

Arbeidshefte

Funksjoner - Diverse eksamensoppgaver fra gammel reform

DEL 1 oppgaver

Oppgave 1

Deriver funksjonene

a) $f(x) = x^3 + 2x^2 - \sqrt{x}$

b) $g(x) = x^2 \cdot \ln(2x - 1)$

c) $h(x) = \frac{4x}{e^{2x}}$

Oppgave 1

Skriv så enkelt som mulig

a) $\frac{1}{x^2 - x} + \frac{1}{x^2 + x} - \frac{1}{x^2 - 1}$

b) $\frac{(\ln e^3 + 1)^2}{(e^{\ln 3} + 1)^3}$

Oppgave 1 

Funksjonen f er gitt ved

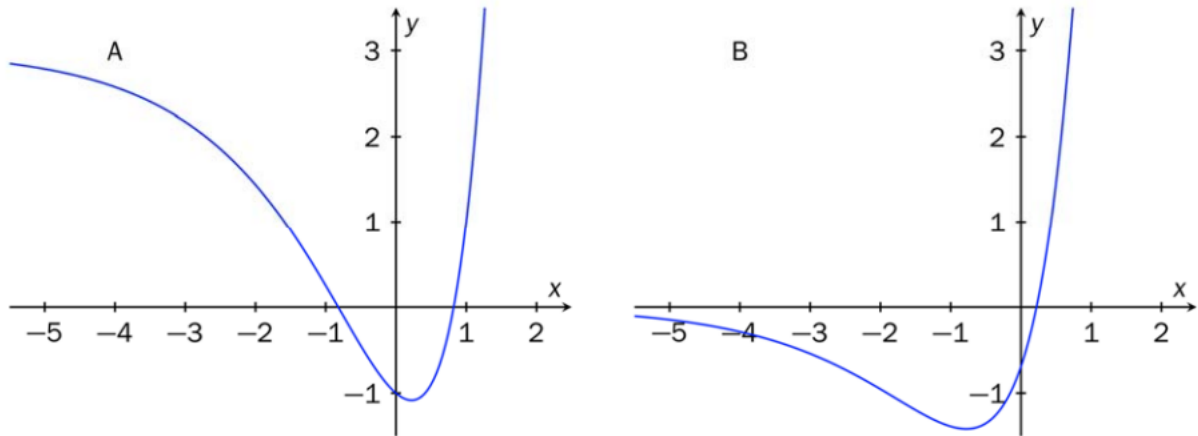
$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$$

- a) Vis at divisjonen $f(x) : (2x - 1)$ går opp.
- b) Faktoriser $f(x)$ i lineære faktorer.
- c) Løs ulikheten

$$f(x) \geq (2x - 1)(x + 2)$$

Oppgave 1 

Nedenfor ser du to grafer. Den ene grafen tilhører funksjonen f , mens den andre tilhører funksjonen f' .



- Avgjør hvilken av de to grafene som tilhører f . Gjør rede for hvordan du kom fram til svaret.
- Lag en skisse av fortegnslinjen til f'' .

Oppgave 1 

En funksjon f er deriverbar og dobbelderiverbar for alle x .

Nedenfor er det gitt noen utsagn. Skriv av utsagnene. I boksen mellom utsagnene skal du sette inn et av symbolene \Rightarrow , \Leftarrow eller \Leftrightarrow . Husk å begrunne svarene.

a) $f'(2) = 0$ Grafen til f har et toppunkt i $(2, f(2))$

b) $f'(3) = 0$ og $f''(3) > 0$ Grafen til f har et bunnpunkt i $(3, f(3))$

Oppgave 1

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x - 2, & x \leq a \\ x^2 + x + 3, & x > a \end{cases}$$

For hvilke verdier av a blir f en kontinuerlig funksjon?

Oppgave 1 

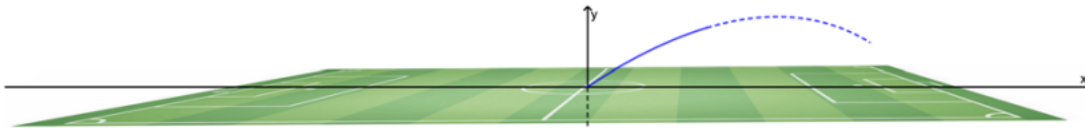
Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x - 2\ln(x^2 + 3) \quad , \quad x \in \mathbb{R}$$

- a) Vis at $g'(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 3}$
- b) Bestem x -koordinaten til eventuelle toppunkt og x -koordinaten til eventuelle bunnpunkt på grafen til g .
- c) Bestem x -koordinaten til eventuelle vendepunkt på grafen til g .

DEL 2 oppgaver

Oppgave 1



En fotballspiller tok et frispark. Han sparket ballen i retning av motstandernes mål. Ballens posisjon t sekunder etter at frisparket ble tatt, er gitt ved vektorfunksjonen

$$\vec{r}(t) = [28t - 3t^2, 10t - 5t^2]$$

Enheten langs aksene er meter.

- Bestem banefarten som ballen fikk da den ble sparket.
- Hvor lang tid tok det fra ballen ble sparket, til den traff bakken?
- Bestem ballens banefart da den var i sitt høyeste punkt.

Oppgave 1

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 4x^2 + 4x + 2$$

- Bruk graftegner til å tegne grafen til f .
- Bestem eksakte verdier for koordinatene til eventuelle toppunkt, bunnpunkt og vendepunkt på grafen til f .

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x^3 + a \cdot x^2 + 4x + 2, \quad a \in \mathbb{R}$$

- Bruk CAS til å avgjøre for hvilke verdier av a grafen til g har både et toppunkt og et bunnpunkt.

Funksjonen h er gitt ved

$$h(x) = -2x^3 + 4x + 2$$

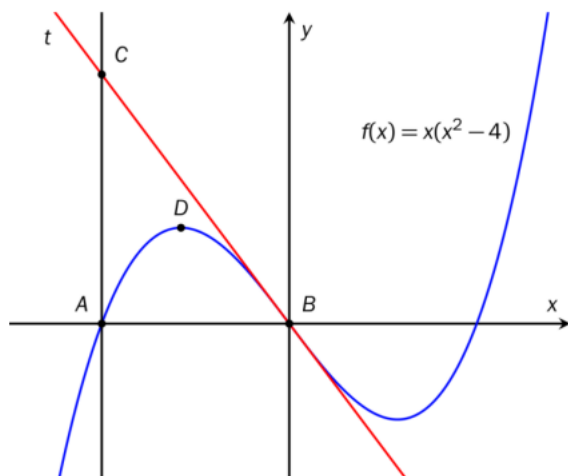
- Bruk CAS til å vise at vendepunktet på grafen til g ligger på grafen til h for alle verdier av a .

Oppgave 1

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x(x^2 - 4)$$

Skissen nedenfor viser grafen til f sammen med vendetangenten t i punktet $B(0, 0)$. Punktet A har koordinatene $(-2, 0)$. Punktet C er skjæringspunktet mellom linjen t og linjen $x = -2$. Punktet D er toppunktet på grafen til f .



- Bruk graftegner til å tegne grafen til f sammen med vendetangenten og punktene A , B , C og D .
- Bestem forholdet mellom arealene av trekantene ABC og ABD .

Vi ser nå på det generelle uttrykket

$$g(x) = x \cdot (x^2 - r^2), \quad r > 0$$

Punktene E , F , G og H er definert ved at

- E er venstre nullpunkt
 - F er origo
 - G er skjæringspunktet mellom vendetangenten og den vertikale linjen gjennom E
 - H er toppunktet på grafen til g
- Bruk CAS til å vise at forholdet mellom arealene av trekantene EFG og EFH er uavhengig av r .

Oppgave 1 

Ifølge Newtons avkjølingslov vil temperaturen T til et objekt etter t minutter være gitt ved

$$\ln(T - T_0) = -k \cdot t + r$$

hvor T_0 er romtemperaturen, og der k og r er konstanter.

I et rom med temperatur 22°C setter vi en kopp med kaffe. Ved tidspunktet $t = 0$ er temperaturen i kaffen 82°C . Etter 2 minutter er temperaturen 66°C .

Hvor lang tid tar det før temperaturen i kaffen er mindre enn 40°C ?