Arbeidshefte
Omvendte funksjoner
Derivasjon

$$f^{-1}(f(x)) = x$$

D

en deriverte av den omvendte funksjonen

$$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))}$$

Eksempel

Vi kan ikke alltid finne det generelle uttrykket til $g'(x)$, men vi kan finne en bestemt verdi.
Vi ønsker å finne $g'(-12)$.

$$\begin{aligned}
f(x) &= e^x + \frac{1}{3}x^3 + 9x - 13 && (1)\\
f'(x) &= e^x + (x-3)^2 && (2)\\
g'(-12) &= ? && (3)\\
f(0) &= -12 && (4)\\
g(-12) &= 0 && (5)\\
g'(-12) &= \frac{1}{f'(g(-12))} && (6)\\
&= \frac{1}{f'(0)} && (7)\\
&= \frac{1}{e^0 + (0-3)^2} && (8)\\
&= \frac{1}{10} && (9)
\end{aligned}$$

(2) finner den deriverte, alltid positiv, altså strengt voksende for alle verdier av x
(4) for å finne $g(-12)$ finner vi $f(x) = -12$
(5-9) bruker formelen

Oppgave 1

$f(x) = x^2 - 6x - 1\ ,\ x \geq 3$, finn $g'(-6)$

Oppgave 2 ✎

$$f(x) = x^3 + x + 1$$

1. Vis at det finnes en omvendt funksjon g til $f(x)$.
2. Finn $g'(3)$

Oppgave 3

$$f(x) = \frac{2}{5}x + 3$$

Finn stigningstallet for grafen til den inverse funksjonen g til funksjonen f.

Oppgave 4

Bestem den deriverte til den inverse funksjonen til $f(x) = x^2$, $D_f = [0 \leftarrow\rightarrow\rangle$, på 2 ulike måter.

Oppgave 5

$$f(x) = \ln(2x - 3)$$

Finn $g'(1)$ på 2 ulike måter.

Litt mer mengdetrening

Oppgave 6

Finn den omvendte funksjonen.

1) $f(x) = x + 1$

2) $f(x) = 2x + 4$

3) $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$

Oppgave 7

Finn den omvendte funksjonen.

1) $f(x) = x^2 + 2x - 5$

2) $f(x) = 2x^2 + 3\ ,\ x > 0$

3) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Oppgave 8

Finn den omvendte funksjonen.

1) $f(x) = x^2 + 1\ ,\ x > 0$

2) $f(x) = x^2 - 4x$

3) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

Dette arbeidshefte :

Løsningsforslag :

01/03/24