

Arbeidshefte

Sannsynlighetsregning-2

Løsningsforslag

Oppgave 1

Ordnet eller uordnet utvalg? Med eller uten tilbakelegging?

- 1) en PIN-kode?
Ordnet - Rekkefølgen er viktig
Med tilbakelegging - hvert siffer kan brukes flere ganger.
- 2) lotteri?
Kommer an på : hvis det bare er en premie eller bare like premier er ikke rekkefølgen viktig, men rekkefølgen er viktig dersom det er ulike premier.
I begge tilfellene er det uten tilbakelegging, du kan ikke vinne flere ganger på samme lodd. -
- 3) bilskilt?
Ordnet - rekkefølgen er viktig
Med tilbakelegging - hvert siffer eller bokstav kan brukes flere ganger
- 4) kaste en terning to ganger?
Uordnet i de fleste tilfeller, men det kommer an på om rekkefølgen er viktig
Med tilbakelegging - du kan få samme resultat flere ganger
- 5) trekke fem kort fra en kortstokk?
Uordnet - rekkefølgen spiller ingen rolle
uten tilbakelegging - du legger ikke tilbake kortet når det er trukket
- 6) trekke ut tre personer til et arbeidsutvalg?
uordnet - rekkefølgen er ikke viktig
uten tilbakelegging - samme personen blir ikke valgt flere ganger

Oppgave 2

Vi skal lage en kode på 3 bokstaver. Vi kan ikke bruke ÆØÅ . Hvor mange ulike kombinasjoner kan vi lage dersom hver bokstav kan :

- 1) ... brukes flere ganger, og rekkefølgen er viktig?
Med tilbakelegging, ordnet : Vi velger 3 ganger med 26 bokstaver : $26^3 = 17578$
- 2) kun brukes en gang og rekkefølgen er viktig?
Uten tilbakelegging, uordnet : $nPr = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{26!}{23!} = 26 \cdot 25 \cdot 24 = 15600$
- 3) kun brukes en gang og rekkefølgen er ikke viktig?
Uten tilbakelegging, ordnet : $nCr = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{26!}{23!3!} = 2600$

Oppgave 3

Et bilskilt består av først to bokstaver og så fem siffer. Hvor mange ulike bilskilt kan vi lage dersom

- 1) ... alle siffer og bokstaver kan brukes flere ganger?
 $29^2 \cdot 10^5 = 84100000$
- 2) ... det første sifferet ikke kan være null?
 $29^2 \cdot 9 \cdot 10^4 = 75690000$
- 3) ... det må starte med A?
 $1 \cdot 29 \cdot 10^5 = 2900000$

Oppgave 4

I lotto er det 34 tall totalt, en rekke er 7 tall.

- 1) Hvor mange ulike kombinasjoner kan vi spille?
 $nCr = \binom{34}{7} = \frac{34!}{(34-7)!7!} = 5379616$
- 2) Hva er sannsynligheten for å vinne dersom vi spiller én rekke?
 $P(V) = \frac{1}{5379616} = 1,86 \cdot 10^{-7} = 0,000000186$

Oppgave 5

Jeg har seks blå og fire røde kuler i en eske. Jeg velger tre tilfeldige kuler. Hva er sannsynligheten for at jeg trekker :

1) tre blå kuler?
uten tilbakelegging, uordnet
$$P(3B) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = 0,167$$

2) tre røde kuler?
$$P(3R) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = 0,033$$

Oppgave 6

Vi har 5 sjokoladebiter og 3 karameller i en pose. Du får trekke en uten å se i posen, og du like sjokolade best.

1) Hva er sannsynligheten for at du får den du liker best?
$$P(S) = \frac{5}{8} = 0,625$$

2) Du får trekke to biter, hva er sannsynligheten for å få 2 karameller?
$$P(K = 2) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3}{28} = 0,107$$

3) Hva er sannsynligheten for å få minst en du liker?
$$P(S > 0) = 1 - P(S = 0) = 1 - P(K = 2) = 1 - 0,107 = 0,893$$

Oppgave 7

Det er like mange elever i klasse 2A og 2B på Rotebakken skole. I A-klassen har halvparten av elevene fransk, i B-klassen har alle valgt fransk.

Fyll ut både krysstabellen.

	A	\bar{A}	SUM
F	25	50	75
\bar{F}	25	0	25
SUM	50	50	100

Vi trekker ut en tilfeldig elev. Hva er sannsynligheten for at denne eleven :

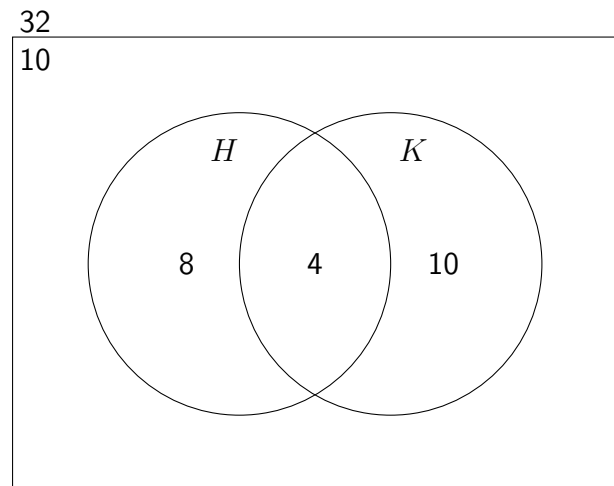
1) ... ikke har fransk?
$$P(\bar{F}) = \frac{25}{100} = 0,25$$

2) er fra 2B og har fransk?
$$P(A \cap \bar{F}) = \frac{50}{100} = 0,5$$

Oppgave 8

I nabolaget er det totalt 32 familier. 12 av familiene har hund og 14 familier har katt. 4 av familiene har både hund og katt. Fyll ut krysstabell og venndiagram.

	H	\bar{H}	SUM
K	4	10	14
\bar{K}	8	10	18
SUM	12	20	32

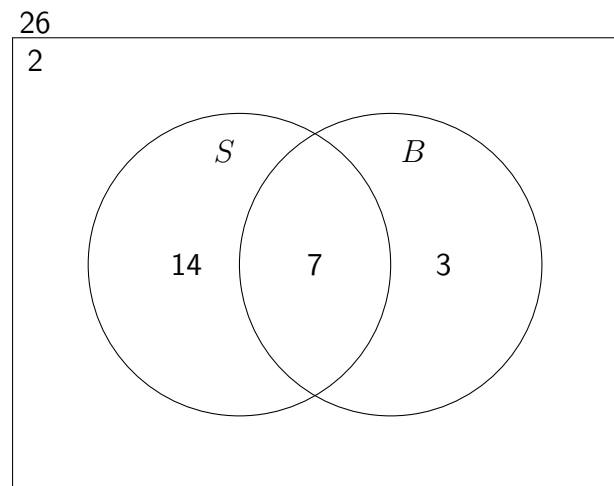


Oppgave 9

Du har 21 sorte plagg. Av disse er 7 bukser, og du har 10 bukser totalt. 2 plagg er ikke bukser og ikke sorte.

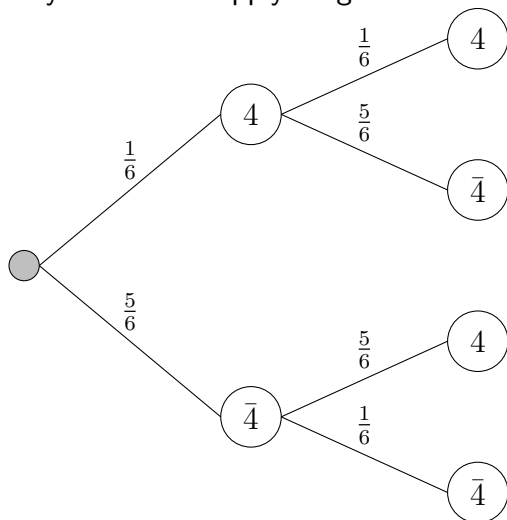
Fyll ut både krysstabellen og venndiagrammet.

	S	\bar{S}	SUM
B	7	3	10
\bar{B}	14	2	16
SUM	21	5	26



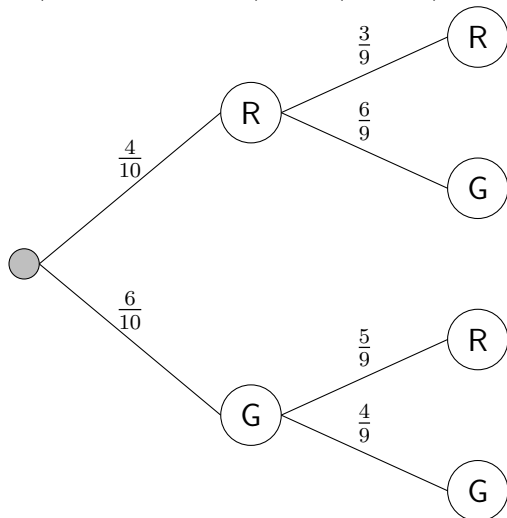
Oppgave 10

Jeg kaster 2 terninger. Hva er sannsynligheten for å kaste to 4'ere? Tegn et valgtre for å systematisere opplysningene.

**Oppgave 11**

Jeg har en pose med 4 røde og 6 gule kuler. Jeg trekker to tilfeldige kuler, hva er sannsynligheten for å trekke en av hver farge?

$$P(\text{én av hver farge}) = P(R + G) + P(G + R) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} + \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{4}{15} + \frac{1}{3} = \frac{3}{5} = 0,6$$



Oppgave 12

Bruker Geogebra :

- 1) Skolen har lotteri, og det er tre premier. En hovedgevinst og to mindre gevinster. Totalt blir det solgt 120 lodd, og jeg kjøper 5 lodd.

Hva er sannsynligheten for at jeg vinner en premie?

$$P(X = 0) = \frac{\binom{3}{0} \binom{117}{5}}{\binom{120}{5}} = 0,8792$$

$$P(X = 1) = \frac{\binom{3}{1} \binom{117}{4}}{\binom{120}{5}} = 0,1167$$

$$P(X = 2) = \frac{\binom{3}{2} \binom{117}{3}}{\binom{120}{5}} = 0,00409$$

$$P(X = 3) = \frac{\binom{3}{3} \binom{117}{2}}{\binom{120}{5}} = 0,00004$$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,8792 = 0,1208$$

Hva er sannsynligheten for at jeg vinner hovedgevinsten?

$$P(1. premie) = 5 \cdot \frac{1}{120} = 0,0417$$

- 2) I en eske ligger det tre hvite og ni røde julekuler. Én av de hvite kulene er ødelagt og tre av de røde kulene er ødelagt. Du trekker en tilfeldig kule, hva er sannsynligheten for at kula er rød og ødelagt?

$$P(R \cap F) = \frac{9}{12} \cdot \frac{3}{9} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Du trekker 2 kuler, hva er sannsynligheten for at det er to ødelagte kuler?

$$P(2 \text{ ødelagte}) = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{1}{11}$$

..... to røde kuler som er ødelagt?

$$P(2 \text{ røde ødelagte}) = \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} = \frac{1}{22}$$

- 3) Jeg kaster to terninger. Hva er sannsynligheten for å få 2 like?

$$P(2 \text{ like}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

.... sum høyere enn 8?

$$P(\text{sum høyere enn } 8) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

... ingen like?

$$P(\text{ingen like}) = 1 - P(2 \text{ like}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

- 4) Jeg har 10 sukkertøy i en pose, 3 røde, 2 gule og 5 grønne. Du får ikke se i posen, men du får ta to sukkertøy.

Hva er sannsynligheten for at du trekker to røde?

$$P(2 \text{ røde}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$$

..... ingen røde?

$$P(\text{ingen røde}) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{7}{15}$$

.... et grønt og ett rødt?

$$P(1 \text{ rødt og 1 grønn}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{9} + \frac{5}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Oppgave 13

Det er 11 jenter og 14 gutter i klassen. Det blir trukket ut en tilfeldig elev som skal være med på elevrådsmøte.

- 1) Hvor mange mulige utfall har vi?

$$\text{På hvor mange måter kan 1 person trekkes av en gruppe på 25 : } \binom{25}{1} = 25$$

- 2) Hva er sannsynligheten for at det blir en jente?

$$P(J) = \frac{\binom{11}{1} \cdot \binom{14}{0}}{\binom{25}{1}} = \frac{11 \cdot 1}{25} = \frac{11}{25}$$

Det skal trekkes to elever til en festkomite.

- 1) Hvor mange mulige utfall har vi?

$$\binom{25}{2} = \frac{25 \cdot 24}{2} = 25 \cdot 12 = 300$$

- 2) Hva er sannsynligheten for at det blir to gutter?

$$\frac{\binom{11}{0} \cdot \binom{14}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{91}{300} = 0,3033$$

Oppgave 14

I en klasse er det 16 jenter og 14 gutter. Klassen skal stille et guttelag og ett jentelag til en volleyballturnering. Begge lagene skal ha seks spillere. Hvor mange ulike kombinasjoner finnes det av

- 1) ...jentelag? $\binom{16}{6} = 8008$

- 2) ... guttelag? $\binom{14}{6} = 3003$

- 3) ... blandet lag? $\binom{30}{6} = 593775$

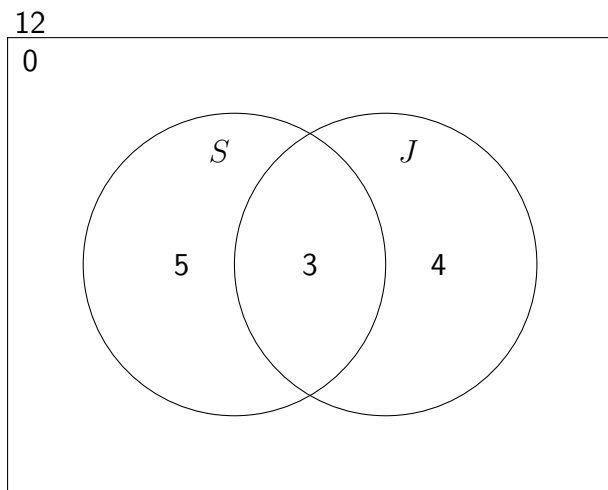
Oppgave 15

I en vennegjeng er det 8 som jobber, 7 som studerer og 3 som både jobber og studerer.
Hvor mange er de totalt i vennegjengen?

Jeg systematiserer i en krysstabell, og forutsetter at det ikke er noen som hverken jobber eller studerer.

	S	\bar{S}	SUM
J	3	5	8
\bar{J}	4	0	4
SUM	7	5	12

Systematisere opplysningene i et venndiagram.

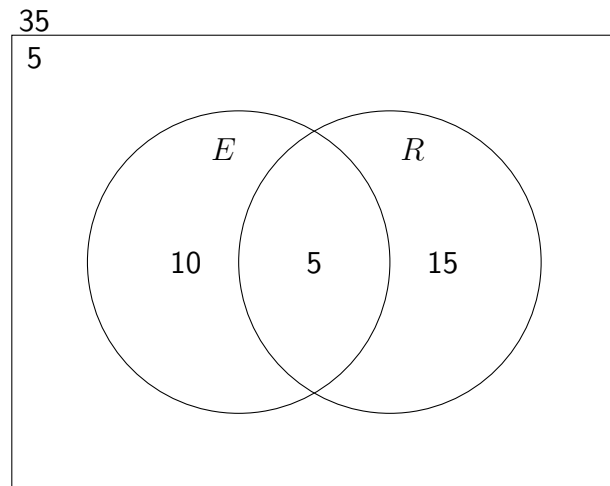


Oppgave 16

En klasse består av 35 elever. 15 har engelsk, 20 har R1 og 5 har både engelsk og R1.
Systematiser opplysningene i krysstabell og venndiagram.

	E	\bar{E}	SUM
R	5	15	20
\bar{R}	10	5	15
SUM	15	20	35

Systematisere opplysningene i et venndiagram.



Hvor mange elever har hverken engelsk eller R1?
5 stk.

Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig elev har engelsk?

$$P(E) = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$$

Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig elev har engelsk og R1?

$$P(E \cap R) = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig elev har engelsk eller R1?

$$P(E \cup R) = \frac{5+15+10}{35} = \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$$

Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig elev som har engelsk også har R1?

$$P(R|E) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig elev hverken har engelsk eller R1?

$$P(\bar{E} \cap \bar{R}) = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

Oppgave 17

Jeg skal plante tulipaner i hagen og kjøper 20 tulipanløk. På pakken står det 80% spireevne.

- 1) Hva er sannsynligheten for at jeg får akkurat 15 tulipaner?

$$P(X = 15) = \binom{20}{15} \cdot 0,8^{15} \cdot 0,2^5 = 0,1746$$

- 2) Hva er sannsynligheten for minst 15 tulipaner?

$$P(X \geq 15) = 0,8042$$

Oppgave 18

I 2017 stemte 22% på Høyre.

- 1) Dersom vi trekker en tilfeldig person, hva er da sannsynligheten for at det er en Høyrevelger?

$$\text{Sannsynligheten for at en tilfeldig valgt person stemmer høyre : } P(H) = p = 0,22$$

- 2) Vi trekker 10 personer, hva er da sannsynligheten for at det er akkurat 3 Høyrevelgere?

$$P(X = 3) = 0,2244$$

- 3) Hva er sannsynligheten at minst 3 av dem er Høyrevelgere?

$$P(X \geq 3) = 0,3831$$

Oppgave 19

En bedrift produserer mobiler. Avdeling A står for 70% av produksjonen, resten produseres i avdeling B. 5% av produktene fra avdeling A har feil og 10% av produktene fra avdeling B har feil.

Hva er sannsynligheten for

- 1) ... at en mobil har feil?

$$P(F) = P(F \cap A) + P(F \cap B) = 0,7 * 0,05 + 0,3 * 0,1 = 0,065$$

- 2) ...ikke har feil?

$$P(\bar{F}) = 1 - P(F) = 1 - 0,065 = 0,935$$

- 3) ...har feil dersom den kommer fra avdeling A?

$$P(F|A) = 0,05$$

- 4) ... er fra avd. B dersom den har feil?

$$P(B|F) = \frac{P(B) * P(F|B)}{P(F)} = \frac{0,3 * 0,1}{0,065} = 0,4615$$

Oppgave 20

Jeg har en eske med 20 lyspærer. Det viser seg at 6 av dem er defekte.

- 1) Hva er sannsynligheten for å trekke en defekt lyspære?

$$P(D) = \frac{6}{20} = 0,3$$

- 2) Jeg trekker 5 tilfeldige lyspærer. Hva er sannsynligheten for at 3 av dem er defekte?

$$P(X = 3) = \frac{\binom{6}{3} \binom{14}{2}}{\binom{20}{5}} = 0,11739$$

- 3) Hva er sannsynligheten for at minst 2 av dem er defekte?

$$P(X \geq 2) = 0,4835$$

Oppgave 21

Vi trekker 5 kort fra en kortstokk. Hva er sannsynligheten for å trekke

1) 5 røde kort?

$$P(R = 5) = \frac{\binom{26}{5}\binom{26}{0}}{\binom{52}{5}} = 0,02531$$

2) 5 spar?

$$P(S = 5) = \frac{\binom{13}{5}\binom{39}{0}}{\binom{52}{5}} = 0,0005$$

3) 3 billedkort?

$$P(B = 3) = \frac{\binom{12}{3}\binom{40}{2}}{\binom{52}{5}} = 0,6603$$

4) minst 3 billedkort?

$$P(B \geq 3) = 0,074$$

5) 2 spar, 1 ruter og 2 kløver?

$$P(2S, 1R, 2K) = \frac{\binom{13}{2} \cdot \binom{13}{1} \cdot \binom{13}{2} \cdot \binom{13}{0}}{\binom{52}{5}} = 0,00078$$

6) minst en hjerter?

$$P(H \geq 1) = 1 - P(H = 0) = 1 - \frac{\binom{39}{5}}{\binom{52}{5}} = 1 - 0,22153 = 0,7785$$

Oppgave 22

På en skole er det 30 jenter og 20 gutter. Vi velger 8 tilfeldige elever.

Hva er sannsynligheten for at vi velger 5 jenter og 3 gutter?

- 1) Regnet med hypergeometrisk sannsynlighet.

$$P(J = 5) = \frac{\binom{30}{5}\binom{20}{3}}{\binom{50}{8}} = 0,3026$$

- 2) Regnet med binomisk sannsynlighet.

$$P(J = 5) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{1}{30}\right)^5 \left(1 - \frac{1}{30}\right)^3 = 0,27869$$

Oppgave 23

På en skole er det 300 jenter og 200 gutter. Vi velger 8 tilfeldige elever.

Hva er sannsynligheten for at vi velger 5 jenter og 3 gutter?

- 1) Regnet med hypergeometrisk sannsynlighet.

$$P(J = 5) = \frac{\binom{300}{5}\binom{200}{3}}{\binom{500}{8}} = 0,28085$$

- 2) Regnet med binomisk sannsynlighet.

$$P(J = 5) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{1}{300}\right)^5 \left(1 - \frac{1}{300}\right)^3 = 0,27869$$

Oppgave 24

På en skole er det 3000 jenter og 2000 gutter. Vi velger 8 tilfeldige elever.

Hva er sannsynligheten for at vi velger 5 jenter og 3 gutter?

- 1) Regnet med hypergeometrisk sannsynlighet.

$$P(J = 5) = \frac{\binom{3000}{5}\binom{2000}{3}}{\binom{5000}{8}} = 0,27891$$

- 2) Regnet med binomisk sannsynlighet.

$$P(J = 5) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{3000}{5000}\right)^5 \left(1 - \frac{3000}{5000}\right)^3 = 0,27869$$