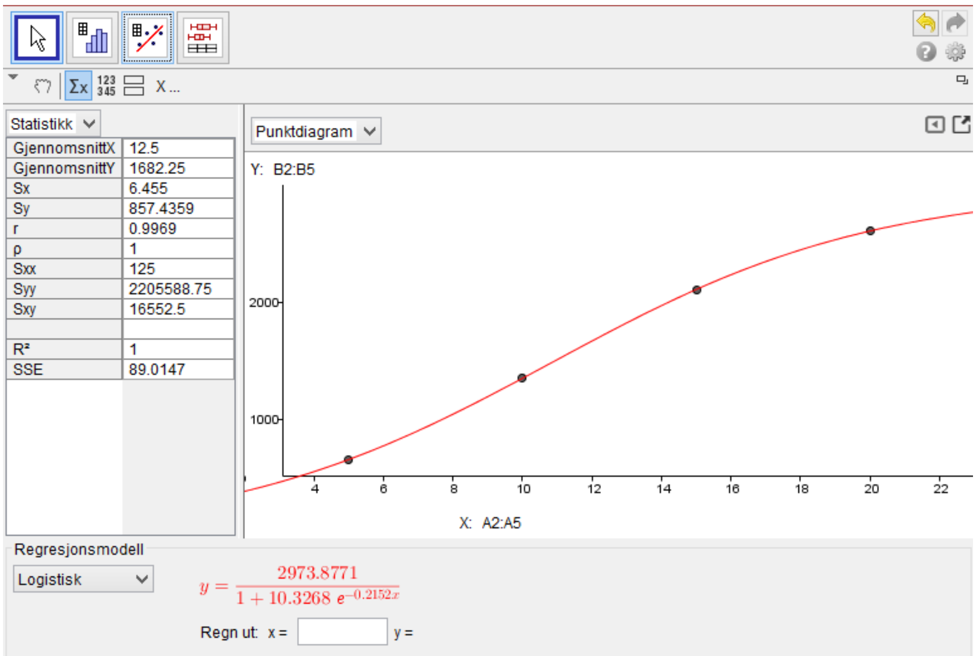
Huskeliste GeoGebra R1

Regresjon – finn en modell:

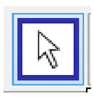
1. Velg «Vis» og «Regneark
2. Sett inn tabellen fra oppgaven. Er det kun to kolonner i tabellen må den føres nedover for at GeoGebra skal skille hva som er x og y.
3. Inneholder tabellen *årstall* tilsvarer det første året $x = 0$ (eller det som står oppgitt i oppgaven)

4. Marker verdiene dine og velg Regresjonsanalyse . (Samme meny som )
5. Velg Analyser og prøv deg så fram med regresjonsmodell om det ikke er oppgitt. Trykk på ∑X for å vise statistikk- R^2 skal være så nær 1 som mulig for at kurven skal være en bra tilpasning (bruk samtidig fornuften i praktiske tilfeller).



6. Ber oppgaven bare om uttrykket holder det å klippe ut et utsnitt fra regresjonsanalysen.
7. Ber oppgaven deg om å tegne grafen bør du definere den i CAS.

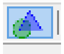
<u>Flytte tabellen fra regneark til grafikkfelt:</u>

1. Marker verdiene (eventuelt også tekst hvis du har dette).
2. Høyreklikk – velg: «Lag» og «Tabell».
3. Tabellen kommer nå opp i grafikkfeltet og du kan flytte på den  med

Vise formler i regnearket:

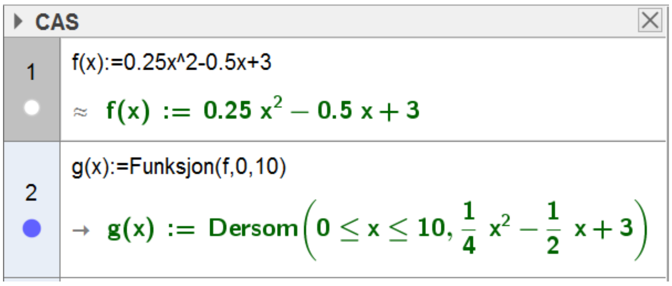
1. Du kan skriver formler i GeoGebra sitt regneark akkurat som i Excel ved å skrive = foran uttrykket ditt
2. For å vise formler trykker du Ctrl+D i Windows og cmd+D på Mac

Sette navn på akser:

1. Høyreklikk i grafikkfeltet og velg «grafikkfelt» nederst i menyen
2. Du får nå opp en meny med innstillinger, ved å trykke på symbolene øverst kan du nå velge «egenskaper», «grafikkfelt», osv.
3. Velger du  får du innstillinger til grafikkfeltet.
4. Velg fanen x-akse, skriv inn navn og så gjenta dette for y-akse.

CAS:

Definere funksjoner:



1. I CAS kan du skrive **f(x):=** som vist i linje 1. Bruk samme navn på funksjonen som oppgaven viser, eller velg passende bokstav om det ikke er oppgitt.

2. Er det gitt definisjonsområde i oppgaven ($x\epsilon[x_1, x_2]$) kan du etterpå bruke Funksjon(funksjon, start, slutt) for at grafen kun skal vises innenfor det gyldige området. Marker denne med blå prikk og fjern den andre. Den første kan du da bruke videre i beregninger.

3. Flytt funksjonsuttrykket over til grafikkfeltet ved å dra uttrykket fra algebrafeltet til grafikkfeltet med .

ByttUt:

1. For å bytte ut en størrelse i en allerede definert funksjon: «ByttUt[uttrykk, fra, til]».
2. For å bytte ut flere størrelser: «ByttUt(uttrykk, liste med forandringer)».

Løse ligninger:

Én ukjent: Løs(likning, variabel) eller skriv uttrykk og velg x= x≈

Likningssett:

En tredjegradsfunksjon f er gitt ved

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 64$$

- Punktet $(-8, 0)$ er et toppunkt på grafen til f.
- Den gjennomsnittlige vekstfarten til f i intervallet $[0, 5]$ er $\frac{64}{5}$.

Bestem a, b og c.

CAS

1	f(x):=a*x^3+b*x^2+c*x-64 → $f(x) := a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x - 64$
2	f'(x):=Derivert(f) → $f'(x) := 3\,a\,x^2 + 2\,b\,x + c$
3	f'(-8)=0 → $192\,a - 16\,b + c = 0$
4	(f(5)-f(0))/5=64/5 → $25\,a + 5\,b + c = \frac{64}{5}$
5	f(-8)=0 → $-512\,a + 64\,b - 8\,c - 64 = 0$
6	{$3, $4, $5} Løs: $\left\{\left\{a = \frac{1}{5}, b = \frac{11}{5}, c = \frac{-16}{5}\right\}\right\}$
7	F(x):=ByttUt(f, {a=1/5,b=11/5,c=-16/5}) → $F(x) := \frac{1}{5}\,x^3 + \frac{11}{5}\,x^2 - \frac{16}{5}\,x - 64$

Linje 1: Definerer funksjonsuttrykket
Linje 2: Definerer den deriverte.

Linje 3: Bruker så opplysningen om at den deriverte i x=-8 er et toppunkt så den deriverte er lik null, dette blir likning 1.

Linje 4: Bruker opplysningen om gjennomsnittlig vekst til å lage likning 2.

Linje 5: Bruker punktet (-8,0) til å lage likning 3.

Linje 6: Markerer linjenummerne og trykker på x= x≈. Får da løsning på likningssettet. Dette er svaret på oppgaven. Trenger du å finne det endelige funksjonsuttrykket kan du bruke «ByttUt(Uttrykk, Liste med forandringer)».

Nullpunkter:

Løs likningen $f(x) = 0$ med «Løs(likning, variabel) eller x= x≈

Derivert:

$f'(x) := Derivert(f)$

Topp/bunnpunkter:

1. Definer den deriverte og løs likningen $f'(x) = 0$. Sett inn x-verdier større enn og mindre enn løsningen for å «tegne» fortegnslinje.
2. Eventuelt: Ekstremalpunkt[Funksjon, start, slutt] eller Ekstremalpunkt[polynom] Sjekk at GeoGebra finner alle punktene!

Vendepunkt:

1. Definer den andrederiverte: $f''(x) := Derivert(f')$
2. Løs likningen $f''(x) = 0$
3. Sjekk krumningen ved å sette inn x-verdier større enn og mindre enn løsningen i den andrederiverte. Husk at det må være fortegnskifte for å ha et vendepunkt.
4. Eventuelt: Vendepunkt[polynom]

Tangent til et punkt på grafen/momentan vekst:

1. Marker punktet ved å skrive koordinatene i CAS, (x, y)
2. Tangent[punkt, funksjon]
3. Skal du finne momentan vekst - gjør om likningen til lineær form og les av stigningstall.

Gjennomsnittlig vekst:

1. Definer funksjonen og skriv utregning direkte i CAS: $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$
2. Grafisk: Tegn punkter for x-verdiene du har oppgitt ved å skrive koordinatene i CAS, (x, y). Tegn linje mellom punktene og les av stigningstall.

Sum:

Blir du bedt om å finne samlet verdi eller sum over en periode kan du enten bruke «Sum» eller integral; dette er det samme som å finne areal under graf: Integral[Funksjon, start, slutt]

Optimering i økonomi(eksempel):

$$I(p) = -1{,}5p^2 + 270p$$

$$K(p) = 3p^2 - 36p + 900$$

Bruk CAS og finn den prisen som gir størst overskudd. Hvor stort er overskuddet da?
Løsning:

Definerer funksjonene I(p) og K(p) med kolon før likhetstegnet. Definerer overskuddsfunksjonen som I(p)-K(p), bruker kolon her også for å kunne bruke funksjonen senere i utregninger.

Finner det største overskuddet når O’(p)=0, da er I’(p)=K’(p), grensekostnad lik grenseinntekt. Se linje 4. Overskuddet er størst når prisen er 34 kroner, finner da overskuddet ved O(34) i linje 5.

1	I(p):=-1.5p^2+270p → $\mathbf{I(p) := -\frac{3}{2}\,p^2 + 270\,p}$
2	K(p):=3p^2-36p+900 → $\mathbf{K(p) := 3\,p^2 - 36\,p + 900}$
3	O(p):=I(p)-K(p) → $\mathbf{O(p) := -\frac{9}{2}\,p^2 + 306\,p - 900}$
4	Løs[I'(p)=K'(p)] → $\mathbf{\{p = 34\}}$
5	O(34) → $\mathbf{4302}$

Ved innlevering:

- Sjekk at du har navn på aksene der det er naturlig (praktiske eksempler)
- Skriv kort hvilke kommandoer/snarveier du har brukt(regresjon, topp/bunnpunkt)
- Øk skriftstørrelsen før du eksporterer/tar utklipp, da blir tallene tydeligere når du kopierer inn i Word. *Innstillinger – skriftstørrelse – 16pt (eller større)*
- Flytt grafikkfeltet slik at kun definisjonsområdet synes før du eksporterer.