Arbeidshefte

Derivasjon nivå 2

Formler

$$(a \cdot x^n)' = a \cdot n \cdot x^{n-1}$$
$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$
$$(e^x) = e^x$$
$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

Produktregelen

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

Kvotientregelen

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

Kjerneregelen

$$\big(f(g(x))\big)' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Formler

$$y' = y'(x) = \frac{dy}{dx}$$

$$y'' = y''(x) = (y'(x))' = \frac{d^2y}{dx}$$

Derivasjonsregler

Formel

$$(a \cdot x^n)' = a \cdot n \cdot x^{n-1}$$

$$(\ln(x))' = \frac{1}{x}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = \ln(a) \cdot a^x$$

Oppgave 1

1) $f(x) = 2x^2$

2) $f(x) = 2x$

3) $f(x) = 5$

Oppgave 2

1) $f(x) = e^x + \ln(x)$

2) $f(x) = 3 \cdot \ln(x)$

3) $f(x) = \frac{-4}{\sqrt{x}}$

4) $f(x) = \frac{1}{x^5}$

Produktregelen

Formel

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

Oppgave 3

1) $f(x) = x^2 \cdot e^x$

2) $f(x) = 2x^3 \cdot ln(x)$

3) $f(x) = e^x \cdot (x^2 + 2)$

4) $f(x) = (x^2 + \pi)e^x$

5) $f(x) = x\sqrt{x}$

6) $f(x) = (x^2 + 3)x^3$

7) $f(x) = x \cdot (x^2 + 3)$

Kvotientregelen

Formel

[]

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

Oppgave 4

1) $f(x) = \frac{x^2}{(x+2)}$

2) $f(x) = \frac{2x^3}{e^x}$

3) $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$

4) $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x}}$

Oppgave 5

1) $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$

2) $f(x) = \frac{x^2-x-6}{x+2}$

3) $f(x) = \frac{e^x}{\ln(x)}$

4) $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$

Kjerneregelen

Formel

[]

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Oppgave 6

1) $f(x) = \ln(x^2)$

2) $f(x) = (2x)^3$

3) $f(x) = (x+2)^4$

4) $f(x) = e^{x^2}$

5) $f(x) = \sqrt{2x}$

Oppgave 7

1) $f(x) = 2\sqrt{x^3}$

2) $f(x) = (2x^2 - 4)^3$

3) $f(x) = (x^2 - 4x + 3)^2$

4) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

5) $f(x) = \frac{2x^2}{(3x-2)^2}$

6) $f(x) = x \cdot \ln(x^2 + 3)$

Oppgave 8

1) $f(x) = x^3 - 2x + \ln(2x)$

2) $f(x) = x^4 - 4x + 17$

3) $f(x) = (1-x)^3 - \ln(1-x)$

4) $f(x) = -\ln(1-x)^2$

5) $f(x) = (3x^2+1)^5$

6) $f(x) = (x-1)^3$

Oppgave 9

1) $f(x) = (1 - \sqrt{x})^3$

2) $f(x) = (1 + x + x^2)^6$

3) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

4) $f(x) = \sqrt{2x - x^4}$

5) $f(x) = \ln(\sqrt{1 - x})$

6) $f(x) = e^{3x+1}$

Oppgave 10

1) $f(x) = e^{1-x}$

2) $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^4}$

3) $f(x) = \sqrt{x} - x - x^2$

4) $f(x) = x\sqrt{x} + x$

5) $f(x) = x(x+1)^2$

6) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^3}$

Oppgave 11

1) $f(x) = \frac{x^2}{x-4}$

2) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

3) $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

4) $f(x) = (2x - 1)^5$

5) $f(x) = e^{x+3}$

6) $f(x) = \ln x^4$

Oppgave 12

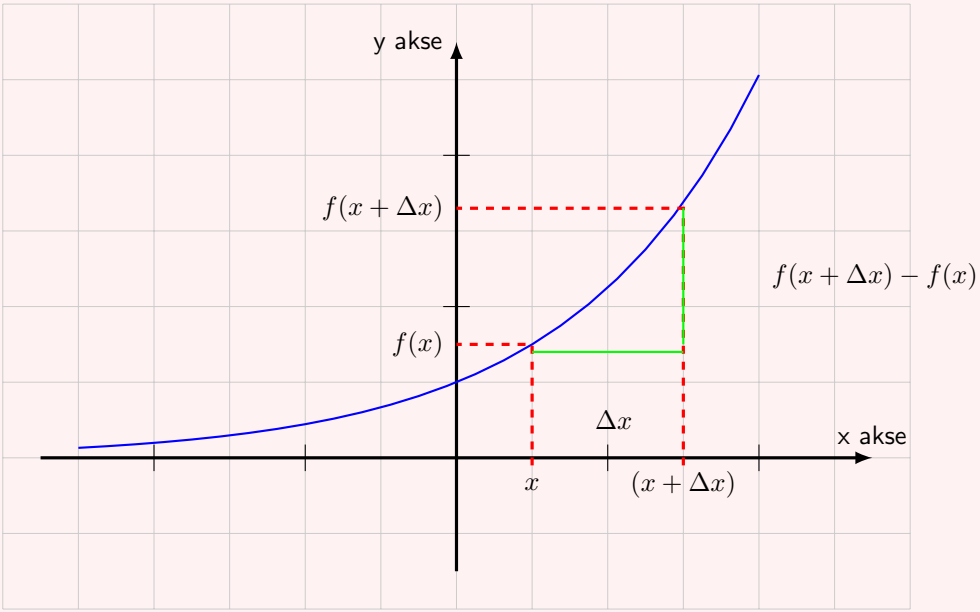
1) $f(x) = 5e^{3-8x}$

2) $f(x) = \ln x^3 - 1$

3) $f(x) = x^2 \cdot \ln x$

Definisjon av den deriverte

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



Vi kan bruke definisjonen til å derivere :

$$\begin{aligned}
f(x) &= x^2 \\
f(x+\Delta x) &= (x+\Delta x)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2 \\
f'(x) &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x^2 + 2 \cdot x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2) - (x^2)}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2x\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(2x + \Delta x)}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} 2x + \Delta x \\
&= 2x
\end{aligned}$$

Heldigvis trenger vi ikke å bruke definisjonen, vi har regler.

Bruk definisjonen til å finne den deriverte :

Oppgave 13

$f(x) = 2x$

Oppgave 14

$f(x) = x^2 + x$

Dette arbeidshefte :

Løsningsforslag :

13. januar 2024