

Arbeidshefte

Romgeometri - Plan

Formel

Parameterframstilling av linje

$$l = \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Retningsvektor : $\vec{r} = [a, b, c]$

Punkt i planet : $P(x_0, y_0, z_0)$

Formel

Likningen for et plan

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

Formel

Avstand fra punkt (P) til linje

$$q = \frac{|\vec{AP} \times \vec{r}|}{|\vec{r}|}$$

r er linjens retningsvektor.

Formel

Avstand fra punkt til plan

$$q = \left| \frac{ax_1 + by_1 + cz_1 + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right|$$

$\alpha : ax + by + cz + d = 0$

$P = (x_1, y_1, z_1)$

Formel

Likningen til en kule

$$a(x - x_0)^2 + b(y - y_0)^2 + c(z - z_0)^2 = r^2$$

Likningen til et plan

Formel

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

Oppgave 1

Finn likningen til planet som har normalvektor \vec{n} og går gjennom punktet P .

1) $\vec{n} = [2, -1, 3]$, $P(-1, 3, 1)$.

2) $\vec{n} = [-1, 3, 1]$, $P(0, 2, -1)$.

3) $\vec{n} = [4, -2, -1]$, $P(-1, 1, 0)$.

4) $\vec{n} = [-3, -2, 1]$, $P(2, 2, 4)$.

5) $\vec{n} = [0, -1, -1]$, $P(1, 0, 1)$.

Oppgave 2

Vi har punktene A , B og C . Finn likningen til planet som går gjennom punktene A , B og C . Sjekk om punktet $(3, -2, 2)$ ligger i planet .

1) $A(3, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$ og $C(0, 0, 4)$.

2) $A(-1, 2, 4)$, $B(1, 1, -2)$ og $C(1, 1, 2)$.

3) $A(-2, 1, 3)$, $B(1, 0, -4)$ og $C(-2, 5, 1)$.

4) $A(1, -2, 1)$, $B(1, 2, 0)$ og $C(3, 0, -1)$.

Avstand fra punkt til plan

Formel

$$q = \left| \frac{ax_1 + by_1 + cz_1 + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right|$$

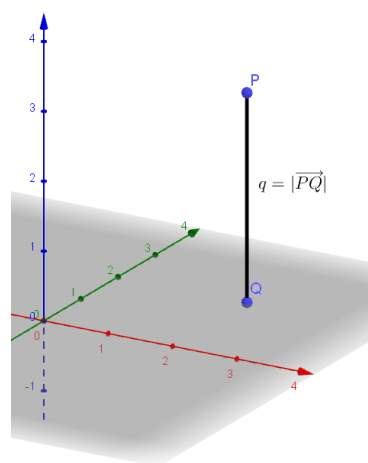
$$\alpha : ax + by + cz + d = 0$$

$$P = (x_1, y_1, z_1)$$

Eksempel

Vi har planet $\alpha : 2x + 3y - 2z + 1 = 0$
og punktet $P(1, 2, 3)$

$$\begin{aligned} q &= \left| \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + (-2) \cdot 3 + 1}{\sqrt{2^2 + 3^2 + (-2)^2}} \right| \\ &= \left| \frac{2 + 6 - 6 + 1}{\sqrt{4 + 9 + 4}} \right| \\ &= \left| \frac{3}{\sqrt{17}} \right| = \frac{3}{\sqrt{17}} \end{aligned}$$



Oppgave 3

Finn avstanden mellom punktet P og planet α :

1) $P(-1, 4, 5)$, $\alpha : 2x - y + 3z - 21 = 0$

2) $P(0, 0, 0)$, $\alpha : 4x + 3y + 3z = 12$

3) $P(0, 0, 0)$, $\alpha : x + y + z - 6 = 0$

4) $P(1, 2, -1)$, $\alpha : x - z = 0$

Vinkel mellom 2 plan

Oppgave 4 - med kalkulator

Finn vinkelen mellom planene.

1) $\alpha : 2x - y + 3z + 3 = 0$, $\beta : -x + 3y + 2z + 1 = 0$

2) α går gjennom $A(1, 0, 1), B(0, 1, 1), C(0, 0, 2)$
og β går gjennom $D(1, 1, 0), E(2, 0, 1), F(0, 1, 1)$

Flere oppgaver

Oppgave 5

Vi har planet $\alpha : x + 2y - 3z - 4 = 0$. Finn koordinatene til punktene der planet skjærer koordinataksene.

Oppgave 6

Et plan inneholder $A(-2, 3, 5)$, $B(-10, 1, 9)$ og $C(0, 5, -4)$
Finn likningen for planet.
Sjekk om punktet $P(4, 6, -6)$ ligger i planet.

Oppgave 7

Et plan er utspent av $\vec{v} = [1, -2, 2]$ og $\vec{u} = [-3, 3, 1]$ og inneholder punktet $P(4, 6, -6)$ Finn likningen for planet.

Oppgave 8

$$l = \begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$$

Finn avstanden fra origo til linjen.

Dette arbeidshefte :



Løsningsforslag :



06/03/24