

# Arbeidshefte

## Rekker Induksjonsbevis - 1

En påstand inneholder et naturlig tall  $n$ .

$P(1)$  : Vis at formelen er gyldig for  $n = 1$ .

$P(n)$  : Dette er påstanden (formelen) som vi antar er sann.

$P(n+1)$  : Vis at dersom  $P(n)$  er sann så er også  $P(n+1)$  sann..

Da er påstanden sann for alle  $n \in \mathbb{N}$

## Eksempel

Vis ved induksjon at  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{(n+1)n}{2}$  for alle  $n \in \mathbb{N}$ .

$P(1)$  :

$$\text{Venstre side} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{Høyre side} &= \frac{(1+1) \cdot 1}{2} \\ &= \frac{2}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Høyre side = Venstre side , altså er formelen gyldig for  $n=1$

$P(n)$  :  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{(n+1)n}{2}$  for alle  $n \in \mathbb{N}$ .

Denne antas sann.

$P(n+1)$  :

$$\text{Venstre side} = 1 + 2 + 3 + \dots + n + (n+1)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(n+1)n}{2} + (n+1) \\ &= \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} \\ &= \frac{(n+1)(n+2)}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Høyre side} &= \frac{((n+1)+1)(n+1)}{2} \\ &= \frac{(n+2)(n+1)}{2} \end{aligned}$$

Høyre side = Venstre side , da har vi bevist at denne formelen er gyldig for alle positive heltallige verdier av  $n$ .



## Oppgave 1

Vis ved induksjon at  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$  for alle  $n \in \mathbb{N}$ .

## Oppgave 2

Vis ved induksjon at  $1 + 3 + 9 + \dots + 3^{n-1} = \frac{3^n - 1}{2}$

### Oppgave 3

Vis ved induksjon at  $2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 2$

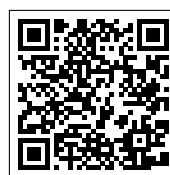
## Oppgave 4

Vis ved induksjon at  $1 + 4 + 9 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Dette arbeidshefte :



Løsningsforslag :



14. januar 2024