{1200}{4} = 300$$

Billetter kostet 300kr før rabatt.

ELLER

$$20\% = 60kr$$

$$100\% = 20\% \cdot 5 = 60kr \cdot 5 = 300kr$$

④ 5% = 40 kroner

$$x \cdot 0,05 = 40$$

$$x = \frac{40 \cdot 100}{0,05 \cdot 100} = \frac{4000}{5} = 800$$

Optimal pris var 800kr.

ELLER

$$5\% = 40 \text{ kr}$$

$$10\% = 80 \text{ kr}$$

$$100\% = 800 \text{ kr}$$

AJEY

⑤

15 hite

40% røde

} Da er 60% hite og

$$\text{TOTALT. } 0,60 = 15$$

$$x \cdot 0,60 = 15$$

$$x = \frac{15}{0,60} = \frac{150}{6} = \frac{\cancel{3} \cdot 50}{\cancel{3} \cdot 2} = 25$$

Det er 25kuler

ELLER :

$$60\% \Rightarrow 15 \rightarrow \text{HITE}$$

$$20\% \Rightarrow 5$$

$$40\% \Rightarrow 10 \rightarrow \text{RØDE}$$

$$15 + 10 = 25$$

Prosentpoeng finner vi ved å ta differansen mellom to prosentverdier. For eksempel: et politisk parti hadde 5% oppslutning ved en meningsmåling, ved neste måling hadde oppslutningen økt til 6.5%. Hvor mange prosentpoeng hadde oppslutningen økt?

$$\text{Prosentpoeng} = 6.5 - 5 = 1.5$$

Oppslutningen hadde økt med 1.5 prosentpoeng.

Ønsker vi å vite hvor mange prosent endringen er tar vi endringen delt på opprinnelig verdi:

$$\frac{1.5}{5} = 0.3 = 30\%$$

Oppgave 5

Sykefraværet ved en bedrift har gått ned fra 6,7 % til 6,1 %.

a) Hvor mange prosentpoeng har sykefraværet gått ned med?

Sykefraværet har gått ned med $(6,7 - 6,1)$ prosentpoeng = 0,6 prosentpoeng .

b) Hvor stor har nedgangen vært i prosent?

Nedgang i prosent har vært $\frac{0,6}{6,7} \approx 0,09 = \underline{\underline{9\%}}$

Bruke vekstfaktor til å beregne prosentvis endring:

$$\text{Ny verdi} = \text{Gammel verdi} \cdot \text{vekstfaktor}^{\text{antall perioder}}$$

Endres prosenten kun én gang:

$$\text{Ny verdi} = \text{Gammel verdi} \cdot \text{vekstfaktor}$$

På del 2 løser dere denne ved å skrive inn uttrykket i CAS og løser likning.

Oppgave 6

Finn vekstfaktoren når prisen på en vare økes med

a) 10 % Vekstfaktoren blir $1 + \frac{10}{100} = \underline{\underline{1,10}}$

b) 50 % Vekstfaktoren blir $1 + \frac{50}{100} = \underline{\underline{1,50}}$

c) 27,5 % Vekstfaktoren blir $1 + \frac{27,5}{100} = \underline{\underline{1,275}}$

d) 72 % Vekstfaktoren blir $1 + \frac{72}{100} = \underline{\underline{1,72}}$

e) 1,53 % Vekstfaktoren blir $1 + \frac{1,53}{100} = \underline{\underline{1,0153}}$

f) 0,6 % Vekstfaktoren blir $1 + \frac{0,6}{100} = \underline{\underline{1,006}}$

g) 15% Vekstfaktoren blir $100\% + 15\% = 115\% = 1,15$

h) 32,5% Vekstfaktoren blir $100\% + 32,5\% = 132,5\% = 1,325$

Oppgave 7

Finn vekstfaktoren når prisen på en vare settes ned med

- a) 10 % Vekstfaktoren blir $1 - \frac{10}{100} = \underline{\underline{0,90}}$
- b) 50 % Vekstfaktoren blir $1 - \frac{50}{100} = \underline{\underline{0,50}}$
- c) 27,5 % Vekstfaktoren blir $1 - \frac{27,5}{100} = \underline{\underline{0,725}}$
- d) 7,2 % Vekstfaktoren blir $1 - \frac{7,2}{100} = \underline{\underline{0,928}}$
- e) 1,53 % Vekstfaktoren blir $1 - \frac{1,53}{100} = \underline{\underline{0,9847}}$
- f) 0,6 % Vekstfaktoren blir $1 - \frac{0,6}{100} = \underline{\underline{0,994}}$

Oppgave 8

Finn hvor mange prosent en størrelse øker eller avtar med når vekstfaktoren er

- a) 1,50 Størrelsen øker med 50 %.
- b) 1,35 Størrelsen øker med 35 %.
- c) 0,75 Størrelsen avtar med 25 %.
- d) 1,05 Størrelsen øker med 5 %.
- e) 0,96 Størrelsen avtar med 4 %.
- f) 2,45 Størrelsen øker med 145 %.

Oppgave 9

En vare koster 500 kroner.

Hva koster varen når prisen økes med 25 %? Bruk vekstfaktor.

$$\text{Vekstfaktoren blir } 1 + \frac{25}{100} = \underline{1,25}$$

$$\text{Ny pris på varen blir } 500 \text{ kr} \cdot 1,25 = \underline{\underline{625 \text{ kr}}}$$

Oppgave 10

En vare koster 500 kr.

Hva koster varen når prisen settes ned med 25 %? Bruk vekstfaktor.

$$\text{Vekstfaktoren blir } 1 - \frac{25}{100} = \underline{0,75}$$

$$\text{Ny pris på varen blir } 500 \text{ kr} \cdot 0,75 = \underline{\underline{375 \text{ kr}}}$$

Oppgave 11

En vare kostet 1 500 kroner. Prisen ble så først satt opp med 12 %. Etterpå ble prisen satt ned med 20 %. Finn ny pris. Bruk vekstfaktor.

Vekstfaktor for økningen blir $100\% + 12\% = 112\% = 1.12$

Vekstfaktor for nedgangen blir $100\% - 20\% = 80\% = 0.80$

Beregner ny pris i CAS til å være 1344 kroner.

CAS	
1	$1500 \cdot 1.12 \cdot 0.80$
<input type="radio"/>	≈ 1344

Oppgave 12

Et beløp på 5 000 kroner står i banken til en fast rente på 3 % per år.
Hvor mye har beløpet vokst til dersom det står 10 år i banken?

Når vi setter penger i banken så øker beløpet. Vekstfaktor for økningen blir $100\%+3\%=103\%=1.03$
Beløpet vokser til 6719, 58 kroner på 10 år i banken.

▶ CAS	
1	$5000 \cdot 1.03^{10}$
<input type="radio"/>	\approx 6719.58

Oppgave 13

Miriam kjøpte en scooter for 10 000 kroner i begynnelsen av 2008. Vi regner med at verdien av scooteren synker med 15 % per år.

a) Regn ut verdien til scooteren i begynnelsen av år 2016.

Vekstfaktor ved 15% nedgang: $100\% - 15\% = 85\% = 0.85$

Det er åtte år fra 2008 til 2016. Den nye verdien i 2016 er 2724,91 kroner.

▶ CAS	
1	$10000 \cdot 0.85^8$
<input type="radio"/>	\approx 2724.91

b) Sett opp en formel som viser verdien til scooteren x år etter at Miriam kjøpte den

Har vekstfaktor fra oppgave a.

Verdien etter x år er da gitt ved: $V(x) = 10000 \cdot 0,85^x$

c) Bruk formelen og regn ut scooterens verdi 12 år etter at Miriam kjøpte den

Setter $x=12$ i formelen og finner at verdien etter 12 år er 1422,42 kroner.

▶ CAS	
1	$10000 \cdot 0.85^{12}$
<input type="radio"/>	\approx 1422.42

Eksamensoppgaver prosentregning:

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1

En vare selges i to forskjellige butikker. Prisen er den samme i begge butikkene. I butikk A settes prisen opp med 20 %. I butikk B settes prisen først opp med 10 % og så etter noen dager med 10 % til.

Marit påstår at prisen da fremdeles er den samme i begge butikkene.

Forklar Marit hvorfor dette ikke er riktig. Bruk gjerne et eksempel når du forklarer.

Prisen blir ikke den samme fordi det ikke blir regnet prosent av samme grunnlag.

I butikk A blir det beregnet 20 % av opprinnelig pris.

I butikk B blir det beregnet 10 % av opprinnelig pris, og så 10 % av den prisen en da får.

Den nye prisen blir derfor høyere i butikk B enn i butikk A.

Anta at opprinnelig pris på varen var 100 kroner.

I butikk A blir da ny pris $100 \text{ kroner} \cdot 1,20 = \underline{120 \text{ kroner}}$.

I butikk B blir ny pris $100 \text{ kroner} \cdot 1,1 \cdot 1,1 = \underline{121 \text{ kroner}}$.

Oppgave 2

Prisliste	
Dameklipp	640 kroner
Herreklipp	400 kroner
.....	

Hvor mange prosent dyrere er en dameklipp sammenliknet med en herreklipp?

$$640 - 400 = \underline{240}$$

$$\frac{240}{400} = \frac{24}{40} = \frac{6}{10} = \frac{60}{100} = \underline{60\%}$$

En dameklipp er 60 % dyrere enn en herreklipp.

Oppgave 3

En bil koster 250 000 kroner. Bilens verdi avtar med 15 % per år.

Forklar hvilket av regnestykkene nedenfor som kan brukes for å finne hvor mye bilen er verd etter 10 år.

$$1) \quad 250000 - 10 \cdot \frac{250000 \cdot 15}{100}$$

$$2) \quad 250000 \cdot 0,15^{10}$$

$$3) \quad 250000 \cdot 0,85^{10}$$

Bilens verdi avtar med 15 % per år.

$$\text{Vekstfaktoren blir } 1 - \frac{15}{100} = \underline{0,85}$$

Bilen koster 250 000 kroner.

Etter 10 år er den da verd $250000 \cdot 0,85^{10}$ kroner.

3) kan brukes.

1) kan ikke brukes. Her blir det regnet 15 % av samme grunnlag ti ganger.

2) kan ikke brukes. Vekstfaktoren er ikke riktig.

Oppgave 4

Tidligere kostet en vare 50 kroner. Nå koster varen 90 kroner.

Hvor mange prosent har prisen økt med?

Ny pris = 90 kroner

Gammel pris = 50 kroner

$$90 = 50 \cdot \text{vekstfaktor}$$

$$\text{Vekstfaktor} = \frac{90}{50} = 1,8$$

Vekstfaktor 1,8 tilsvarer en økning på 80%.

Oppgave 5

En vare koster nå 210 kroner. Prisen er da satt ned med 30 %.

Hva kostet varen før prisen ble satt ned?

Ny pris = 210 kroner

Vekstfaktor = $100\% - 30\% = 70\% = 0.70$

$$\text{ny verdi} = \text{gammel verdi} \cdot \text{vekstfaktor}$$

$$210 = \text{gammel pris} \cdot 0.70$$

$$\text{Gammel pris} = \frac{210}{0.70} = \frac{2100}{7} = 300$$

Opprinnelig pris var 300 kroner.

Oppgave 6

Per har lest 150 sider i en bok. Dette er 30 % av sidene i boka.

Hvor mange sider er det i boka?

Prosentdelen = 150 sider

Prosentfaktor: $30\% = 0.30$

$$\text{Prosentdelen av tallet} = \text{hele tallet} \cdot \text{prosentfaktor}$$

$$150 = \text{alle sidene} \cdot 0.30$$

$$\text{Gammel pris} = \frac{150}{0.30} = \frac{1500}{3} = 500$$

Hele boka er 500 sider.

Oppgave 7

Det bor ca. 7,2 milliarder mennesker på jorda. 15 % har ikke tilgang til rent vann. Omtrent hvor mange mennesker har ikke tilgang til rent vann?

Hele = 7 200 000 000 mennesker

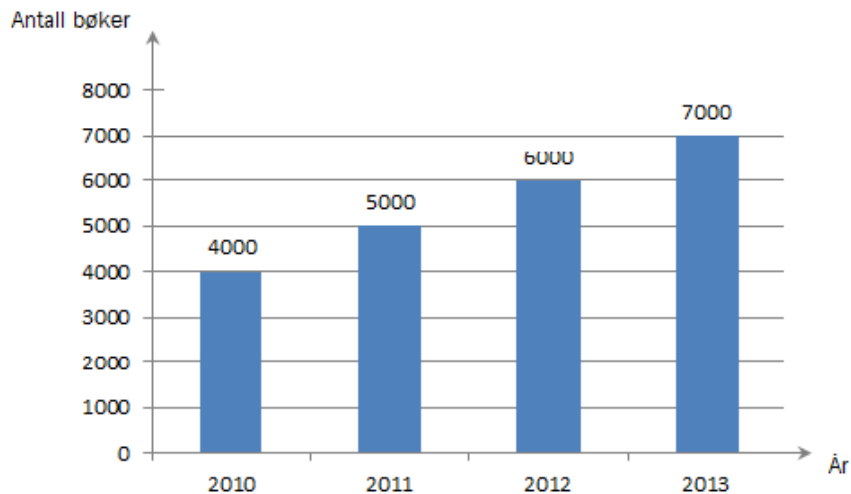
Prosentfaktor: 15% = 0.15

$$\text{Prosentdelen av tallet} = \text{hele tallet} \cdot \text{prosentfaktor}$$

$$\text{Antall mennesker uten rent vann} = 7\,200\,000\,000 \cdot 0.15 = 1\,080\,000\,000$$

Antall mennesker uten rent vann er 1,08 milliarder.

Oppgave 8



Diagrammet ovenfor viser hvor mange bøker en forfatter har solgt hvert år de fire siste årene.

Når var den prosentvise økningen i salget fra et år til det neste størst?

Økningen i antall bøker er det samme hvert år. Den prosentvise økningen er da størst når utgangspunktet er minst som er fra 2010 til 2011. Ny verdi er da 5000, gammel verdi 4000 som gir vekstfaktor 1.25. Dette tilsvarer økning på 25%.

Oppgave 9

Tegn av tabellen nedenfor i besvarelsen din og fyll inn det som mangler.

Prosentvis endring	Vekstfaktor
+ 2 %	1,02
- 68 %	0,32
-75%	0,25
+100%	2

Oppgave 10 (2 poeng)

Vi regner at verdien av en bil har avtatt med 15 % per år siden den var ny. I dag er bilen verdt 100 000 kroner.

Sett opp et uttrykk som du kan bruke for å regne ut

- a) hvor mye bilen vil være verdt om seks år
- b) hvor mye bilen var verdt for seks år siden

a) Verdien om seks år:

$$V(6) = 100000 \cdot 0,85^6$$

b) Verdien for seks år siden:

$$V(-6) = 100000 \cdot 0,85^{-6} = \frac{100000}{0,85^6}$$

Oppgave 11 (2 poeng)

Per satte inn 200 000 kroner i banken 1. januar 2008. Renten har vært 4,65 % per år.

Sett opp et uttrykk som viser hvor mye penger Per har fått i rente i løpet av de fem årene fra 1. januar 2008 til 1. januar 2013.

$$R(t) = 200000 \cdot 1,0465^t - 200000$$

$$R(5) = 200000 \cdot 1,0465^5 - 200000$$

$R(t)$ er et uttrykk for rentepengene etter t år. 200 000 er innskuddet, 1,0465 er vekstfaktoren, og t er tiden i år, i dette tilfellet 5. Man må trekke fra innskuddet på 200 000 kroner for å finne rentepengene.

Oppgave 12 (2 poeng)

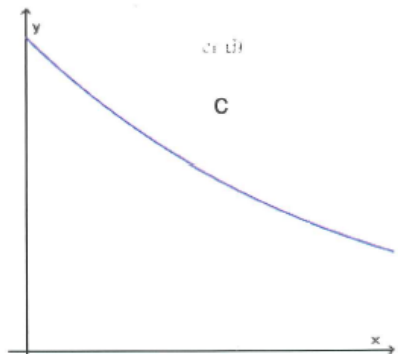
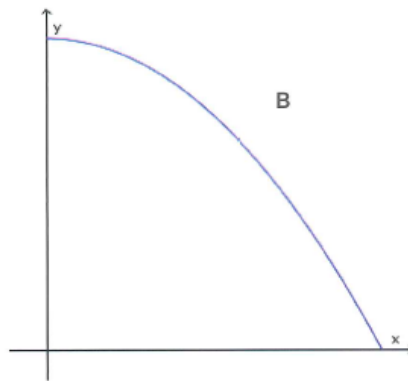
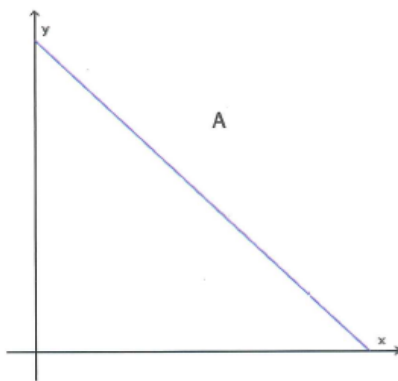
Beskriv en praktisk situasjon der funksjonen f gitt ved $f(x) = 300000 \cdot 0,9^x$ kan brukes som modell.

Du kjøper en bil for 300 000 og verdien synker med 10% per år.

Oppgave 13 (3 poeng)

Stian har kjøpt en bruktbil. Bilen kostet 100 000 kroner.
Anta at verdien vil avta med 10 % per år.

- Sett opp en modell f som Stian kan bruke for å regne ut verdien av bilen i årene som kommer.
- Hvilken av grafene nedenfor er grafen til f ? Begrunn svaret ditt.



a)

$$f(x) = 100000 \cdot 0,9^x$$

b)

Graf C tilhører funksjonen $f(x)$.

Vi ser at graf A må være feil fordi en rett linje, men $f(x)$ er en eksponentialfunksjon.

Graf C synker raskest i starten, men etterhvert som bilen blir billigere så går den mindre ned i verdi hvert år. Prisen synker med 10% hvert år, og det blir 10% av et mindre og mindre beløp.

Oppgave 14 (4 poeng)

I 2014 er det 350 elever ved en skole. Anta at det vil være 275 elever ved skolen i 2029, og at antall elever avtar lineært i denne perioden.

- Bestem en modell som viser hvor mange elever $A(x)$ det vil være ved skolen x år etter 2014.
- Hvor mange elever vil det være ved skolen i 2024 ifølge modellen i oppgave a)?

Ved en annen skole antar ledelsen at funksjonen B gitt ved

$$B(x) = 200 \cdot 1,03^x$$

kan brukes som modell for antall elever ved skolen x år etter 2014.

- Hva kan du si, uten å gjøre beregninger, om antall elever ved denne skolen ut fra modellen?

Løsning:

a)

Det er 15 år mellom 2014 og 2029. I denne perioden minker elevtallet med $350 - 275 = 75$ elever, dvs. 5 elever per år. En lineær modell blir da:

$y = -5x + 350$, der x er antall år etter 2014. y er antall elever et gitt år.

b)

Elever i 2024, dvs. $x = 10$:

$$y = -5 \cdot 10 + 350 = 300$$

Etter modellen i a vil det være ca. 300 elever.

c)

I 2014 er elevtallet 200.

Det forventes en årlig vekst i elevtallet på 3%, derfor vekstfaktor 1,03.

x er antall år etter 2014.

Oppgave 15 (3 poeng)

I september 2014 ble en mobilapplikasjon lastet ned 1500 ganger. Antall nedlastinger har økt med 8 % per måned det siste året, og vi antar at denne utviklingen vil fortsette.

- a) Sett opp et uttrykk som du kan bruke til å bestemme hvor mange ganger mobilapplikasjonen vil bli lastet ned i desember 2014.
- b) Sett opp et uttrykk som du kan bruke til å bestemme hvor mange ganger mobilapplikasjonen til sammen ble lastet ned i juli, august, september og oktober 2014.

Løsning:

a)

$$L(3) = 1500 \cdot 1,08^3$$

1500 er startverdi.

1,08 er vekstfaktor for 8%.

3 er perioder fram i tid.

b)

$$L(\text{juli, august, september, oktober}) = 1500 \cdot 1,08^{-2} + 1500 \cdot 1,08^{-1} + 1500 \cdot 1,08^0 + 1500 \cdot 1,08^1$$

Oppgave 16 (4 poeng)

Whisky lagres på tønner. En tønne på 500 L fylles opp og blir plassert på lager. Hvert år fordampes omtrent 2 % av innholdet i tønne.

- Sett opp et uttrykk som du kan bruke til å regne ut hvor mange liter whisky det vil være igjen i tønne etter 12 år.
- Sett opp et uttrykk som du kan bruke til å regne ut hvor mange liter whisky som vil ha fordampet fra tønne etter 20 år.

En tønne har vært lagret i 25 år.

- John påstår at halvparten av innholdet har fordampet, og at denne tønne derfor nå inneholder 250 L. Dette begrunner han med at $25 \cdot 2\% = 50\%$

Forklar John hvorfor dette ikke er riktig.

Løsning:

500 liter

2% forsvinner hvert år.

a)

Etter 12 år vil det være igjen:

$$I_{\text{gjen}}(12) = 500 \cdot 0,98^{12} \text{ liter.}$$

b)

Det som har fordampet er forskjellen mellom det som var ved starten, og det som er igjen etter 20 år.

$$F_{\text{ordampet}}(20) = 500 - 500 \cdot 0,98^{20} \text{ liter}$$

Oppgave 17 (1 poeng)

Prisen for en vare er satt opp med 25 %. Nå koster varen 250 kroner.

Hva kostet varen før prisen ble satt opp?

Løsning:

$$x \cdot 1,25 = 250$$

$$x = \frac{250}{1,25}$$

$$x = 200$$

Varen kostet 200 kroner før den ble satt opp.

Oppgave 18 (1 poeng)

En vare koster i dag 240 kroner. Prisen er da satt ned med 20 %.

Hvor mye kostet varen før prisen ble satt ned?

Løsning:

$$x \cdot 0,8 = 240$$

$$x = \frac{240}{0,8}$$

$$x = 300$$

Når noe settes ned med 20% er vekstfaktoren 0,8. Pris før nedsettelse var derfor 300 kroner.

Oppgave 19 (1 poeng)

Prisen på en vare er satt ned med 30 %. I dag koster varen 280 kroner.

Hvor mye kostet varen før prisen ble satt ned?

Løsning:

70% er det samme som 280 kroner. $280 : 70 = 4$. Dvs 1% er 4 kroner. Da er 100% lik 400 kroner. (Finnes flere andre, mer elegante måter å gjøre det på også).

Oppgave 20 (1 poeng)

For 10 år siden vant Lea i Lotto. Hun opprettet en konto i banken og satte inn hele gevinsten. Beløpet har stått urørt på kontoen siden. Renten har hele tiden vært 3,2 % per år.

I dag har Lea 500 138 kroner på kontoen.

Sett opp et uttrykk som du kan bruke til å regne ut hvor stor gevinsten til Lea var.

Løsning:

Beløpet hun vant: x

Vekstfaktor til 3,2%: 1,032

Tid: 10 år

$$\text{Uttrykk : } x \cdot 1,032^{10} = 500138$$

$$x = 500138 \cdot 1,032^{-10}$$

Oppgave 21 (2 poeng)

I butikk A koster en vare 150 kroner. I butikk B koster den samme varen 120 kroner.

- a) Hvor mange prosent høyere er prisen i butikk A sammenliknet med prisen i butikk B?
- b) Hvor mange prosent lavere er prisen i butikk B sammenliknet med prisen i butikk A?

Løsning:

Pris bukse i butikk A: 150 kr, og i butikk B: 120 kr.

a)

$$\frac{150-120}{120} = \frac{1}{4} = 25\%$$

Buksene er 25% dyrere i butikk A, i forhold til i butikk B.

b)

$$\frac{150-120}{150} = \frac{1}{5} = 20\%$$

Buksene er 20% billigere i butikk B, i forhold til i butikk A.

Oppgave 22 (1 poeng)

Merverdiavgiften på klær er 25 %. En jakke koster 750 kroner med merverdiavgift.

Hvor mange kroner betaler vi i merverdiavgift dersom vi kjøper denne jakken?

Løsning:

Pris på jakke uten MVA:

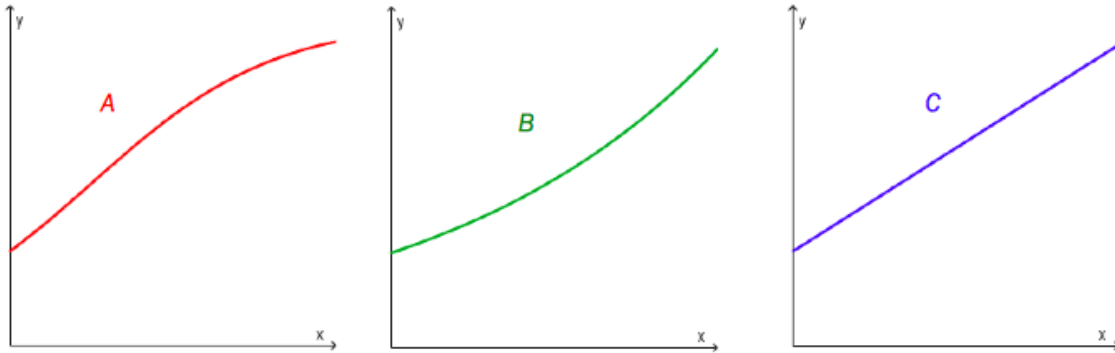
$$x \cdot 1,25 = 750$$

$$x = \frac{750}{1,25} = 600$$

Jakken koster 600 kroner uten MVA, altså er merverdiavgiften 150 kroner.

Oppgave 23 (2 poeng)

- a) Forklar hva det vil si at en størrelse øker eksponentielt.
- b) Nedenfor ser du tre ulike grafer. Hvilken eller hvilke av disse grafene illustrerer eksponentiell vekst? Begrunn svaret ditt.



Løsning:

a)

Dersom noe øker eksponentielt betyr det at det vokser med en fast prosent hver tidsperiode.

b)

b er eneste kurve som oppfuller kravet i a. c vokser lineært, altså med en fast størrelse hver tidsperiode. a vokser mindre etter en stund, noe som kan minne om logistisk vekst (ikke pensum i 2P).

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1

Siri setter inn 12 000 kroner på en ny bankkonto. Hun lar pengene stå urørt og får 4,5 % rente per år.

Hvor mye vil hun ha på kontoen etter 15 år?

Oppgave 2

Øystein har kjøpt bil. Bilen kostet 250 000 kroner. Vi regner med at verdien har sunket, og at den vil fortsette å synke, med 15 % per år.

- a) Hvor mye vil bilen være verd om fem år?
- b) Hvor mye var bilen verd for fem år siden?

Oppgave 3

I 1990 kostet 600 g kjøttdeig 31 kroner. I 2012 kostet 350 g kjøttdeig 24 kroner.

- a) Hvor mye kostet ett kilogram kjøttdeig i 1990?
Hvor mye kostet ett kilogram kjøttdeig i 2012?
- b) Hvor mange prosent økte prisen per kilogram fra 1990 til 2012?

Oppgave 4

Prisen på en vare er satt opp 10 % fem ganger. Opprinnelig kostet varen 246 kroner.

- a) Hvor mye koster varen nå?
- b) Hvor mange prosent er prisen totalt satt opp?

Prisen på en annen vare er også satt opp 10 % fem ganger. Nå koster varen 550 kroner.

- c) Hva kostet denne varen opprinnelig?

Oppgave 5

Verdien av aksjene i et firma har steget med 5 % per måned det siste året. Berit kjøper derfor aksjer for 10 000 kroner i dette firmaet.

Berit håper at verdien av aksjene vil fortsette å stige med 5 % per måned det neste året.

- a)
- 1) Hvor mye vil aksjene til Berit være verdt etter én måned hvis det går som hun håper?
 - 2) Hvor mye vil aksjene til Berit være verdt etter ett år hvis det går som hun håper?

I ettertid viste det seg at verdien av aksjene til Berit steg med 5 % per måned i fire måneder. Deretter steg verdien med 3 % per måned i tre måneder. Så sank verdien med 3 % per måned de neste fem månedene.

- b) Finn ut hvor mye verdien av aksjene steg, både i kroner og prosent, i løpet av dette året.

Oppgave 6 (6 poeng) (valgfri oppgave)

Vibeke har fått en bakterieinfeksjon og tar tablett med antibiotika. En tablett inneholder 220 mg antibiotika. Antall milligram antibiotika i kroppen reduseres med 11 % hver time.

- a) Vibeke tar en tablett. Hvor mange milligram antibiotika er det igjen i kroppen hennes
- 1) etter én time?
 - 2) etter åtte timer?

Vibeke tar en tablett hver åttende time.

- b) Hvor mange milligram antibiotika har hun i kroppen rett etter at hun har tatt sin
- 1) andre tablett?
 - 2) tredje tablett?

Oppgave 7 (8 poeng)

Sofie og Christer skal kjøpe leilighet og må låne penger i banken. Banken vil bare gi lån på 80 % av kjøpesummen. Resten av pengene må de skaffe selv, såkalt egenkapital.

Sofie og Christer har en egenkapital på 230 000 kroner.

a) Vis at de kan låne 920 000 kroner i banken.

Leiligheten koster 1 150 000 kroner, og vi antar at verdiøkningen vil være på 7,0 % per år.

b) Hva vil verdien av leiligheten være etter ett år?
Hva vil verdien av leiligheten være etter ti år?

Tabellen nedenfor viser de fem første årene av en tilbakebetalingsplan med årlige terminer for et lån på 920 000 kroner.

Termin	Renter (kroner)	Avdrag (kroner)	Terminbeløp (kroner)	Restlån (kroner)
1	41 400	29 326	70 726	890 674
2	40 080	30 646	70 726	860 028
3	38 701	32 025	70 726	828 003
4	37 260	33 466	70 726	794 538
5	35 754	34 972	70 726	759 566

c) Hva er den årlige renten, i prosent, på dette lånet?

Dersom restlånet på leiligheten kommer under 60 % av leilighetens verdi, kan Sofie og Christer kontakte banken for å få en lavere årlig rente.

d) Hvor lang tid tar det før Sofie og Christer kan få en lavere årlig rente?

Oppgave 8

Da Mads og Malin ble confirmert, opprettet de hver sin konto i banken. Begge satte inn 25 000 kroner. Renten er 2,25 % per år.

a) Hvor mye vil Mads ha på kontoen 10 år etter confirmasjonen dersom han lar pengene stå urørt?
Hvor mange prosent har beløpet på kontoen hans til sammen økt i denne perioden?

Malin lar pengene stå urørt i 5 år. Så setter hun inn 25 000 kroner til på kontoen sin.

b) Hvor mye vil Malin ha på kontoen 10 år etter confirmasjonen?

Oppgave 9 (4 poeng)

Per, Pål og Espen skal låne 3 000 kroner hver. Lånene skal betales tilbake etter seks måneder. De får følgende betingelser:

- Per får tilbud om å betale tilbake 3 450 kroner etter seks måneder.
- Pål får tilbud om en månedlig rente på 2,2 %.
- Espen får tilbud om en månedlig rente på 1,8 % og et etableringsgebyr på 100 kroner.

Gjør beregninger, og avgjør hvem som får det beste tilbudet.

Løsningsforslag del 2:

$$1) 12000kr \cdot 1,045^{15} = 23223,40kr$$

Etter femten år står det 23.223,40 kr på kontoen.

- 2) a) Hvor mye vil bilen være verd om fem år?

Vekstfarten til 15 % nedgang er $1 - 0,15 = 0,85$

$$\text{Verdi om 5 år} = 250000 \cdot 0,85^5 = 110926$$

Om 5 år er bilen verd ca. 111 000 kr

- b) Hvor mye var bilen verd for fem år siden?

Vi får her følgende likning:

$$x \cdot 0,85^5 = 250000$$

$$x = \frac{250000}{0,85^5}$$

$$x = 563437$$

For 5 år siden var bilen verd ca. 563 400 kr

3)

a)

$$\text{Kilopris 1990: } \frac{31kr}{600g} \cdot 1000g = 51,67 \text{ kr}$$

$$\text{Kilopris 2012: } \frac{24kr}{350g} \cdot 1000g = 68,57 \text{ kr}$$

b)

$$\text{Endring: } 68,57kr - 51,67kr = 16,90kr$$

$$\text{Prosentvis endring: } \frac{16,90kr}{51,667kr} = 0,327 = 32,7\%$$

Alternativ utregning:

$$\text{Vekstfaktor: } \frac{68,57kr}{51,67kr} = 1,33$$

$$\text{Prosentfaktor: } 1,33 - 1 = 0,33$$

$$\text{Prosentvis endring: } 0,33 = 33\%$$

4) a) $246kr \cdot 1,10^5 = 396,2kr$

b) Total vekstfaktor: $1,10^5 = 1,610$

Prosentvis endring: $1,610 - 1 = 0,610 = 61\%$

Alternativ utregning:

Endring: $396,2kr - 246kr = 150,2kr$

Prosentvis endring: $\frac{150,2kr}{246kr} = 0,610 = 61\%$

c)

$$x \cdot 1,10^5 = 550kr$$

$$x = \frac{550kr}{1,10^5} = 341,50kr$$

Varen kostet opprinnelig 341,50kr.

Alternativ utregning:

$$550kr \cdot 1,10^{-5} = 341,50kr$$

5) a)

1. Antatt verdi av aksjene etter en måned: 10 500 kr

2. Antatt verdi av aksjene etter 1 år (12 måneder): 17 958 kr

b) Etter et år var aksjene verdt 11 406 kr

Stigning i kroner er $11\,406 - 10\,000 = 1406$

Stigning i prosent: $(1406 / 10\,000) \cdot 100\% \approx 14,1\%$

Eller: $1,05^4 \cdot 1,03^3 \cdot 0,97^5 \approx 1,141$

En vekstfaktor på 1,141 betyr en økning på 14,1 %

6)

a) etter én time?

Vekstfaktor:

$$1 - 11/100; \quad 0.89$$

$$220 \cdot 0.89; \quad 195.8$$

Det er ca. 196 mg antibiotika igjen én time etterpå.

etter åtte timer?

$$220 \cdot 0.89^8; \quad 86.605$$

Det er ca. 87 mg antibiotika igjen åtte timer etterpå.

b) andre tablett?

$$220 \cdot 0.89^8 + 220; \quad 306.605$$

Hun har ca. 307 mg i kroppen like etter at hun har tatt sin andre tablett.

tredje tablett?

$$220 \cdot 0.89^{16} + 220 \cdot 0.89^8 + 220; \quad 340.698$$

Hun har ca. 340 mg i kroppen like etter at hun har tatt sin tredje tablett.

7) a) Sofie og Christer kan låne: $\frac{230\,000 \text{ kr} \cdot 80}{20} = \underline{\underline{920\,000 \text{ kr}}}$

Her har vi gått veien om 1 prosent.

b) En verdiøkning på 7 % per år gir vekstfaktoren 1,07.

$$\text{Verdien etter 1 år: } 1\,150\,000 \text{ kr} \cdot 1,07 = \underline{\underline{1\,230\,500 \text{ kr}}}$$

Verdien etter 10 år:

$$1\,150\,000 \text{ kr} \cdot 1,07^{10} = 2\,262\,224 \text{ kr} = \underline{\underline{2\,260\,000 \text{ kr}}}$$

c) Renten for det første året utgjør 41 400 kr.

$$\text{I prosent er renten } \frac{41\,400}{920\,000} \cdot 100 \% = \underline{\underline{4,5 \%}}$$

d) Leilighetens verdi etter x år er gitt ved: $V(x) = 1\,150\,000 \cdot 1,07^x$

60 % av leilighetens verdi etter x år er da:

$$0,60 \cdot V(x) = 0,60 \cdot 1\,150\,000 \cdot 1,07^x$$

x år	$0,60 \cdot V(x)$ [kr]	Restlån [kr]
1	738 300	890 674
2	789 981	860 028
3	845 280	828 003

Etter 3 år er restlånet mindre enn 60 % av leilighetens verdi.

Sofie og Christer kan få lavere rente etter 3 år.

8) a)

Startbeløp: 25000 kr

Vekstfaktor: $100\% + 2,25\% = 102,25\% = 1,0225$

Antall år: 10

Etter 10 år: $25000 \cdot 1,0225^{10} = 31230$

Mads har 31230 kr på konto etter 10 år

Vi finner vekstfaktor:

$$\frac{31230}{25000} = 1,249 = 124,9\%$$

Økning i prosent:

$$124,9\% - 100\% = 24,9\%$$

Beløpet på konto hadde økt med 24,9% i løpet av 10 år

	1. beløp	2. beløp
År 0	25000	—
År 5	$25000 \cdot 1,0225^5$	25000
År 10	$25000 \cdot 1,0225^{10}$	$25000 \cdot 1,0225^5$

$$\begin{aligned} \text{Totalt: } & 25000 \cdot 1,0225^5 + 25000 \cdot 1,0225^{10} \\ & = 59172 \text{ kr} \end{aligned}$$

Malin vil ha 59172 kr på konto 10 år etter konfirmasjonen

Oppgave 9

Per: 3450 kr.

Pål: $3000 \cdot 1,022^6 = 3418,43$ kr.

Espen: $3000 \cdot 1,018^6 + 100 = 3438,93$ kr.

Pål fikk det beste tilbudet.