

Eulers metode

$$f'(a) = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

Definisjon

Eulermetoden er en numerisk metode for å løse differensiallikninger.

En ukjent funksjon $y = f(x)$ er gitt ved en differensiallikning på formen $y' = g(x, y)$

Dersom vi kjenner et punkt (x_0, y_0) på funksjonen, kan vi estimere punkter på funksjonen f ved

$$y_{n+1} = y_n + g(x, y) \cdot \Delta x$$

der Δx er steglengden mellom etterfølgende x -verdier. Dersom Δx settes tilstrekkelig liten, vil vi få punkter (x_n, y_n) som ligger svært nær grafen til f .

$$x_{n+1} = x_n + \Delta x$$

$$y_{n+1} = y_n + \Delta y$$

$$y' = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\Delta y = y' \cdot \Delta x$$

$$y_{n+1} = y_n + y' \cdot \Delta x$$

Eksempel

$$y' = 10 - 0.15y$$

$$y_{n+1} = y_n + g(x_n, y_n) \cdot \Delta x$$

$$(x_0, y_0) = (0, 200)$$

$$y_{n+1} = y_n + (10 - 0.15y) \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = 2$$

$$\begin{aligned} y_1 &= y_0 + (10 - 0.15 \cdot 200) \cdot 2 \\ &= 160 \end{aligned}$$

$$(x_1, y_1) = (2, 160)$$

$$\begin{aligned} y_2 &= y_1 + (10 - 0.15 \cdot 160) \cdot 2 \\ &= 132 \end{aligned}$$

$$(x_2, y_2) = (4, 132)$$

$$y_3 = \dots$$

Oppgave

$$y' = 2x$$

$$(x_0, y_0) = (0, 5)$$

$$\Delta x = 0.1$$

Program - euler-2.py

```

1 import matplotlib.pyplot as plt
2 xStart = 0
3 xSlutt = 5
4 x = xStart
5 y = 0
6 dx = 0.1
7
8 xVerdi = []
9 yVerdi = []
10
11 while x <= xSlutt:
12     xVerdi.append(x)
13     yVerdi.append(y)
14     x = x + dx
15     y = y + 2 * x * dx
16
17 plt.plot(xVerdi, yVerdi)
18 plt.show()

```

Oppgave

$$y' = x - 3y$$

$$(x_0, y_0) = (0, 5)$$

$$\Delta x = 0.1$$

Her har jeg opprettet arrays med null-verdier for x- og y-verdier.

Program - euler-1.py

```

1 from pylab import zeros, plot, show
2 n = 100          #Antall punkter
3
4 x = zeros(n)    #Array for x-data
5 y = zeros(n)    #Array for funksjonsverdier
6
7 x[0] = 0        #Starter ved x=0
8 y[0] = 5        #Funksjonsverdi ved x=0
9 dx = 10/n      #Steglengde delta x
10
11 for i in range(n-1):
12     x[i+1] = x[i] + dx
13     y[i+1] = y[i] + (x[i]-3*y[i])*dx
14
15 plot(x, y)
16 show()

```

Oppgave

$$y' = k \cdot y$$

$$(x_0, y_0) = (0, 5)$$

$$\Delta x = 0.1$$

Program - euler-3.py

```

1 import matplotlib.pyplot as plt
2 xStart = 0
3 xSlutt = 5
4 x = xStart
5 y = 1
6 dx = 0.1
7 k = 0.8
8
9 xVerdi = []
10 yVerdi = []
11
12 while x<=xSlutt:
13     xVerdi.append(x)
14     yVerdi.append(y)
15     x = x + dx
16     y = y+k*y*dx
17
18 plt.plot(xVerdi, yVerdi)
19 plt.show()

```

Oppgave

$$y' = k \cdot y(1 - y/B)$$

$$(x_0, y_0) = (0, 5)$$

$$\Delta x = 0.1$$

Program - euler-4.py

```

1 import matplotlib.pyplot as plt
2 xStart = 0
3 xSlutt = 10
4 x = xStart
5 y = 1
6 dx = 0.1
7 k = 0.8
8 B = 5
9
10 xVerdi = []
11 yVerdi = []
12
13 while x<=xSlutt:
14     xVerdi.append(x)
15     yVerdi.append(y)
16     x = x + dx
17     y = y+k*y*(1-y/B)*dx
18
19 plt.plot(xVerdi, yVerdi)
20 plt.show()

```