Arbeidshefte
Vektorer - R1
Eksamensoppgaver

Eksamen V09 del 1

Gitt punktene $A(-2, -1)$, $B(5, 4)$ og $C(4, 7)$.

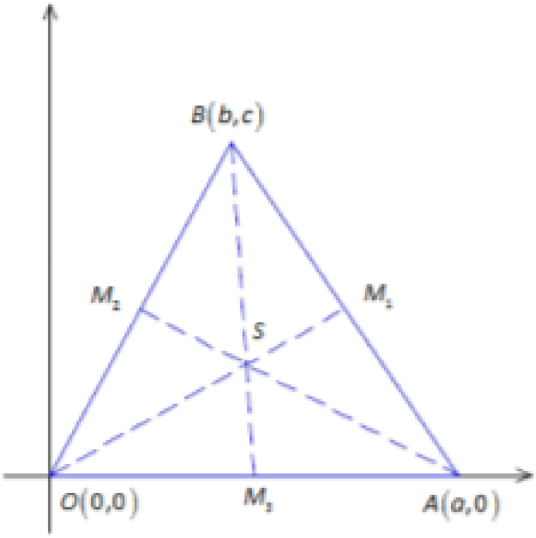
a) Bestem $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ og $\overrightarrow{BC}$.

b) Undersøk om noen av vektorene står vinkelrett på hverandre.

Eksamen V09 del 2

En vilkårlig trekant OAB settes inn i et koordinatsystem med siden OA langs x-aksen. Koordinatene til hjørnene er $O(0,0)$, $A(a,0)$ og $B(b,c)$.

Medianene $\overrightarrow{OM_1}$, $\overrightarrow{AM_2}$ og $\overrightarrow{BM_3}$ skjærer hverandre i S. Se figuren.



a) Vis at koordinatene til midtpunktene er $M_1\left(\frac{a+b}{2},\frac{c}{2}\right)$, $M_2\left(\frac{b}{2},\frac{c}{2}\right)$ og $M_3\left(\frac{a}{2},0\right)$.

b) Forklar at det finnes tall x og y slik at

$$\overrightarrow{OS}=x\cdot\overrightarrow{OM_1} \text{ og } \overrightarrow{OS}=\overrightarrow{OA}+y\cdot\overrightarrow{AM_2}$$

c) Vis at spørsmål b) gir oss likningssettet

$$x\cdot\frac{a+b}{2}=a+y\cdot\left(\frac{b}{2}-a\right) \text{ og } x\cdot\frac{c}{2}=y\cdot\frac{c}{2}$$

Finn x og y.

d) Forklar at koordinatene til skjæringspunktet mellom medianene er $S\left(\frac{a+b}{3},\frac{c}{3}\right)$.

e) Bestem forholdene

$$\frac{|\overrightarrow{OS}|}{|\overrightarrow{OM_1}|},\ \frac{|\overrightarrow{AS}|}{|\overrightarrow{AM_2}|} \text{ og } \frac{|\overrightarrow{BS}|}{|\overrightarrow{BM_3}|}$$

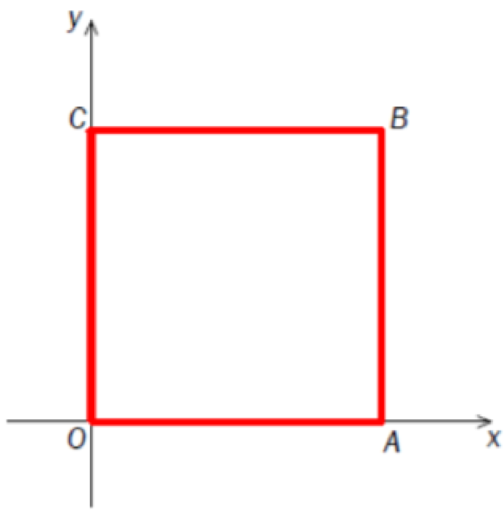
Kommenter.

f) Bestem koordinatene til punktet B i det tilfellet at $O(0,0)$, $A(6,0)$ og $S(1,4)$.

Eksamen H09 del 1

Et kvadrat *OABC* med side *a* er plassert i et koordinatsystem. Hjørnet *O* er i origo, og *A* ligger på førsteaksen. Se figuren til høyre.

1) Bestem koordinatene til punktene *A, B* og *C* uttrykt ved *a*.
2) Vis at diagonalene i kvadratet står vinkelrett på hverandre.



Vi har punktene $A(1, 2)$, $B(1, 4)$ og $C(6, 2)$

1) En linje *l* går gjennom A og B. Bestem en parameterfremstilling for *l*.
2) En linje *m* går gjennom C og er parallell med vektoren $[-2, 1]$. Finn skjæringspunktet mellom *l* og *m* ved regning.

Eksamen V10 del 1

Vi har vektoren $\vec{a} = [3,5]$.

1) En vektor $\vec{b}$ er dobbelt så lang som $\vec{a}$ og har motsatt retning av $\vec{a}$.
   Skriv $\vec{b}$ på koordinatform.

2) Finn koordinatene til en vektor $\vec{c}$ som står normalt på $\vec{a}$.

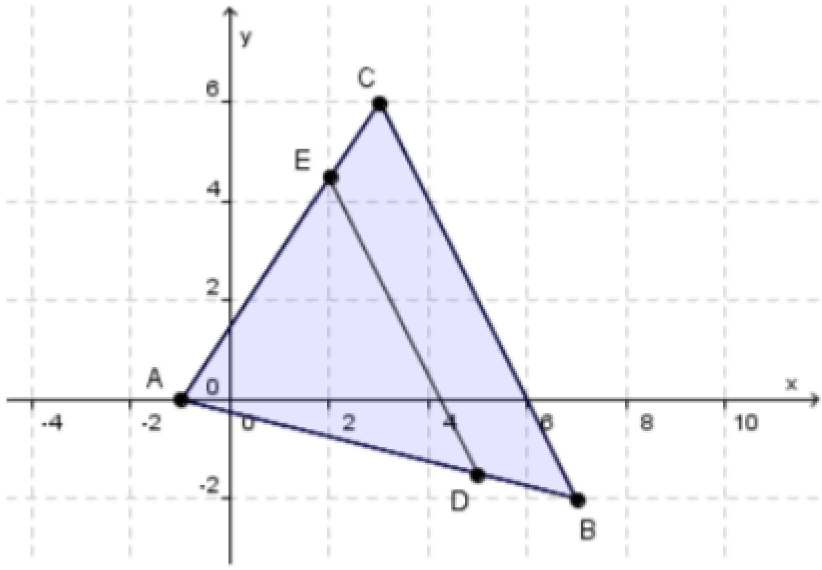
Eksamen H10 del 2

Punktene $A(-1,0)$, $B(7,-2)$ og $C(3,6)$ er hjørner i en trekant.

a) Bestem koordinatene til vektorene $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{AC}$. Finn $\angle A$ i ΔABC ved regning.

Punktet D ligger på AB slik at $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{AB}$.

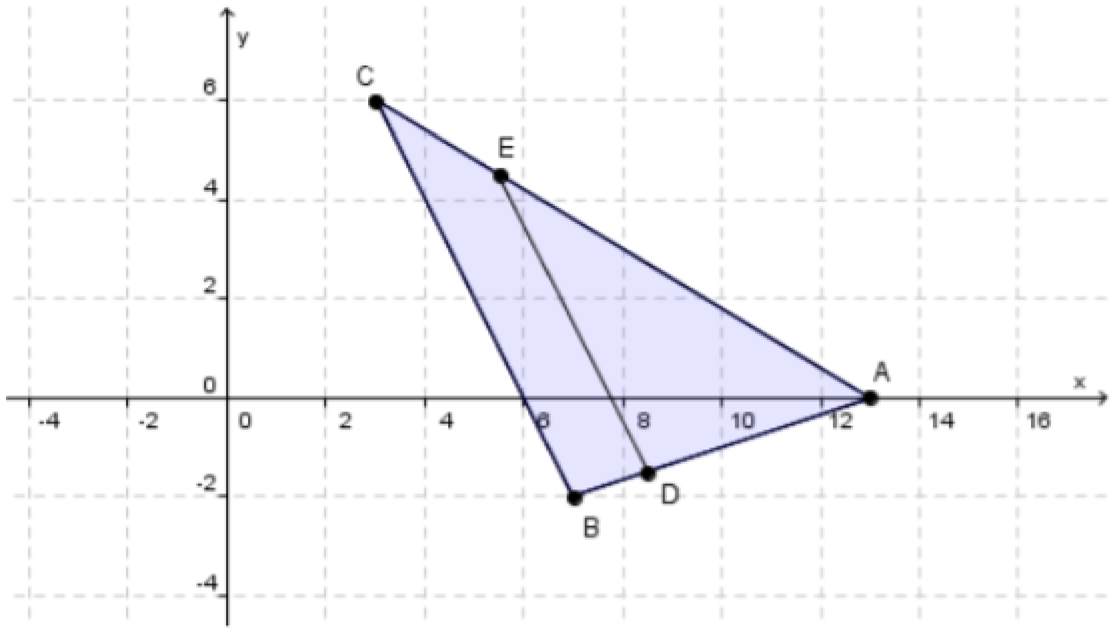
Punktet E ligger på AC slik at $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{AC}$. Se figur 1.



Figur 1

b) Vis at $\overrightarrow{DE} = [-3, 6]$. Forklar at $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$.

Vi lar nå hjørnet A ha koordinatene $(t,0)$. Ved å variere verdien til parameteren t kan vi få A til å «gli» fram og tilbake på x - aksen. Figur 2 viser hvordan trekanten ser ut når $t=13$.



Figur 2

c) Forklar at $\overrightarrow{DE}$ har samme lengde for alle verdier av t.

d) Bestem ved regning verdier for t slik at $\angle A=90^\circ$

e) Finn ved regning, eller ved hjelp av dynamisk programvare, andre verdier for t slik at ΔABC blir rettvinklet.

Eksamen V11 del 2

Punktene $A(2,-1)$ og $B(5,3)$ er gitt

a) Finn $\overrightarrow{AB}$ og regn ut $|\overrightarrow{AB}|$.

Vektoren $\overrightarrow{AC} = [-1,2]$ er gitt.

b) Bestem koordinatene til punktet C.

c) Regn ut $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$ og kommenter svaret.

En rett linje l går gjennom punktet $P(3,-4)$ og er parallell med $\overrightarrow{AC}$.

d) Finn en parameterframstilling for linjen l.

e) Finn koordinatene til punktet der l skjærer y - aksen.

Punktet $Q(8,6)$ er gitt. En vektor $\overrightarrow{QR}$ har lengden 10, og R er et punkt på linjen l.

f) Bestem koordinatene til R.

Eksamen H11 del 1

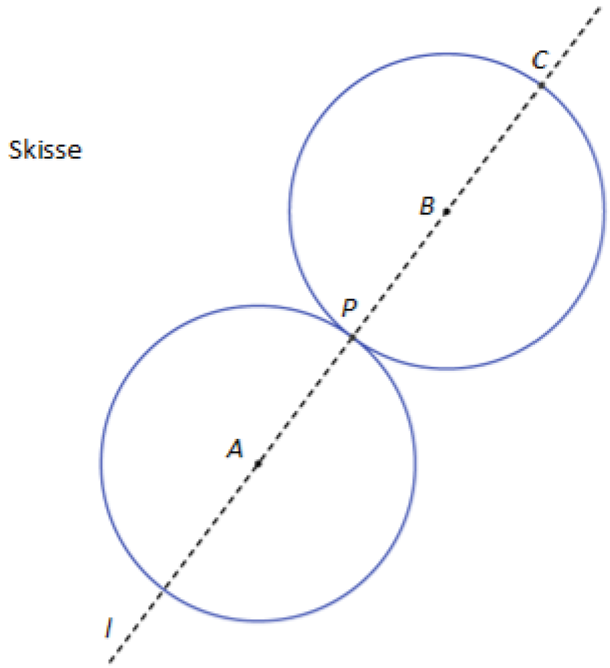
Vi har gitt punktene $A(1,0)$, $B(3,4)$ og $C(2,t)$

1) Bestem vektorene $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{AC}$.

2) Bestem t slik at $\angle A = 90^\circ$

3) En sirkel har AB som diameter. Bestem likningen til sirkelen.

Eksamen H11 del 2



To sirkler med samme radius har sentrum i henholdsvis A og B. Sirklene tangerer hverandre i punktet P.

Sirkelen med sentrum i A har likningen

$$x^2 + y^2 + 6x + 4y - 12 = 0$$

Sirkelen med sentrum i B har likningen

$$x^2 + y^2 - 6x - 12y + 20 = 0$$

a) Vis ved regning at sentrum i sirklene har koordinatene $A(-3, -2)$ og $B(3, 6)$.

b) Forklar at punktene A, P og B alle ligger på en rett linje l.

Vis at punktet P har koordinatene $P(0, 2)$.

c) Finn en parameterframstilling til l.

d) Linjen l skjærer sirkelen med sentrum i B også i punktet C.

Bestem koordinatene til punktet C.

Eksamen V12 del 2

Vi har gitt punktene $A(-3,-2)$, $B(6,3)$ og $C(2,4)$

a) Bestem $\angle BAC$ ved å bruke vektorregning.

b) Bestem koordinatene til et punkt D slik at $\square ABCD$ blir et parallellogram.

Eksamen V12 del 2

Punktene $A(2,4)$ og $B(4,2)$ ligger på en sirkel slik at AB er diameteren til sirkelen.

Vis ved regning at likningen til sirkelen er $(x-3)^2+(y-3)^2=2$

Eksamen V12 del 2

a) Bestem en parameterframstilling for en rett linje l som går gjennom punktene $E(2,4)$ og $F(7,-1)$.

b) Bestem skjæringspunktene mellom l og koordinataksene.

c) Bestem ved regning avstanden fra punktet $G(6,3)$ til l.