

Arbeidshefte

Grenseverdier

Definisjon - Grenseverdi

La f være en funksjon og L et tall.

Dersom $f(x) \rightarrow L$ når $x \rightarrow a$, kaller vi L for grenseverdien til $f(x)$ når x går mot a . Med symboler skriver vi

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Hvis $f(x)$ ikke nærmer seg noe bestemt tall når $x \rightarrow a$, sier vi at grenseverdien $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ikke eksisterer.

lim er forkortelse for limes som betyr grense på latin.

Grenseverdisetningene

Anta at $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = K$ og $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$

Da er :

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = K \pm L$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = K \cdot L$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{K}{L}$$

Grenseverdien til en polynomfunksjon

Formel

Grenseverdien til en polynomfunksjon $f(x)$, når x går mot en bestemt verdi :

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Eksempel

Dersom det er mulig kan vi bare sette inn grensen i uttrykket :

$$\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 3) = 2 \cdot 1 + 3 = 5$$

Oppgave 1

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} (x + 1) =$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -3} (2x - 1) =$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + 1) =$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1) =$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 4} (x^2 - 3x + 3) =$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+5}{x-1} =$$

Geogebra CAS : Grenseverdi($x+1$, 2) → 3

Grenseverdien til en rasjonal funksjon

Formel

Grenseverdien til en rasjonal funksjon der både teller og nevner er null, finner vi ved å faktorisere teller og nevner og forkorte brøken.

Eksempel

Dersom vi får null i nevneren kan vi ikke sette inn grensen direkte.

Noen ganger kan vi omforme uttrykket : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} x = 1$

Oppgave 2

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} =$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 12}{x - 2} =$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 2}{x + 1} =$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 2x - 3} =$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 4}{x^2 - 2x} =$$

Grenseverdi null

Formel

Dersom telleren går mot null og nevner ikke går mot null, er grenseverdien null.

Eksempel

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x+2} = \frac{0}{3} = 0$$

Oppgave 3

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x-1} =$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-5x+4}{x^2+2x+3} =$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{x^2+2x} =$$

Ingen grenseverdi

Formel

Dersom nevner går mot null og teller ikke går mot null, finnes ingen grenseverdi.

Eksempel

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+3}{x+1} ='' \frac{4}{0}'' = \infty$$

Oppgave 4

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x-1} =$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+5x}{x^2+2x-3} =$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+4}{x^2-2x} =$$

Oppgave 5

Finn grenseverdiene hvis de eksisterer.

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + 3x + 4) =$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{(x-2)^3} =$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \frac{4}{x-3} =$$

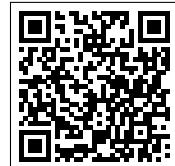
$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x + 8}{5x^3 + x^2 - 7} =$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{x^3 + x^2 + 6x} =$$

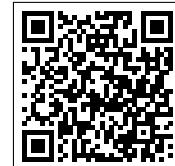
$$6) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^3 + x^2 + 6x} =$$

$$7) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 2x - 12}{4x + 12} =$$

Dette arbeidshefte :



Løsningsforslag :



13. januar 2024