Arbeidshefte

Rekker
Induksjonsbevis - 1

En påstand inneholder et naturlig tall n.

P(1) : Vis at formelen er gyldig for $n = 1$.

P(n) : Dette er påstanden (formelen) som vi antar er sann.

P(n+1) : Vis at dersom P(n) er sann så er også P(n+1) sann..

Da er påstanden sann for alle $n \in N$

Eksempel

Vis ved induksjon at $1+2+3+...+n = \frac{(n+1)n}{2}$ for alle $n \in N$.
$P(1)$:

$$\begin{aligned}
\text{Venstre side} &= 1 \\
\text{Høyre side} &= \frac{(1+1)\cdot 1}{2} \\
&= \frac{2}{2} \\
&= 1
\end{aligned}$$

Høyre side = Venstre side , altså er formelen gyldig for n=1

$P(n) : 1+2+3+...+n = \frac{(n+1)n}{2}$ for alle $n \in N$.
Denne antas sann.

$P(n+1)$:

$$\begin{aligned}
\text{Venstre side} &= 1+2+3+...+n+(n+1) \\
&= \frac{(n+1)n}{2} + (n+1) \\
&= \frac{n(n+1)+2(n+1)}{2} \\
&= \frac{(n+1)(n+2)}{2} \\
\text{Høyre side} &= \frac{((n+1)+1)(n+1)}{2} \\
&= \frac{(n+2)(n+1)}{2}
\end{aligned}$$

Høyre side = Venstre side , da har vi bevist at denne formelen er gyldig for alle positive heltallige verdier av n.

■

Oppgave 1

Vis ved induksjon at $1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n - 1) = n^2$ for alle $n \in N$.

Oppgave 2

Vis ved induksjon at $1 + 3 + 9 + ... + 3^{n-1} = \frac{3^n - 1}{2}$

Oppgave 3

Vis ved induksjon at $2 + 4 + 8 + 16 + ... + 2^n = 2^{n+1} - 2$

Oppgave 4

Vis ved induksjon at $1+4+9+...+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Dette arbeidshefte :

Løsningsforslag :

14. januar 2024