Arbeidshefte

Grenseverdier

Definisjon - Grenseverdi

La f være en funksjon og L et tall.

Dersom $f(x) \to L$ når $x \to a$, kaller vi L for grenseverdien til $f(x)$ når x går mot a . Med symboler skriver vi

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

Hvis $f(x)$ ikke nærmer seg noe bestemt tall når $x \to a$, sier vi at grenseverdien $\lim_{x \to a} f(x)$ ikke eksisterer.

lim er forkortelse for limes som betyr grense på latin.

Grenseverdisetningene

Anta at $\lim_{x \to a} f(x) = K$ og $\lim_{x \to a} g(x) = L$

Da er :

$\lim_{x \to a} [f(x) \pm g(x)] = K \pm L$

$\lim_{x \to a} [f(x) \cdot g(x)] = K \cdot L$

$\lim_{x \to a} [\frac{f(x)}{g(x)}] = \frac{K}{L}$

Grenseverdien til en polynomfunksjon

Formel

Grenseverdien til en polynomfunksjon f(x), når x går mot en bestemt verdi :

$$\lim_{x->a} f(x) = f(a)$$

Eksempel

Dersom det er mulig kan vi bare sette inn grensen i uttrykket :

$$\lim_{x\to 1}(2x+3) = 2 \cdot 1 + 3 = 5$$

Oppgave 1

1) $\lim_{x\to 2}(x+1) =$

2) $\lim_{x\to -3}(2x-1) =$

3) $\lim_{x\to -1}(x^2+1) =$

4) $\lim_{x\to 1}(x^2-1) =$

5) $\lim_{x\to 4}(x^2-3x+3) =$

6) $\lim_{x\to 3}\frac{x+5}{x-1} =$

Geogebra CAS : Grenseverdi(x+1, 2) → 3

Grenseverdien til en rasjonal funksjon

Formel

Grenseverdien til en rasjonal funksjon der både teller og nevner er null, finner vi ved å faktorisere teller og nevner og forkorte brøken.

Eksempel

Dersom vi får null i nevneren kan vi ikke sette inn grensen direkte.
Noen ganger kan vi omforme uttrykket : $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2-x}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{x(x-1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} x = 1$

Oppgave 2

1) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-1} =$

2) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{3x^2-12}{x-2} =$

3) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{2x^2-2}{x+1} =$

4) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2-5x+4}{x^2+2x-3} =$

5) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{2x-4}{x^2-2x} =$

Grenseverdi null

Formel

Dersom telleren går mot null og nevner ikke går mot null, er grenseverdien null.

Eksempel

$\lim\limits_{x \to 1} \frac{x-1}{x+2} = \frac{0}{3} = 0$

Oppgave 3

1) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x-3}{x-1} =$

2) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2-5x+4}{x^2+2x+3} =$

3) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{2x-4}{x^2+2x} =$

Ingen grenseverdi

Formel

Dersom nevner går mot null og teller ikke går mot null, finnes ingen grenseverdi.

Eksempel

$\lim\limits_{x \to -1} \frac{x+3}{x+1} ='' \frac{4}{0}'' = \infty$

Oppgave 4

1) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x-3}{x-1} =$

2) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2+5x}{x^2+2x-3} =$

3) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{2x+4}{x^2-2x} =$

Oppgave 5

Finn grenseverdiene hvis de eksisterer.

1) $\lim\limits_{x \to 1} (2x^2 + 3x + 4) =$

2) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x+2}{(x-2)^3} =$

3) $\lim\limits_{x \to -\infty} 3 - \frac{4}{x-3} =$

4) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{3x^3-2x+8}{5x^3+x^2-7} =$

5) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^2-2x}{x^3+x^2+6x} =$

6) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-2x}{x^3+x^2+6x} =$

7) $\lim\limits_{x \to -3} \frac{2x^2+2x-12}{4x+12} =$

Dette arbeidshefte :

Løsningsforslag :

13. januar 2024