

Arbeidshefte

Romgeometri - Eksamensoppgaver

DEL 1 - oppgaver

Oppgave 1 - Eksamen V2016 R2 Del 1 Oppgave 7

Punktene $A(1, -4, 1)$ og $B(3, 0, 5)$ ligger i planet α .

Vektoren $\vec{n}_\alpha = [k, 1, -k]$ står normalt på α for en bestemt verdi av konstanten k .

- Vis at planet α er gitt ved $2x + y - 2z + 4 = 0$
- Planet α skjærer z-aksen i punktet C. Bestem koordinatene til C.
- Bestem volumet av pyramiden ABCO, der O er origo.
- En kule har sentrum i origo og tangerer planet α i et punkt P. Bestem koordinatene til punktet P.

Oppgave 2 - Eksamen H2015 R2 Del 1, Oppg.5

En kuleflate er gitt ved likningen

$$x^2 - 2x + y^2 + 6y + z^2 - 4z - 11 = 0$$

- Vis at punktet $P(4, 1, 2)$ ligger på kuleflaten.
- Bestem sentrum og radius til kulen.
- Bestem en likning for tangentplanet til kulen i punktet P.

Oppgave 3 - Eksamen H2015 R2 Del 1, Oppg.7

Punktene $A(1, 2, -2)$, $B(2, -3, 4)$ og $C(-2, 3, 1)$ er gitt.

- Bestem ved regning vektorproduktet $\vec{AB} \times \vec{AC}$.
- Forklar at C ikke ligger på linjen gjennom A og B.
- Bestem en likning for planet α gjennom A, B og C.
- Avgjør om punktet $D(2, 2, 3)$ ligger i α .

Oppgave 4 - Eksamen V2015 R2 Del 1

Punktene $A(3, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$ og $C(0, 0, 1)$ er gitt.

- Bestem $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$. Bestem arealet av $\triangle ABC$.
- Punktene A , B og C ligger i et plan α . Bestem likningen for planet α .
- En partikkel starter i origo $O(0, 0, 0)$. Etter tiden t er partikkelen i et punkt P gitt ved

$$\overrightarrow{OP} = \left[t, \frac{t^2}{3}, -\frac{t}{4} \right], t \geq 0$$

Hvor lang tid tar det før partikkelen treffer planet? Bestem koordinatene til punktet der partikkelen treffer.

Oppgave 5 - Eksempeloppgave 2015 R2 Del 1

Likningen for en kuleflate er gitt ved

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 8z - 4 = 0$$

Bestem ved regning sentrum og radius i kulen.

Oppgave 6 - Eksempeloppgave 2015 R2 Del 1

Vektorene $\vec{u} = [1, 2, -1]$ og $\vec{v} = [-1, 1, -2]$ er gitt.

- Bestem $\angle(\vec{u}, \vec{v})$.
- Et plan β går gjennom punktet $P(2, 0, 1)$. Videre er $\beta \perp \vec{u}$ og $\beta \perp \vec{v}$.
- Vis at $\vec{n} = [-1, 1, 1]$ er en normalvektor til planet β .
- Bestem likningen til planet β .

Oppgave 7 - Eksamen H2014 R2 Del 1

Punktene $A(0, 6, 6)$, $B(0, 0, 7)$ og $C(6, 0, 5)$ ligger i planet α .

- Bestem likningen til α .
- Et punkt P ligger på linjen gjennom punktene $O(0, 0, 0)$ og $A(0, 6, 6)$. Bestem mulige koordinater til P slik at volumet av tetraederet $ABCP$ blir 42.

Oppgave 8 - Eksamen H2014 R2 Del 1

Et plan α er gitt ved likningen

$$2x + y - 2z + 3 = 0$$

- Bestem likningen for den kuleflaten som har sentrum i punktet $S(11, 2, 6)$ og som har α som tangentplan.
- Bestem koordinatene til tangeringspunktet mellom kuleflaten og planet α .
- Et plan β er gitt ved

$$2x + y - 2z = 0$$

Dette planet skjærer kuleflaten langs en sirkel. Bestem radien i denne sirkelen.

DEL 2 -oppgaver

Oppgave 9 - Eksamen H2015 R2 Del 2

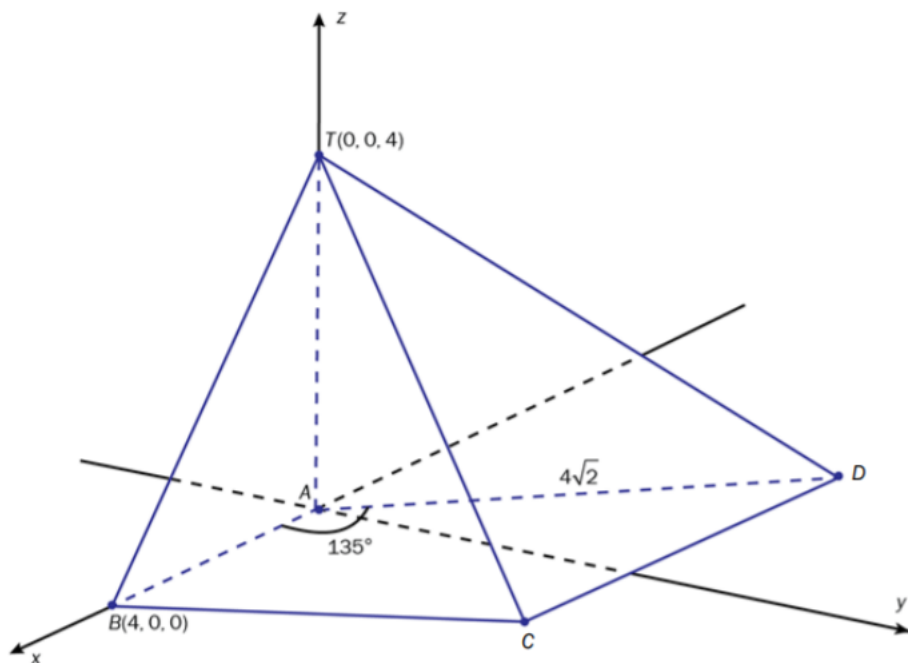
En kule K har sentrum i $S(-1, 0, 1)$ og radius $\sqrt{21}$. En linje l går gjennom punktene $A(7, -2, 5)$ og $B(15, -4, 9)$. Bestem skjæringspunktene mellom linjen l og kulen K .

Oppgave 10 - Eksamen V2015 R2 Del 2

Hjørnene i en pyramide $ABCP$ er $A(0, 0, 0)$, $B(1, 0, 1)$, $C(1, 1, 0)$ og $P(t, 2t+1, t^2+2)$, $t \in \mathbb{R}$

- Bestem et uttrykk for volumet $V(t)$ av pyramiden.
- Bestem koordinatene til P slik at $V(t) = \frac{7}{2}$
- Bestem koordinatene til P slik at volumet $V(t)$ blir minst mulig.

Oppgave 11 - Eksamen H2014 R2 Del 2



En pyramide $ABCDT$ er gitt på figuren ovenfor. Pyramiden settes inn i et tredimensjonalt koordinatsystem slik at koordinatene til A , B og T er gitt ved $A(0, 0, 0)$, $B(4, 0, 0)$ og $T(0, 0, 4)$. Punktene C og D ligger i xy -planet.

- Vi setter $\angle BAD = 135^\circ$ og $AD = 4\sqrt{2}$. Vis at D har koordinatene $(4, 4, 0)$.
- Punktet C er slik at $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. Vis at C har koordinatene $(2, 4, 0)$.
- Punktene B , D og T ligger i et plan α . Vis at likningen for α er $x + 2y + z - 4 = 0$.
- Volumet av pyramiden $ABDT$ kalles V_1 og volumet av pyramiden $CBDT$ kalles V_2 . Bestem forholdet $\frac{V_1}{V_2}$.

Oppgave 12 - Eksamen H2014 R2 Del 2

Punktene $A(4, 3, 1)$, $B(2, 2, 0)$ og $C(1, 2, 2)$ er gitt. En setning i geometrien sier:

Et plan er entydig bestemt av tre punkter dersom disse punktene ikke ligger på en rett linje.

- a) Bruk denne setningen til å vise at punktene A , B og C bestemmer et plan α entydig.
- b) Bestem en likning til planet α .
- c) Et punkt T har koordinatene $(2, 5, 41)$. Bestem t slik at volumet av pyramiden $ABCT$ blir 3.

Oppgave 13 - Eksamen H2014 R2 Del 2

En kuleflate er gitt ved likningen

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 6z + 2 = 0$$

- a) Vis at punktet $P(2, 3, 5)$ ligger på kuleflaten.
- b) Bestem sentrum og radius til kulen.
- c) Bestem likningen til planet som tangerer kuleflaten i punktet P .

Oppgave 13 - Eksamen V2012 R2 Del 2

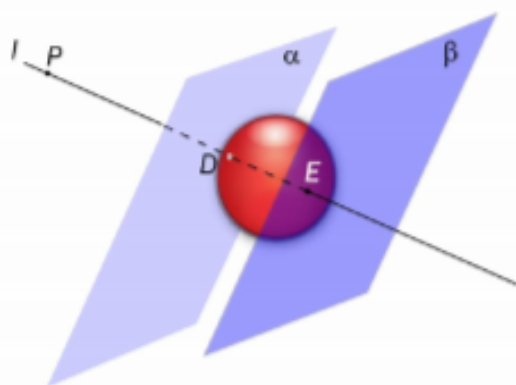
I et koordinatsystem er det gitt et punkt $P(5, -1, 4)$ og et plan

$$\alpha: 2x - 2y + z + 2 = 0$$

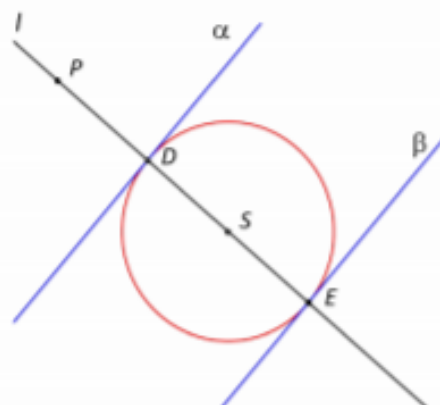
Punktene $A(0, 0, 4)$, $B(2, 0, 0)$ og $C(1, 1, 4)$ ligger i et annet plan β .

- Bestem likningen til β , og forklar at $\alpha \parallel \beta$
- Regn ut avstanden mellom planene α og β .

Planene α og β er begge tangentplan til en kule. Sentrum S i kula og de to tangeringspunktene D og E ligger på en rett linje l gjennom punktet P . Se figurene nedenfor.



Figur 1: Kule og plan i rommet



Figur 2: Tverrsnitt av kule og plan

- Sett opp en parameterframstilling for l .
- Bestem koordinatene til D og E .
- Bestem likningen til kula.