

Arbeidshefte

Modellering Differensiallikninger 1

Oppgave 1

Bruk Python til å tegne grafene til disse uttrykkene.
Dersom ikke annet er oppgitt er origo startpunktet.

1) $y' = 2$

2) $y' + 2y = 0$, $y(0) = 10$

3) $4y' + 12y = 0$

4) $y' - 2y = 6$

5) $y' + y = x$

6) $y' - xy = 6x$

7) $y' + 2y = 8x^2$

8) $y' + 2xy = x$

9) $y' + 2y = 0$, $y(0) = 2$

10) $y' - 4y = 0$, $y(0) = 10$

11) $y' + y = 1$, $y(0) = 4$

12) $y' + (\cos x) \cdot y = 0$, $y(0) = 4$

13) $y' + 2xy = 0$

14) $y' + \sin x \cdot y = 0$

15) $x^2y' + y = 0$

16) $xy' = (x + 2)y$

17) $4yy' - e^x = 0$

18) $y' = 2y(1 - \frac{y}{10})$

19) $xy = (-1 - x^2)y'$, $y(0) = 10$

Oppgave 2

I et land er folketallet 20 mill., og vokser med 3 % pr. år.

- Skisser grafen til denne utviklingen
- Hva blir folketallet etter 20 år?

Oppgave 3

I et land er folketallet 20 mill., og vokser med 3 % pr. år.

I tillegg er netto utflytting 120.000 personer pr. år.

- Finn folketallet y i millioner etter t år med denne modellen.
- Hva blir nå folketallet etter 20 år?

Oppgave 4

En innsjø inneholder $10\,000\,000\text{ m}^3$ rent vann. Fra innsjøen renner det ut en elv med vannføring på $10\,000\text{ m}^3$ pr. døgn. Tilsiget er tilsvarende med rent vann, så vannmengden i innsjøen er konstant. En bedrift slipper ut 2 tonn av et kjemisk stoff i innsjøen. Stoffet fordeler seg jevnt i vannet.

- Finn et uttrykk for mengden kjemisk stoff i vannet.
- Hvor lang tid tar før det er mindre enn 0,5 tonn gift i vannet?

Oppgave 5

En beholder inneholder i utgangspunktet 200 liter rent vann. Det renner ut 2 liter pr. minutt, og det renner inn 2 liter pr. minutt. Vannet som renner inn inneholder 5 gram salt pr. liter. Vi kaller den totale saltmengden for y .

- Sett opp et uttrykk for endringen av saltmengden i vannet.
- Løs differensiallikningen og finn et uttrykk for saltmengden.
- Hva vil skje over tid?

Oppgave 6

En kommune har 6500 innbyggere. Befolkningen øker ved fødsler 1,2 % pr år, og minker ved dødsfall 1,9 % pr. år. Netto fraflytting er 25 personer pr. år.

- Finn et uttrykk for befolkningen i kommunen.
- Hva er befolkningen etter 10 år?

Oppgave 7

En bakteriekultur inneholder 10 000 bakterier. Vekstfarten målt i bakterier pr. time er 20%.

- Finne et funksjonsuttrykk som viser antall bakterier etter t timer.
- Vekstfarten avtar gradvis når antall bakterier nærmer seg 100 000. Bakterieantallet etter t timer = y . Finne et funksjonsuttrykk som viser antall bakterier etter t timer.

Oppgave 8

Antall harer på et område er 10 stk, utviklingen av antall harer følger en logistisk modell. Bæreevnen er 500 individer og proporsjonalitetskonstanten er $k=0,0001$. $N(t)$ er antall harer etter t år.

Endringen i antall :

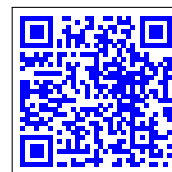
$$N'(t) = 0,0001N(500 - N)$$

- Finne en funksjon som viser utviklingen i harepopulasjonen.
- Hvor mange harer er det etter 10 år?

Dette arbeidshefte :



Løsningsforslag :



18/03/24