

# Arbeidshefte

## Trigonometri - Eksamensoppgaver

### Del 1

### Oppgave 1

#### Eksamen H2015 R2 Del 1

Følgende formler er gitt:

$$\sin(u + v) = \sin u \cdot \cos v + \cos u \cdot \sin v$$

$$\cos(u + v) = \cos u \cdot \cos v - \sin u \cdot \sin v$$

- Bruk formlene ovenfor til å uttrykke  $\sin(2x)$  og  $\cos(2x)$  ved  $\sin x$  og  $\cos x$ .
- Vis at  $\sin(3x) = 3 \sin x - 4(\sin x)^3$

## Oppgave 2

### Eksamen V2015 R2 Del 1

En trigonometrisk formel er gitt ved

$$\cos(u + v) = \cos u \cdot \cos v - \sin u \cdot \sin v$$

- a) Bruk formelen til å bestemme et uttrykk for  $\cos(2x)$ .
- b) Skriv uttrykket  $\cos^4 x - \sin^4 x$  så enkelt som mulig.

## Oppgave 3

### Eksamen V2015 R2 Del 1

Løs likningen

$$\sin x + \cos x = 1, \quad x \in [0, 2]$$

## Oppgave 4

### Eksempeloppgave 2015 R2 Del 1

Løs likningen

$$\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)\left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0, \quad x \in [0^\circ, 360^\circ)$$

## Oppgave 5

### Eksempeloppgave 2015 R2 Del 1

Bestem alle eksakte løsninger til likningen

$$\cos^2 x - 3 \sin^2 x = -2, \quad x \in [0, 2\pi)$$

## Oppgave 6

### Eksamen V2014 R2 Del 1

En funksjon  $f$  er gitt ved

$$f(x) = a \sin(cs + \phi) + d$$

Grafen til funksjonen har et toppunkt i  $(0, 7)$ . Det nærmeste bunnpunktet til høyre for dette toppunktet er  $(2, 3)$ .

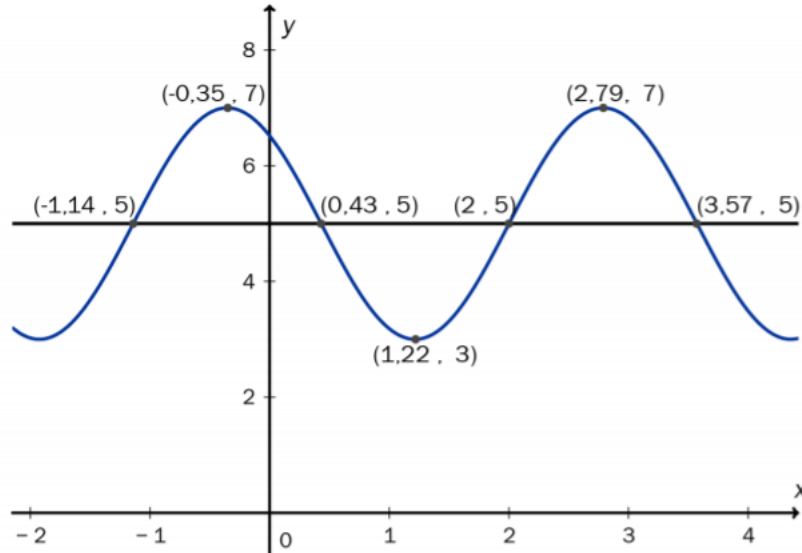
a) Forklar at funksjonsuttrykket kan skrives som

$$f(x) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{1}x + \frac{\pi}{2}\right) + 5$$

b) Lag en skisse av grafen til  $f$  for  $x \in [0, 12]$

## Oppgave 7

### Eksamen H2014 R2 Del 1



Ovenfor ser du grafen til en funksjon  $f(x) = A \sin(cx + \phi_1) + d$

- Bestem  $A$ ,  $c$ ,  $d$  og  $\phi_1$  ved hjelp av grafen og de punktene som er markert på grafen.  
Skriv opp funksjonsuttrykket.
- Grafen ovenfor kan også være grafen til  $g(x) = A \cos(cx + \phi_2) + d$ .  
Skriv opp funksjonsuttrykket til  $g(x)$ .

## Oppgave 8

### Eksamen H2012 R2 Del 1

En periodisk funksjon  $f$  er gitt på formen

$$f(x) = a \sin(cx + \phi) + d$$

Grafen til  $f$  går gjennom punktet  $A(0, 5)$ , den har bunnpunkt i  $B(3, 2)$  og toppunkt i  $T(5, 8)$ . Det er ingen andre ekstremalpunkter i intervallet  $\langle 3, 5 \rangle$ .

Bestem verdier for konstantene  $a, c, \phi$  og  $d$ .



## DEL 2

### Oppgave 9

#### Eksamen V2015 R2 Del 2

London Eye er et pariserhjul med diameter lik 135 m. En runde tar 30 min. Passasjerene går ombord i pariserhjulet fra en plattform som ligger 2 m over bakkenivå.

Etter  $t$  min fra ombordstigning er en passasjer  $h(t)$  m over bakkenivå. Det kan vises at

$$h(t) = -67,5 \cos\left(\frac{\pi}{15}t\right) + 69,5$$

- Bruk graftegner til å tegne grafen til  $h$  for  $t \in [0, 30]$ . Bestem grafisk når passasjerer er 50 m over bakkenivå.
- Bestem vendepunktene på grafen til  $h$ .  
Forklar hvilken praktisk informasjon verdiene av  $h'(7,5)$  og  $h'(22,5)$  gir.

## Oppgave 10

### Eksempeloppgave 2015 R2 Del 2

Tabellen nedenfor viser hvor stor del av månen som var synlig ved midnatt på noen utvalgte døgn på et bestemt sted i et bestemt år.

Døgn nr. (x)	1	2	3	4	5	6	10	15	20	21
Synlig del	0,25	0,18	0,11	0,06	0,02	0,00	0,11	0,57	0,99	1,00

Døgn nr. (x)	25	30	35	40	45	50	55	60	65	66
Synlig del	0,80	0,32	0,02	0,14	0,64	1,00	0,77	0,31	0,01	0,00

- Lag en sinus-funksjon  $f$  som gir en god modell for dataene ovenfor.  
Bestem perioden, amplituden og likevekslinjen.
- Bruk graftegner til å bestemme i hvilke døgn det er halvmåne i denne perioden.

## Oppgave 11

### Eksamen H2013 R2 Del 2

Funksjonen  $f$  er gitt ved

$$f(x) = \sin(\pi x) + \sin(2\pi x), \quad x \in [0, 6]$$

- a) Tegn grafen til  $f$
- b) Bruk grafen til å vise at  $f$  er en periodisk funksjon, og bestem perioden til  $f$ .

c) Vis at

$$f(x) = \sin(\pi x)(1 + 2 \cos(\pi x))$$

- d) Bruk uttrykket i oppgave c) til å bestemme nullpunktene til  $f$  ved regning når  $x \in [0, 2]$

## Oppgave 12

### Eksamen V2012 R2 Del 2

En automatisk strømbryter for utelys skal programmeres. Lyset skal slås på når det begynner å mørkne. En modell for dette tidspunktet er gitt ved

$$f(t) = 19 - 4 \cos\left(\frac{\pi}{180}t\right)$$

der  $f(t)$  er tidspunktet målt i timer etter midnatt og  $t$  er antall dager regnet fra nyttår. I denne modellen forutsettes det at alle måneder har 30 dager.

- Når begynner det å mørkne 25.mars ifølge denne modellen?
- Tegn grafen til  $f$ . Bestem likevektslinjen, amplituden og perioden til  $f$ . Hva er gjennomsnittlig tidspunkt i løpet av året for når lyset slås på?
- Bestem når på året lyset slås på klokken 18.00.
- Bestem når på året dagslyset varer lengst ifølge modellen.