

Arbeidshefte

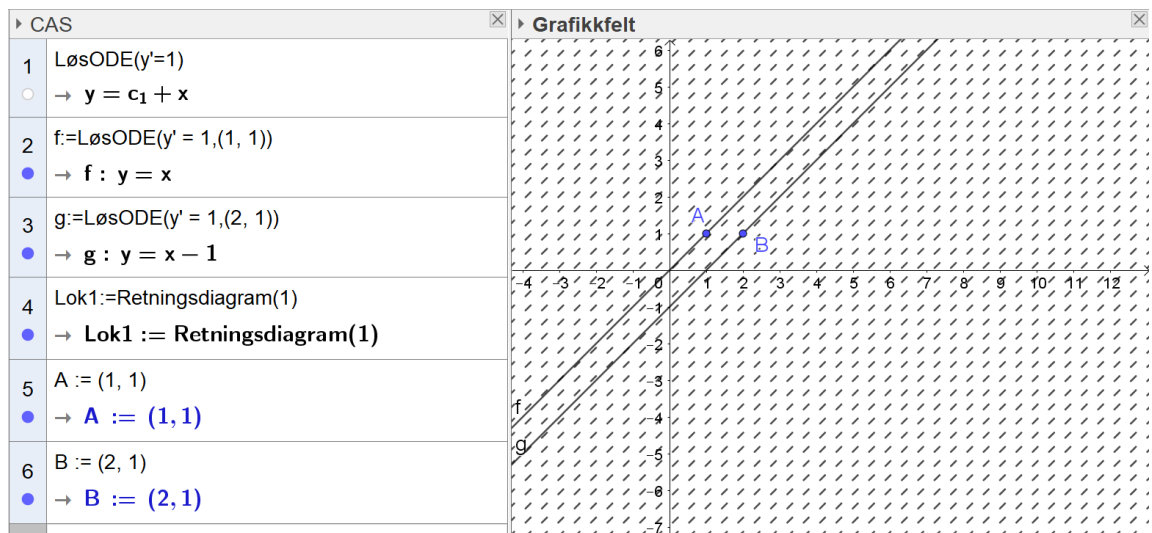
Retningsdiagram

Et retningsdiagram er små linjestykker som viser veksten i punktene. Vi vil altså ikke kunne tegne en graf ut fra retningsdiagrammet, men få et inntrykk av hvordan grafen endrer seg avhengig av verdien til C.

Tegne retningsdiagram i Geogebra

Eksempel

- 1) Vi løser differensiallikningen $y' = 1$ og får den generelle løsningen $y=x+C$. Veksten vil her være 1 i alle punktene fordi $y' = 1$ er hverken avhengig av x eller y .
- 2) Setter inn initialbetingelsene (1,1) og får løsningen $y = x$
- 3) Løser samme med initialbetingelsene (2,1) og får løsningen $y = x - 1$
- 4) tegner retningsdiagram for $y'=1$, og ser at veksten er 1 i alle punktene.

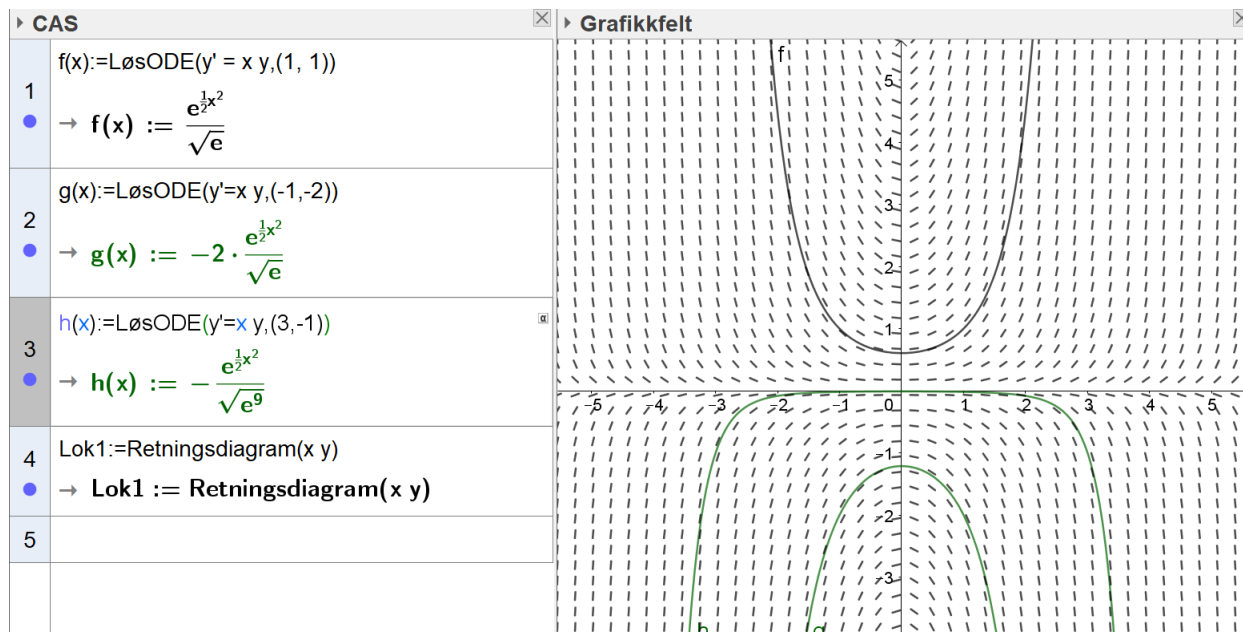


Eksempel

Her har vi løst en differensiallikning med 3 ulike punkter som initialbetingelser.

Vi ser at grafen endrer seg avhengig av valg av initialbetingelser. Ved å tegne et retningsdiagram kan vi se hvordan grafen endres.

Retningsdiagrammet viser ikke kurvene, det viser små tangenter som viser veksten (y') i de ulike punktene.



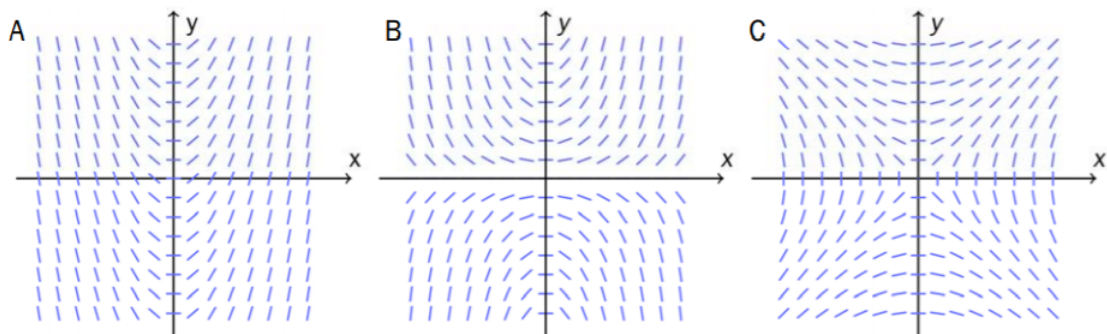
Eksamen R2 Vår 2019 - del 1

Oppgave 7 (3 poeng)

Nedenfor har vi tegnet retningsdiagrammene til differensiallikningene

$$1) y' = \frac{x}{y} \qquad 2) y' = x \cdot y \qquad 3) y' = 2x$$

Argumenter for hvilket av retningsdiagrammene som hører til hver av de tre differensiallikningene.

**Løsningsforslag**

Vi starter med å se på 3) $y' = 2x$, fordi der er veksten (y') kun avhengig av x -verdien. Det betyr at dersom vi velger en x -verdi så vil veksten være lik for alle y -verdier. Hvis vi ser på diagram A og velger en x -verdi så ser vi at veksten er lik for alle y -verdier, det er den ikke i de to andre diagrammene. Altså er 3) likningen som passer til diagram A.

Hvis vi ser på 1) der veksten er kvotienten av x og y så vet vi at dersom $x=y$ så vil veksten være 1, dersom verdien er lik med ulikt fortegn så vil veksten være -1. Dette stemmer med diagram C, og ikke med de to andre.

Vi ser så på 2), egentlig så vet vi at dette må stemme med diagram B. Dersom enten x eller y er null så vil veksten være null. Dette stemmer godt med diagram B der tangentene er horisontale på begge aksene, altså vekst=0.

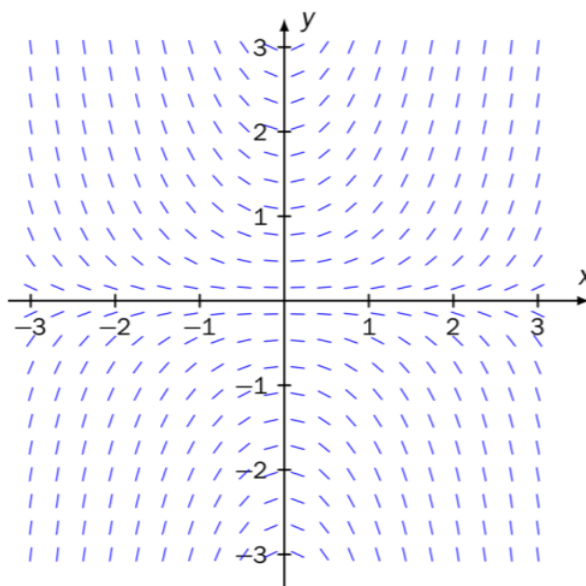
Eksamen R2 Høst 2018 - del 1

Oppgave 6 (4 poeng)

Retningsdiagrammet på figuren tilhører én av differensiallikningene nedenfor.

- 1) $y' = x + y$
- 2) $y' = \frac{x}{y}$
- 3) $y' = x \cdot y$

- a) Avgjør hvilke to av de tre differensiallikningene som ikke kan ha et slikt retningsdiagram.
- b) Løs differensiallikningen du mener retningsdiagrammet tilhører.



Løsningsforslag

Likning 1) $y' = x + 1$ vil gi positiv vekst når både x og y er positive, dette passer med diagrammet. Hvis både x og y er negative vil veksten være negativ, i diagrammet er veksten positiv i hele 3.kvadrant, altså passer ikke 1) til diagrammet.

Vi ser på likning 2) for her vet vi at når $x=y$ så vil veksten være 1. Hvis vi ser langs linja $y=x$ i diagrammet så stemmer ikke dette, altså er det ikke 2).

Vi vet nå at det er 3) som passer til diagrammet, men vi kan se på den også. Likningen $y' = x \cdot y$ vil ha økende vekst dersom vi velger en verdi for x -verdi og lar y -verdien bli større, dette stemmer. Det samme gjelder dersom vi velger en y -verdi og lar x -verdien øke, da øker også veksten. Vi ser også at dersom x eller y er null vil veksten være null.